

杨浦区 2020 学年度第一学期期末质量调研初三数学试卷

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

1. 关于抛物线 $y = x^2 - x$, 下列说法中, 正确的是 ()
- A. 经过坐标原点 B. 顶点是坐标原点 C. 有最高点 D. 对称轴是直线 $x = 1$
2. 在 $\triangle ABC$ 中, 如果 $\sin A = \frac{1}{2}$, $\cot B = \frac{\sqrt{3}}{3}$, 那么这个三角形一定是 ()
- A. 等腰三角形 B. 锐角三角形 C. 钝角三角形 D. 直角三角形
3. 如果小丽在楼上点 A 处看到楼下点 B 处小明的俯角是 35° , 那么点 B 处小明看点 A 处小丽的仰角是 ()
- A. 35° B. 45° C. 55° D. 65°
4. 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上, 下列条件中, 能判定 $DE \parallel BC$ 的是 ()
- A. $\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$ B. $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ C. $\frac{DB}{EC} = \frac{AE}{AD}$ D. $\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB}$
5. 下列命题中, 正确的是 ()
- A. 如果 $\vec{e}$ 为单位向量, 那么 $\vec{a} = |\vec{a}|\vec{e}$ B. 如果 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 都是单位向量, 那么 $\vec{a} = \vec{b}$
- C. 如果 $\vec{a} = -\vec{b}$, 那么 $a \parallel b$ D. 如果 $|\vec{a}| = |\vec{b}|$, 那么 $\vec{a} = \vec{b}$
6. 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 对角线 AC 与 BD 相交于点 O , 下列说法中, 错误的是 ()
- A. $S_{\triangle AOB} = S_{\triangle DOC}$ B. $\frac{S_{\triangle AOB}}{S_{\triangle BOC}} = \frac{OD}{OB}$ C. $\frac{S_{\triangle AOD}}{S_{\triangle BOC}} = \frac{OA}{OC}$ D. $\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{AD}{BC}$

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

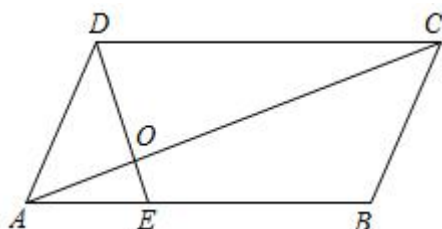
7. 计算: $3(\vec{a} + 2\vec{b}) - 2(\vec{a} - \vec{b}) = \underline{\hspace{2cm}}$.
8. 已知抛物线 $y = (1-a)x^2 + 1$ 的开口向上, 那么 a 的取值范围是_____.
9. 如果小明沿着坡度为 1:2.4 的山坡向上走了 130 米, 那么他的高度上升了_____米.
10. 已知线段 AB 的长为 4 厘米, 点 P 是线段 AB 的黄金分割点 ($AP < BP$), 那么线段 AP 的长是_____厘米.
11. 抛物线 $y = x^2 - 4x + 3$ 与 x 轴交于 A 、 B , 与 y 轴交于 C , 则 $\triangle ABC$ 的面积 = ____.
12. 已知抛物线 $y = x^2$, 把该抛物线向上或向下平移, 如果平移后的抛物线经过点 $A(2, 2)$, 那么平移后的

抛物线的表达式是_____.

13. 一位运动员投掷铅球, 如果铅球运行时离地面高度为 y (米) 关于水平距离 x (米) 的函数解析式为

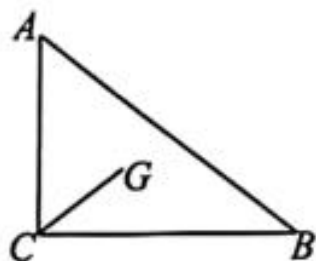
$$y = -\frac{1}{12}x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}, \text{ 那么铅球运动过程中最高点离地面的距离为_____m.}$$

14. 如图, 已知在平行四边形 $ABCD$ 中, 点 E 在边 AB 上, $\frac{AE}{EB} = \frac{1}{2}$, 联结 DE 交对角线 AC 于点 O , 那么 $\frac{AO}{OC}$ 的值为_____.

