

嘉定区 2020 学年第一学期九年级期末质量调研

数学试卷

(满分 150 分, 考试时间 100 分钟)

同学们注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题; 没有特殊说明, 几何题均视为在同一个平面内研究问题.
2. 答题时, 务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效;
3. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

1. 如果实数 a, b, c, d 满足 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, 下列四个选项中, 正确的是 ()

A. $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$ B. $\frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$ C. $\frac{a+c}{b+d} = \frac{c}{d}$ D. $\frac{a^2}{b} = \frac{c^2}{d}$

2. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 $P(1, 3)$, 点 P 与原点 O 的连线与 x 轴的正半轴的夹角为 α ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$), 那么 $\tan \alpha$ 的值是 ()

A. $\frac{\sqrt{10}}{10}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$ D. 3

3. 抛物线 $y = 2x^2 - 3$ 的顶点坐标是 ()

A. $(2, -3)$ B. $(2, 3)$ C. $(0, -3)$ D. $(0, 3)$

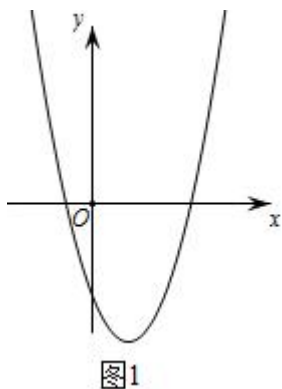
4. 已知 $\vec{e}$ 是一个单位向量, $\vec{a}, \vec{b}$ 是非零向量, 那么下列等式正确的是 ()

A. $|\vec{a}| \vec{e} = \vec{a}$ B. $|\vec{e}| \vec{b} = \vec{b}$ C. $\frac{1}{|\vec{a}|} \vec{a} = \vec{e}$ D. $\frac{1}{|\vec{a}|} \vec{a} = \frac{1}{|\vec{b}|} \vec{b}$

5. 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$, $CD \perp AB$, 垂足为 D . 下列四个选项中, 不正确的是 ()

A. $\frac{AC}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{BC}{CD} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{BD}{CD} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{BC}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

6. 二次函数 $y = a(x+m)^2 + k$ 的图像如图所示, 下列四个选项中, 正确的是 ()



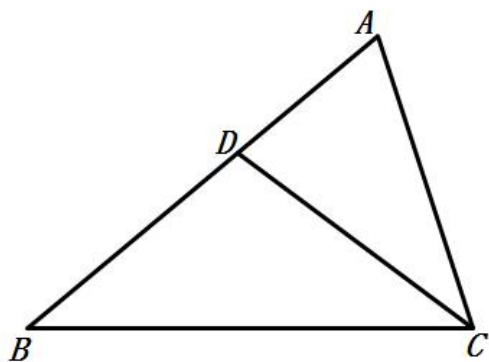
- A. $m < 0, k < 0$ B. $m < 0, k > 0$ C. $m > 0, k < 0$ D. $m > 0, k > 0$

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分)

7. 正方形的边长与其对角线长的比为_____.

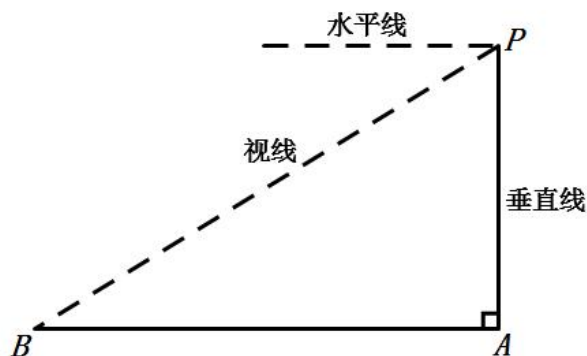
8. 已知点 P 是线段 AB 的一个黄金分割点，且 $AP > BP$ ，那么 $AP:AB$ 的比值为_____.

9. 如图，点 D 在 $\triangle ABC$ 的 AB 边上，当 $\frac{AD}{AC} = \underline{\hspace{2cm}}$ 时， $\triangle ACD$ 与 $\triangle ABC$ 相似.



10. 已知向量关系式 $2\vec{a} + 6(\vec{b} - \vec{x}) = \vec{0}$ ，那么向量 $\vec{x} = \underline{\hspace{2cm}}$. (用向量 $\vec{a}$ 与向量 $\vec{b}$ 表示)

11. 如图，飞机 P 在目标 A 的正上方，飞行员测得目标 B 的俯角为 30° ，那么 $\angle APB$ 的度数为_____°.



12. 已知一个斜坡的坡度 $i = 1:\sqrt{3}$ ，那么该斜坡的坡角的度数是_____.

