

九年级数学试卷

(完成试卷时间: 100 分钟, 总分: 150 分)

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题;
2. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效;
3. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分) 【下列各题的四个选项中, 有且只有一个正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上. 】

1. 下列二次根式中, 不是最简二次根式的是 ()

- A. $\sqrt{a+b}$ B. $\sqrt{a-b}$ C. $\sqrt{ab}$ D. $\sqrt{\frac{a}{b}}$

2. 如果函数 $y = (k+1)x$ 与 $y = \frac{k-1}{x}$ 的图像有公共点, 那么下列 k 的值中, 满足条件的是 ()

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

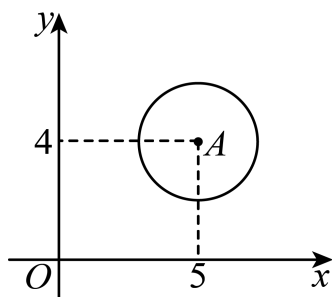
3. 解方程 $\frac{x^2-1}{x^2} - \frac{3x^2}{x^2-1} = 2$ 时, 令 $\frac{x^2-1}{x^2} = y$, 那么换元后去分母整理得到的整式方程是 ()

- A. $y^2 - 2y - 3 = 0$ B. $y^2 - 2y + 3 = 0$
C. $y^2 + 2y - 3 = 0$ D. $y^2 + 2y + 3 = 0$

4. 下列信息中, 适合用折线统计图, 而不适合用条形统计图表示是 ()

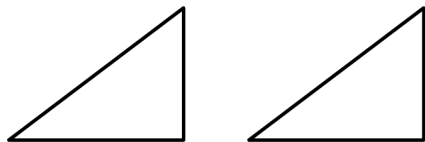
- A. 上海市 16 个区的人口数 B. 张爷爷连续 7 天定时测得的体温
C. 九 (3) 班 36 个学生的体重 D. 向阳菜市场 15 种蔬菜的价格

5. 如图, 坐标平面内圆 A , 已知圆 A 的半径为 2, 圆心 $A(5, 4)$, 下列直线中, 与圆 A 相交, 且被圆 A 所截得的弦最长的是 ()



- A. $y = x$ B. $y = -x$ C. $y = \frac{4}{5}x$ D. $y = -\frac{5}{4}x$

6. 如图，现有两个全等三角形，它们的三边长分别为 3、4、5，将它们拼接成一个图形，拼接方式满足：(1) 两个三角形间有一条等长边完全重合；(2) 两个三角形拼接在等长边的两侧，那么共能拼接成形状不同的四边形的种数是 ()



- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

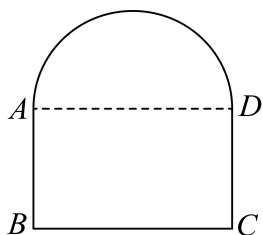
二、填空题：(本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分)【各题答案，请填写在答题纸的相应题号位置中.】

7. 因式分解： $\frac{1}{2}x^2 - 2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. 方程 $x = \sqrt{x+2}$ 的解是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

9. 已知关于 x 的方程 $x^2 - 2x + 3k - 4 = 0$ 有两个相等的实数根，那么 k 的值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

10. 已知一个平面图形，其下方为一个矩形，上方为一个以矩形一边为直径的半圆 (如图所示)，设 $AB = a$ ， $AD = b$ ，那么这个平面图形的面积是 $\underline{\hspace{2cm}}$ (用 a ， b 的代数式表示).



11. 已知直线 $y = \frac{3}{4}x - 6$ 与坐标轴交于 A 、 B 两点，那么线段 AB 的长是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

12. 等腰三角形两腰上的高所在的直线形成的锐角为 40° ，则该等腰三角形的顶角的度数为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

13. 已知向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 方向相反，且 $|\vec{a}| = 2|\vec{b}|$ ，那么 $\vec{b} = \underline{\hspace{2cm}}$ (用向量 $\vec{a}$ 表示).