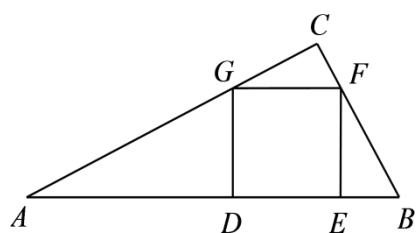


15. 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, 点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心, $CG = 2$, $BC = 4$, 那么

$$\cos \angle GCB = \text{_____}.$$

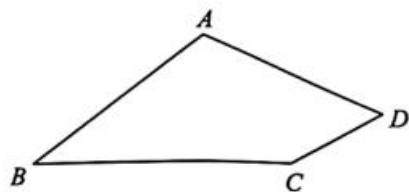


16. 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AB = 10$, $\cot B = \frac{1}{2}$, 正方形 $DEFG$ 的顶点 G 、 F 分别在边 AC 、 BC 上, 点 D 、 E 在斜边 AB 上, 那么正方形 $DEFG$ 的边长为_____.



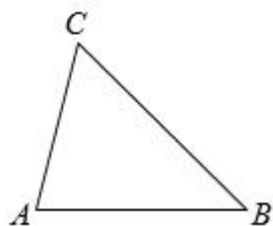
17. 新定义: 有一组对角互余的凸四边形称为对余四边形. 如图, 已知在对余四边形 $ABCD$ 中, $AB = 10$,

$$BC = 12, CD = 5, \tan B = \frac{3}{4}, \text{ 那么边 } AD \text{ 的长为_____}.$$



18. 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B=45^\circ$, $\angle C=60^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 旋转, 点 B 、 C 分别落在点 B_1 、 C_1 处,

如果 $BB_1 \parallel AC$, 联结 C_1B_1 交边 AB 于点 D , 那么 $\frac{BD}{B_1D}$ 的值为_____.



三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. 计算: $\frac{\tan^2 60^\circ - 2 \sin 30^\circ}{4 \cos^2 45^\circ + \cot 30^\circ}$.

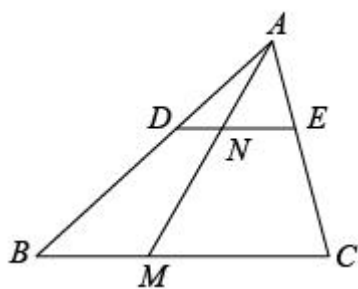
20. 已知一个二次函数的图像经过点 $A(-1,0)$ 、 $B(0,3)$ 、 $C(2,3)$.

(1) 求这个函数的解析式及对称轴;

(2) 如果点 $P(x_1, y_1)$ 、 $Q(x_2, y_2)$ 在这个二次函数图像上, 且 $x_1 < x_2 < 0$, 那么 y_1 _____ y_2 . (填“<”或者“>”)

21. 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上, $DE \parallel BC$, 点 M 为边 BC 上一点, $BM = \frac{1}{3}BC$,

联结 AM 交 DE 于点 N .

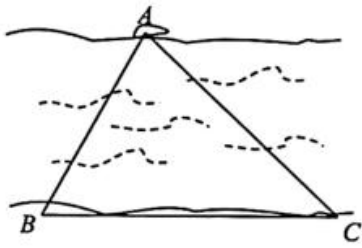


(1) 求 $\frac{DN}{NE}$ 的值;

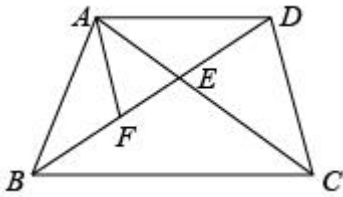
(2) 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AM} = \vec{b}$, 如果 $\frac{AD}{DB} = \frac{2}{3}$, 请用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{NE}$.

22. 如图, 为了测量河宽, 在河的一边沿岸选取 B 、 C 两点, 对岸岸边有一块石头 A , 在 $\triangle ABC$ 中, 测得 $\angle B = 64^\circ$, $\angle C = 45^\circ$, $BC = 50$ 米, 求河宽 (即点 A 到边 BC 的距离) (结果精确到 0.1 米).

