

2025 学年青浦九年级数学学科练习卷

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分)【每小题只有一个正确选项，在答题纸相应题号的选项上用 2B 铅笔正确填涂】

1. 下列实数中，无理数是 ()

- A. 0 B. $\sqrt{4}$ C. π D. $\frac{22}{7}$

2. 计算 $8^{\frac{1}{2}}$ ，下列结果中正确的是 ()

- A. 2 B. $2\sqrt{2}$ C. 4 D. $4\sqrt{2}$

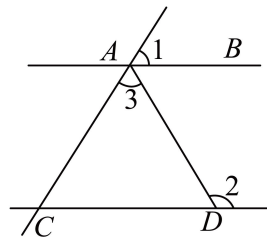
3. 将分式方程 $\frac{1}{x} = \frac{2x}{x+1}$ 化为整式方程，下列答案正确的是 ()

- A. $2x^2 - x - 1 = 0$ B. $2x^2 - x + 1 = 0$ C. $x^2 - 2x + 1 = 0$ D. $x^2 - 2x - 1 = 0$

4. 直角坐标平面内，已知函数 $y = -\frac{3}{x}$ 的图像经过点 $P(a, b)$ 。如果 $b < 0$ ，那么点 P 在 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

5. 如图， $AB \parallel CD$ ，如果 $\angle 1 = 63^\circ$ ， $\angle 2 = 120^\circ$ ，那么 $\angle 3$ 的度数为 ()



- A. 47° B. 57° C. 60° D. 63°

6. 在矩形 $ABCD$ 中， $AB = 3$ ， $BC = 4$ ，动点 O 在对角线 AC 上。如果以点 O 为圆心，以 1 为半径长的 $\odot O$ 与边 AB 有两个公共点，那么线段 OA 的取值范围是 ()

- A. $1 \leq OA \leq \frac{5}{4}$ B. $1 < OA < \frac{5}{4}$ C. $1 < OA \leq \frac{5}{4}$ D. $1 \leq OA < \frac{5}{4}$

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分)【在答题纸相应题号的空格内直接填写答案】

7. 计算： $|2 - \sqrt{3}| =$ _____.

8. 分解因式： $ab - a =$ _____.

9. 单项式 $-x^2y$ 的次数是_____.

10. 方程 $\sqrt{x-6} = 2$ 的解是_____.

11. 上海青浦百联奥特莱斯是 2023 年国内首家且唯一一家年销售额突破 60 亿元大关的奥特莱斯, 其销售额高达 63 亿元. 其中 63 亿元用科学记数法表示为_____元.

12. 一组数据由 a 个 x_1 , b 个 x_2 , c 个 x_3 组成, 那么这组数据的平均数是_____.

13. 在一个不透明的布袋中有 2 个红球和 1 个白球, 它们除颜色外其他都相同, 如果从布袋里随机摸出两个球, 那么所摸到两个球恰好是一红一白球的概率为_____.

14. 将直线 $y = kx + b$ 沿 y 轴向下平移 2 个单位后得到的直线是 $y = kx - 3$, 则 $b =$ _____.

15. 过 n 边形的一个顶点有 5 条对角线, 则这个多边形的内角和为_____.

16. 某区“书香校园”项目组为了解初三学生每天的课外阅读情况, 对全区初三学生进行了一次随机抽样调查, 将学生按照每天课外阅读时长分为 A (约 1 小时), B (约 30 分钟), C (约 10 分钟), D (几乎没有) 四个等级, 并绘制成如图 1、图 2 所示的两幅不完整的统计图. 如果该区共有 5300 名初三学生, 根据抽样调查结果, 估计该区几乎没有课外阅读的学生人数大约为_____人.