14. 现有 4 张卡片，上面分别标记着 3、4、5、6，从中随机抽取 2 张，将上面标记的两个数分别作为分子和分母，所得分数是最简分数的概率是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. 社区食堂推出一种老年套餐，为了能更精准地备餐，食堂对社区内 800 名老人作调研，从中随机抽取了 50 名，就星期一到星期五的需求量进行了问卷调查，汇总整理得到下列统计表. 根据调研结果，食堂在星期一到星期五总共大约需要备这种老年套餐 $\underline{\hspace{2cm}}$ 份.

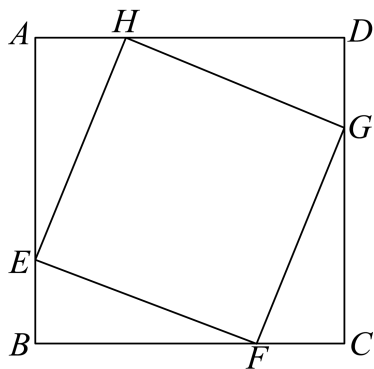
套餐需求量统计表

星期	星期一	星期二	星期三	星期四	星期五
数量	12	10	10	12	10

16. 已知抛物线 $y = -x^2 - 2x + 3$ ，将其向右平移 n 个单位 ($n > 0$)，使平移后所得的抛物线与坐标轴恰好只有两个公共点，那么 n 的值是_____.

17. 已知 AB 是圆 O_1 和 O_2 的公共弦，如果弦 AB 是圆 O_1 的内接正方形的一边，也是圆 O_2 的内接正六边形的一边，那么圆 O_1 与 O_2 的半径之比是_____.

18. 如图，正方形 $EFGH$ 内接于正方形 $ABCD$ ，即点 E 、 F 、 G 、 H 分别在正方形 $ABCD$ 的四边上. 请画出点 A 、 B 、 C 、 D 分别关于 HE 、 EF 、 FG 、 GH 的对称点 P 、 Q 、 R 、 S ，如果四边形 $PQRS$ 的面积恰好是正方形 $ABCD$ 面积的一半，那么 $\frac{EF}{AB}$ 的值是_____.

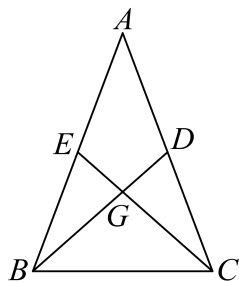


三、解答题：(本大题共 7 题，满分 78 分)

19. 计算： $|2 - \sqrt{3}| + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)^0 - \frac{2}{1 - \cot 30^\circ}$.

20. 解方程组：
$$\begin{cases} x + y = 3, \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{2}. \end{cases}$$

21. 如图， D 、 E 是 ABC 边 AC 、 AB 上的点， BD 、 CE 交于点 G . 已知 $\frac{DG}{BG} = \frac{EG}{CG} = \frac{1}{2}$.

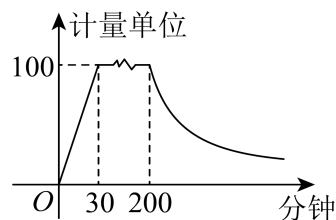


(1) 求 $\frac{AD}{AC}$ 的值;

(2) 如果 $AB = AC$, $\angle BCE = \angle A$, 求 $\tan \angle ABC$ 的值.

22. 下图是通过实验测得的一种抗过敏药物服用后, 随时间的变化其有效成分含量在人体血液中的变化情况, 在最初 30 分钟含量会直线上升, 然后在 30 分钟至 200 分钟间稳定在饱和状态, 人体血液中含量恒为 100 个计量单位, 之后就会逐步下降, 下降过程中人体血液中有有效成分含量 y 个计量单位与时间 x 分钟之间大致

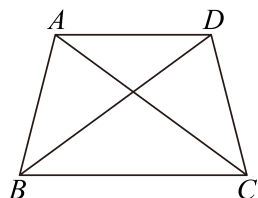
符合函数 $y = \frac{k \times 10^6}{x^2}$ ($1 \leq k < 10$, k 为常数).



