

崇明区 2020 学年第一学期教学质量调研测试卷

九年级数学

(满分 150 分、完卷时间 100 分钟)

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题, 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效.
2. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

1. 已知线段 a 、 b 、 c 、 d 的长度满足等式 $ab = cd$, 如果某班四位学生分别将该等式改写成了如下四个比例式, 那么其中错误的是 ()

A. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ B. $\frac{a}{c} = \frac{d}{b}$ C. $\frac{b}{c} = \frac{d}{a}$ D. $\frac{b}{d} = \frac{c}{a}$

2. 已知点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心, 如果连接 AG , 并延长 AG 交边 BC 于点 D , 那么下列说法中错误的是 ()

A. $BD = CD$ B. $AG = GD$ C. $AG = 2GD$ D. $BC = 2BD$

3. 已知 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 都是单位向量, 那么下列结论中正确的是 ()

A. $\vec{a} = \vec{b}$ B. $\vec{a} + \vec{b} = 2$ C. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{0}$ D. $|\vec{a}| + |\vec{b}| = 2$

4. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 如果 $AC = 8$, $BC = 6$, 那么 $\angle A$ 的正弦值为 ()

A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{4}{5}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{4}{3}$

5. 抛物线 $y = a(x-k)^2 + k$ 的顶点总在 ()

A. 第一象限 B. 第二象限 C. 直线 $y = x$ 上 D. 直线 $y = -x$ 上

6. 如果某正多边形的外接圆半径是其内切圆半径的 $\sqrt{2}$ 倍, 那么这个正多边形的边数是 ()

A. 3 B. 4 C. 5 D. 无法确定

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. 已知 $\frac{x}{y} = \frac{5}{3}$, 则 $\frac{x-y}{y} = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. 已知线段 $AB = 6\text{cm}$, 点 C 是 AB 的黄金分割点, 且 $AC > BC$, 那么线段 AC 的长为_____.

9. 如果两个相似三角形的一组对应边上的高之比为1:4, 那么这两个三角形的面积比为_____.

10. 计算: $2(\vec{a} - 2\vec{b}) + 3(2\vec{a} + \vec{b}) =$ _____.

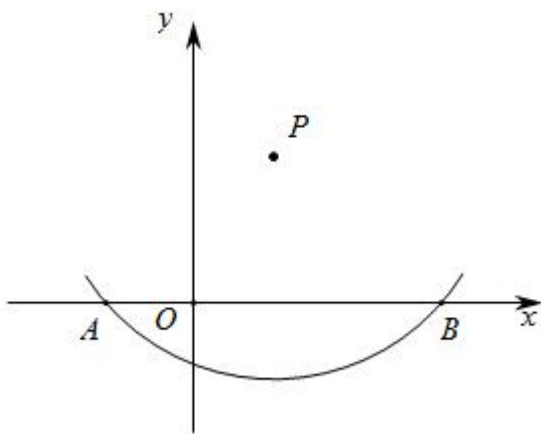
11. 如果一段斜坡的水平宽度为12米, 坡度 $i = 1:3$, 那么这段斜坡的铅垂高度为_____米.

12. 已知锐角 $\triangle ABC$ 中, $AB = 5$, $BC = 7$, $\sin B = \frac{4}{5}$, 那么 $\angle C =$ _____度.

13. 函数 $y = 2x^2 + 4x - 5$ 的图象与 y 轴的交点的坐标为_____.

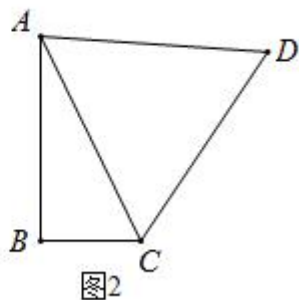
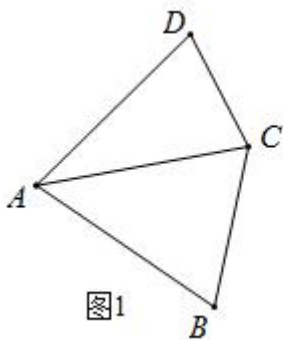
14. 如果将抛物线 $y = (x - 1)^2$ 先向左平移2个单位, 再向上平移1个单位, 那么所得的新抛物线的解析式为_____.

15. 如图, 在直角坐标系中, 以点 P 为圆心的弧与 x 轴交于 A 、 B 两点, 已知点 P 的坐标为 $(1, y)$, 点 A 的坐标为 $(-1, 0)$, 那么点 B 的坐标为_____.



16. 如果大小不同的两个圆外切时的圆心距为5厘米, 并且它们内切时的圆心距为1厘米, 那么其中较大圆的半径为_____厘米.