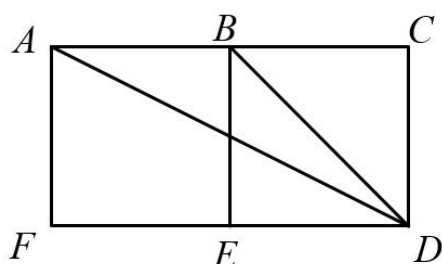
13. 如果抛物线 $y = (2a - 1)x^2$ 的开口向下, 那么实数 a 的取值范围是_____.

14. 二次函数 $y = (x + 1)^2 - 3$ 的图像与 y 轴的交点坐标为_____.

15. 如果抛物线 $y = (x + m)^2 + k - 2$ 的顶点在 x 轴上, 那么常数 k 为_____.

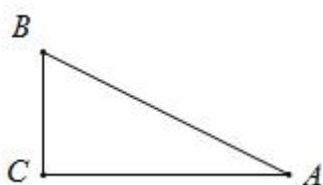
16. 如果抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的对称轴是直线 $x = 1$, 那么 $2a + b$ _____0. (从 $<$, $=$, $>$ 中选择)

17. 如图, 正方形 $ABEF$ 和正方形 $BCDE$ 的边长相等, 点 A 、 B 、 C 在同一条直线上. 连接 AD 、 BD , 那么 $\cot \angle ADB$ 的值为_____.



18. 已知在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AB = 10$, $\sin A = \frac{\sqrt{5}}{5}$ (如图), 把 $\triangle ABC$ 绕着点 C 按顺时针方向

旋转 α° ($0 < \alpha < 360$). 将点 A 、 B 的对应点分别记为点 A' 、 B' , 如果 $\triangle AA'C$ 为直角三角形, 那么点 A 与点 B' 的距离为_____.

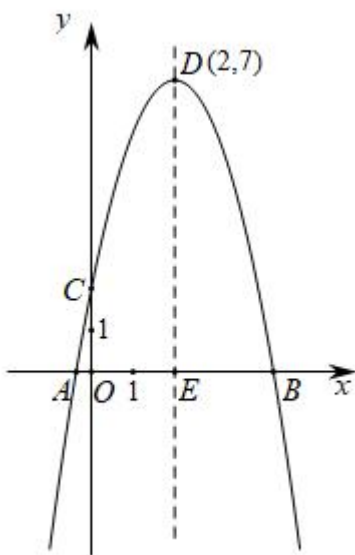


三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. 计算: $2 \sin 45^\circ + 2 \sin 60^\circ - \tan 60^\circ \cdot \tan 45^\circ$

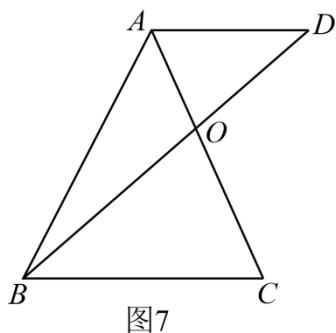
20. 我们已经知道二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图像是一条抛物线. 研究二次函数的图像与性质, 我们主要关注抛物线的对称轴、抛物线的开口方向、抛物线的最高点 (或最低点) 的坐标、抛物线与坐标轴的交点坐标、抛物线的上升或下降情况 (沿 x 轴的正方向看).

已知一个二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的大致图像如图所示.

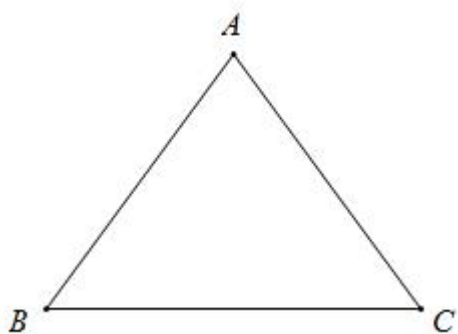


- (1) 你可以获得该二次函数的哪些信息？（写出四条信息即可）
- (2) 依据目前的信息，你可以求出这个二次函数的解析式吗？如果可以，请求出这个二次函数的解析式；如果不可以，请补充一个条件，并求出这个二次函数的解析式。