(参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.41$, $\sin 64^\circ = 0.90$, $\cos 64^\circ = 0.44$, $\tan 64^\circ = 2.05$)



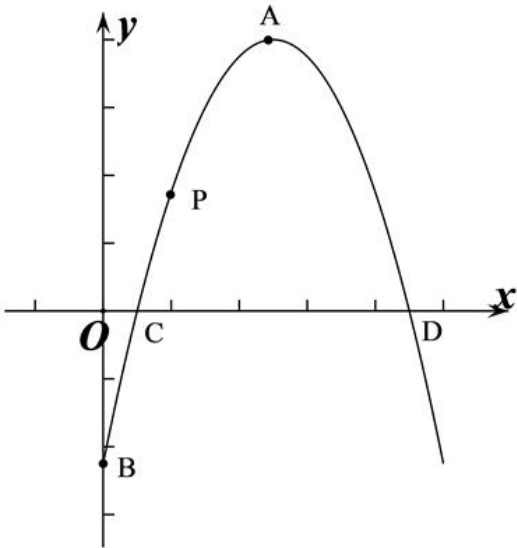
23. 已知：如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ，对角线 BD 、 AC 相交于点 E ，过点 A 作 $AF \parallel DC$ ，交对角线 BD 于点 F 。



(1) 求证： $\frac{DF}{BD} = \frac{DE}{BE}$ ；

(2) 如果 $\angle ADB = \angle ACD$ ，求证：线段 CD 是线段 DF 、 BE 的比例中项。

24. 已知在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = -(x-m)^2 + 4$ 与 y 轴交于点 B ，与 x 轴交于点 C 、 D （点 C 在点 D 左侧），顶点 A 在第一象限，异于顶点 A 的点 $P(1, n)$ 在该抛物线上。



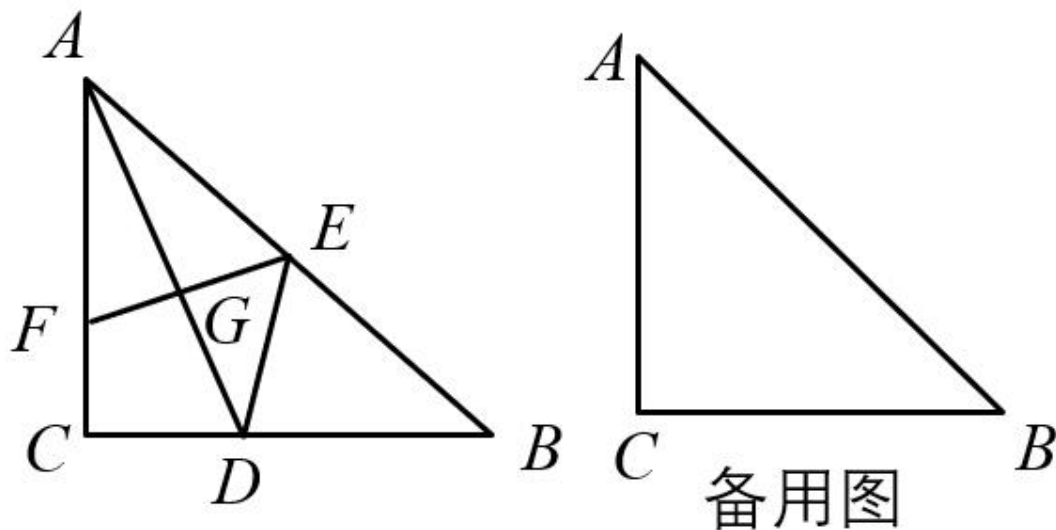
(1) 如果点 P 与点 C 重合，求线段 AP 的长；

(2) 如果抛物线经过原点，点 Q 是抛物线上一点， $\tan \angle OPQ = 3$ ，求点 Q 的坐标；

(3) 如果直线 PB 与 x 轴的负半轴相交，求 m 的取值范围。

25. 如图，已知在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = BC = 4$ ，点 D 为边 BC 上一动点（与点 B 、 C 不重

合), 点 E 为边 AB 上一点, $\angle EDB = \angle ADC$, 过点 E 作 $EF \perp AD$, 垂足为点 G , 交射线 AC 于点 F .



- (1) 如果点 D 为边 BC 的中点, 求 $\angle DAB$ 的正切值;
- (2) 当点 F 在边 AC 上时, 设 $CD = x$, $CF = y$, 求 y 关于 x 的函数解析式及定义域;
- (3) 联结 DF 如果 $\triangle CDF$ 与 $\triangle AGE$ 相似, 求线段 CD 的长.