17. 我们约定: 如果一个四边形存在一条对角线, 使得这条对角线是四边形某两边的比例中项, 那么就称这个四边形为“闪亮四边形”, 这条对角线为“闪亮对角线”. 相关两边为“闪亮边”. 例如: 图1中的四边形 $ABCD$ 中, $AB = AC = AD$, 则 $AC^2 = AB \cdot AD$, 所以四边形 $ABCD$ 是闪亮四边形, AC 是闪亮对角线, AB 、 AD 是对应的闪亮边. 如图2, 已知闪亮四边形 $ABCD$ 中, AC 是闪亮对角线, AD 、 CD 是对应的闪亮边, 且 $\angle ABC = 90^\circ$, $\angle D = 60^\circ$, $AB = 4$, $BC = 2$, 那么线段 AD 的长为_____.

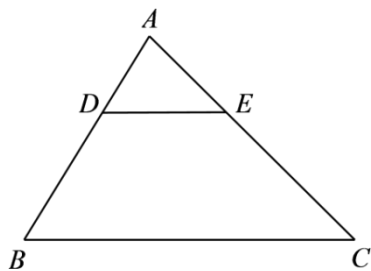


18. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 4\sqrt{2}$, $\angle B = 45^\circ$, $\angle C = 60^\circ$. 点 D 为线段 AB 的中点, 点 E 在边 AC 上, 连结 DE , 沿直线 DE 将 $\triangle ADE$ 折叠得到 $\triangle A'DE$. 连接 AA' , 当 $A'E \perp AC$ 时, 则线段 AA' 的长为_____.

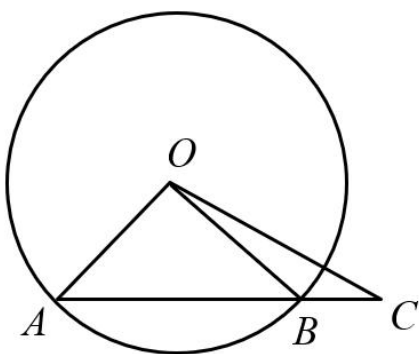
三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. 计算: $\tan 60^\circ + \frac{2\cos 30^\circ + \cot 45^\circ}{2\sin 30^\circ} - \sin^2 45^\circ$.

20. 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, $DE \parallel BC$, $AD = 2$, $DB = 4$, $AC = 8$.

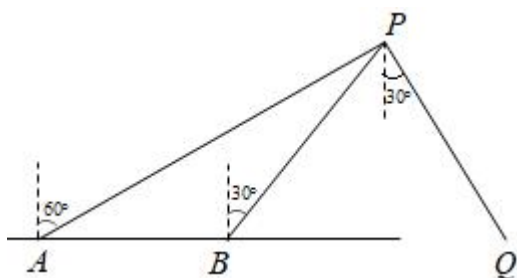


- (1) 求线段 AE 的长;
 - (2) 设 $\overrightarrow{BA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$.
 - ①请直接写出向量 $\overrightarrow{AE}$ 关于 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的分解式, $\overrightarrow{AE} =$ _____;
 - ②连接 BE , 在图中作出向量 $\overrightarrow{BE}$ 分别在 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 方向上的分向量. 【可以不写作法, 但必须写出结论】
21. 如图, 已知 $\odot O$ 的半径为 $\sqrt{2}$, 在 $\odot O$ 中, OA 、 OB 都是圆的半径, 且 $OA \perp OB$. 点 C 在线段 AB 的延长线上, 且 $OC = AB$.



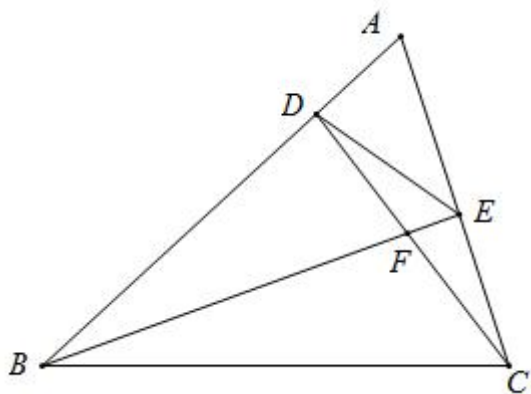
- (1) 求线段 BC 的长;
- (2) 求 $\angle BOC$ 的正弦值.

22. 为了维护国家主权和海洋权益, 海监部门对我领海实施常态化巡航管理. 如图, 一艘正在执行巡航任务的海监船接到固定监测点 P 处的值守人员报告: 在 P 处南偏东 30° 方向上, 距离 P 处 14 海里的 Q 处有一可疑船只滞留, 海监船以每小时 28 海里的速度向正东方向航行, 在 A 处测得监测点 P 在其北偏东 60° 方向上, 继续航行半小时到达了 B 处, 此时测得监测点 P 在其北偏东 30° 方向上.