21. 如图，已知 AD 与 BC 相交于点 O ，连接 AB 。

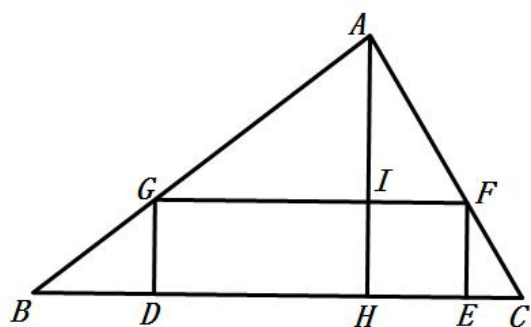


- (1) 如果 $AD \parallel BC$ ， $S_{\triangle AOD} = 4$ ， $S_{\triangle BOC} = 9$ ，求： $S_{\triangle ABO}$ 。
- (2) 分别将 $\triangle AOD$ 、 $\triangle AOB$ 、 $\triangle BOC$ 记为 S_1 、 S_2 、 S_3 ，如果 S_2 是 S_1 与 S_3 的比例中项，求证： $AD \parallel BC$ 。
22. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 10$ ， $\sin B = \frac{4}{5}$ 。

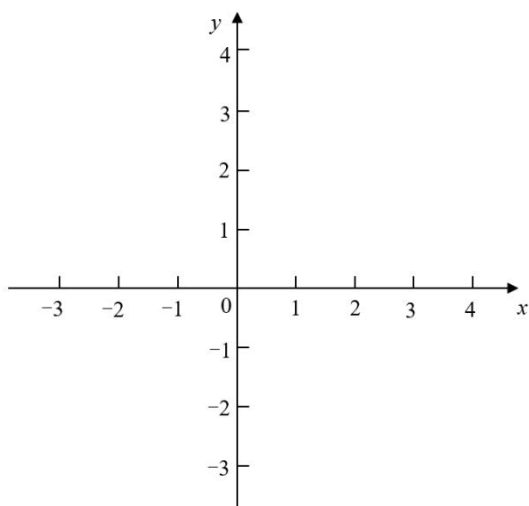


- (1) 求边 BC 的长度;
- (2) 求 $\cos A$ 的值.

23. 如图, 已知矩形 $DEFG$ 的边 DE 在 $\triangle ABC$ 的边 BC 上, 顶点 G, F 分别在边 AB, AC 上. $\triangle ABC$ 的高 AH 交 GF 于点 I .

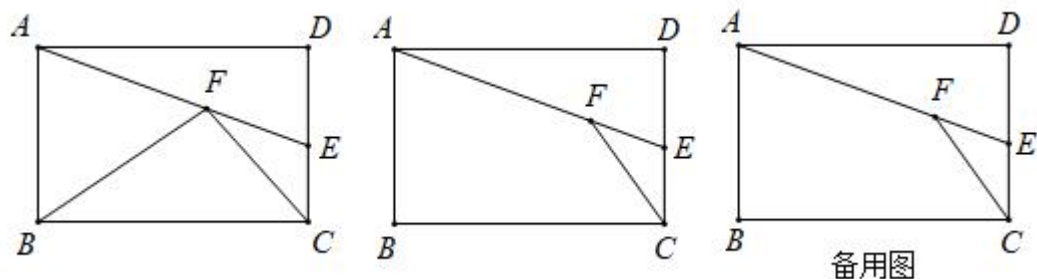


- (1) 求证: $BD \cdot EH = DH \cdot CE$;
 - (2) 设 $DE = n \cdot EF$ (n 为正实数), 求证: $\frac{n}{BC} + \frac{1}{AH} = \frac{1}{EF}$.
24. 在平面直角坐标系 xOy 中 (如图). 已知点 $A(-1, 2)$, 点 $B(1, 6)$, 点 $C(1, 4)$. 如果抛物线 $y = ax^2 + bx + 3$ ($a \neq 0$) 恰好经过这三个点之中的两个点.



- (1) 试推断抛物线 $y = ax^2 + bx + 3$ 经过点 A、B、C 之中的哪两个点？简述理由；
- (2) 求常数 a 与 b 的值；
- (3) 将抛物线 $y = ax^2 + bx + 3$ 先沿与 y 轴平行的方向向下平移 2 个单位长度，再与沿 x 轴平行的方向向右平移 $t(t > 0)$ 个单位长度，如果所得到的新抛物线经过点 $C(1, 4)$ 。设这个新抛物线的顶点是 D。试探究 $\triangle ABD$ 的形状。

25. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB = 6$ ， $AD = 8$ ，点 E 在 CD 边上， $\tan \angle EAD = \frac{1}{2}$ 。点 F 是线段 AE 上一点，连接 BF ， CF 。



- (1) 如果 $\tan \angle CBF = \frac{3}{4}$ ，求线段 AF 的长；
- (2) 如果 $CF = \frac{1}{2}BC$ 。
- ①求证： $\angle CFE = \angle DAE$ ；
- ②求线段 EF 的长。