(1) 求 k 的值;

(2) 如果这种抗过敏药物在人体血液中的含量低于 40 个计量单位时, 就会失去抗过敏的效果, 那么这种抗过敏药物隔多少时间需服用一次 (结果精确到 1 小时). (参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{5} \approx 2.236$, $\sqrt{10} \approx 3.163$)

23. 学校新建了一个录播教室, 为了适应不同教学场景的需要, 学校定制了一批新的课桌, 要求这批课桌的桌面是等腰梯形的. 这天数学老师带领八年级同学到录播教室开展数学探究活动, 探究内容就是如何验证这批课桌的桌面是不是等腰梯形的. 老师给同学们的探究工具是带刻度的直尺 (可以精确量出给定两点的距离) 和记号笔.

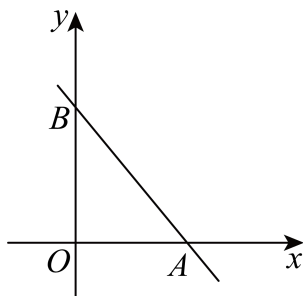


(1) 雏鹰小组给出了他们的验证方案, 如下: 先依次标记四边形桌面的顶点为 A 、 B 、 C 、 D , 接着测量 AC 与 BD 的长, 如果 $AC \neq BD$, 那么桌面不是等腰梯形; 如果 $AC = BD$, 再继续测量 AB 、 CD 、 AD 与 BC 的长, 如果 $AB = CD$, $AD \neq BC$ 或者 $AB \neq CD$, $AD = BC$, 那么桌面是等腰梯形, 不然, 桌面就不是等腰梯形.

其他小组讨论了雏鹰小组给出的验证方案, 一致认为这个方案是可行的. 如果按雏鹰小组的验证方案, 他们小组验证的结果为桌面确实是等腰梯形, 就请你来说明一下理由 (结合图示, 写出已知、求证, 并加以证明);

(2) 请再设计一个验证方案, 并说明验证的步骤.

24. 如图，直线 $y = -\frac{4}{3}x + 4$ 交 x 轴、 y 轴于点 A 、 B 。抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 经过点 A 、 B 。



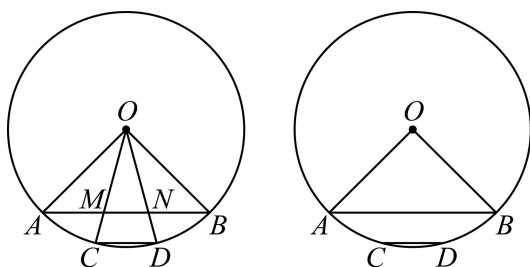
(1) 下列表述中，正确的是 ()

- A. 如果抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与 x 轴在点 A 的右边还有一个公共点，那么 $a > 0$ ；
- B. 如果抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与 x 轴在点 A 的右边还有一个公共点，那么 $a < 0$ ；
- C. 如果抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与 x 轴在点 A 的左边还有一个公共点，那么 $a > 0$ ；
- D. 如果抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与 x 轴在点 A 的左边还有一个公共点，那么 $a < 0$ 。

(2) 记抛物线与 x 轴异于 A 的公共点为 C ，抛物线的顶点为 D 。

- ①当点 C 到 A 、 B 两点的距离相等时，求抛物线的表达式；
- ②如果点 D 关于 x 轴的对称点恰好在直线 AB 上，求点 C 的坐标。

25. 如图，圆心 O 是一处激光光源，照射在圆 O 的弦 AB 所在的挡板上，且 $\angle AOB = 90^\circ$ ，现在弦 AB 上两个位置 M 、 N 处开缝，使激光束透过这两个缝隙最终照射在弧 AB 上的两个亮点 C 、 D 恰好能将弧 AB 三等分。



备用图

- (1) 求证： $CD \parallel AB$ ；
- (2) 试说明：点 M 、 N 不是弦 AB 的两个三等分点；
- (3) 假设弦 AB 上的开缝位置 P 、 Q 恰好是弦 AB 的两个三等分点，试画出新的激光光源 S 的位置，使得激光束通过缝隙 P 、 Q 后最终照射在弧 AB 上的两个亮点恰好是 C 、 D ，并求 $\angle ASB$ 的大小。