- (1) B 、 P 两处间的距离为_____海里; 如果联结图中的 B 、 Q 两点, 那么 BPQ 是_____三角形; 如果海监船保持原航向继续航行, 那么它_____【填“能”或“不能”】到达 Q 处;
- (2) 如果监测点 P 处周围 12 海里内有暗礁, 那么海监船继续向正东方向航行是否安全?

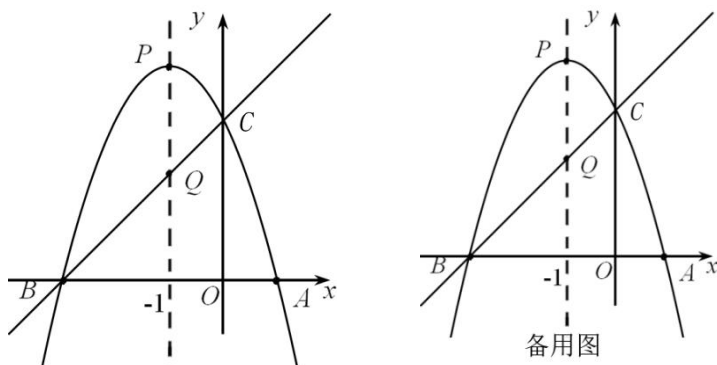
23. 已知: 如图, D 、 E 分别是 $\triangle ABC$ 的边 AB 、 AC 上的点, 且 $\angle AED = \angle ABC$, 连接 BE 、 CD 相交于点 F .



(1) 求证: $\angle ABE = \angle ACD$;

(2) 如果 $ED = EC$, 求证: $\frac{DF^2}{BD^2} = \frac{EF}{EB}$.

24. 如图, 已知对称轴为直线 $x = -1$ 的抛物线 $y = ax^2 + bx + 3$ 与 x 轴交于 A 、 B 两点, 与 y 轴交于点 C , 其中点 A 的坐标为 $(1, 0)$.

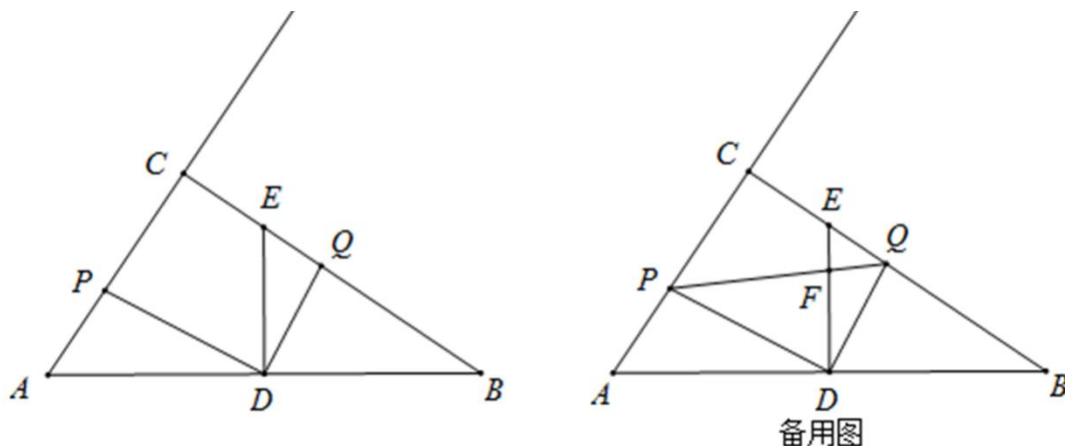


(1) 求点 B 的坐标及抛物线的表达式;

(2) 记抛物线的顶点为 P , 对称轴与线段 BC 的交点为 Q , 将线段 PQ 绕点 Q , 按顺时针方向旋转 120° , 请判断旋转后点 P 的对应点 P' 是否还在抛物线上, 并说明理由;

(3) 在 x 轴上是否存在点 M , 使 $\triangle MOC$ 与 $\triangle BCP$ 相似? 若不存在, 请说明理由; 若存在请直接写出点 M 的坐标【不必书写求解过程】.

25. 如图, $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 6$, $BC = 8$, 点 D 为斜边 AB 的中点, $ED \perp AB$, 交边 BC 于点 E , 点 P 为射线 AC 上的动点, 点 Q 为边 BC 上的动点, 且运动过程中始终保持 $PD \perp QD$.



(1) 求证: $\triangle ADP \sim \triangle EDQ$;

(2) 设 $AP = x$, $BQ = y$, 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出该函数的定义域;

(3) 连接 PQ , 交线段 ED 于点 F , 当 $\triangle PDF$ 为等腰三角形时, 求线段 AP 的长.