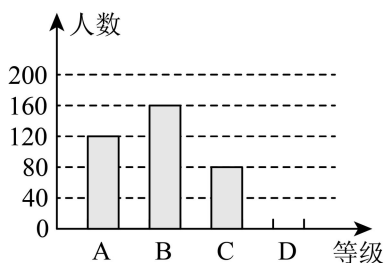


图1

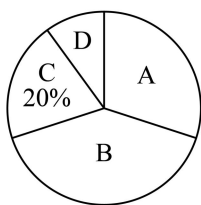


图2

17. 已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AB = 6$. 将 $\triangle ABC$ 沿过点 A 的直线翻折, 使点 C 落在斜边 AB 上, 折痕与边 BC 的交点记为 E . 如果 $\triangle CAE \sim \triangle CBA$, 那么折痕 AE 的长为_____.

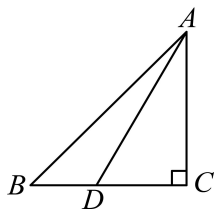
18. 定义: 如果一个圆的圆心与一个正多边形的中心重合, 那么称该正多边形为这个圆的同心正多边形. 已知一个圆的半径为 1, 该圆的同心正六边形的边长为 $\sqrt{3}$. 设点 P 在圆上, 点 Q 在正六边形的边上, 那么 P 、 Q 两点之间的最小距离为_____.

三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分) 【将下列各题的解答过程, 做在答题纸的相应位置上】

19. 计算: 先化简, 再求值: $\frac{a^2 - 2a + 1}{a^2 + 3a} \div \left(1 - \frac{4}{a + 3}\right)$, 其中 $a = \sqrt{2}$.

20. 计算: 解不等式组 $\begin{cases} 2(x - 4) \geq 6 & \text{①} \\ 8 + x > 5x - 24 & \text{②} \end{cases}$

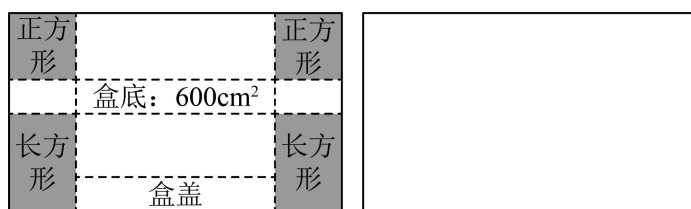
21. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle B = 45^\circ$, 点 D 在 BC 边上, $\angle CAD = 30^\circ$, 且 $AC = \sqrt{3}$.



(1) 求线段 BD 的长;

(2) 求 $\sin \angle BAD$ 的值.

22. 被誉为“金果子”的草莓, 是青浦区乡村产业振兴的一个亮点. 某草莓采摘园计划通过互联网销售草莓, 需设计一款底面积为 600cm^2 的有盖子的长方体快递包装盒, 所用的材料为长 100cm , 宽 60cm 的长方形硬纸板. 制作方法如下: 在每一张纸板的四个角上分别剪去两个相同的正方形和两个相同的长方形 (如方案 1 图所示). 然后折叠成一个有盖纸盒 (盒盖与盒底大小形状相同)



方案1

备用图: 方案2

为了优化设计, 草莓采摘园的老板借助 AI 提出了一种改进方案 (称为方案 2), 方案 2 也需要在四个角上分别剪去两个相同的正方形和两个相同的长方形. AI 对方案 2 的优点给出了如下评价:

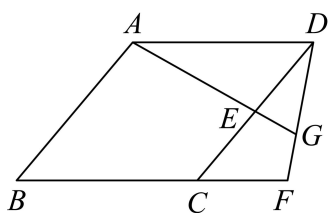
1. **节省材料, 成本更低:** 两种方案体积相同, 底面积相同, 但方案 2 表面积更小, 用料更省, 长期生产可降低包装成本.
2. **结构更稳固:** 方案 2 底面更接近正方形, 重心更稳, 抗压性更好, 运输时不易变形、挤压, 能更好保护物品.

接下来请你帮助老板解决以下问题:

(1) 设方案 1 中剪去的正方形的边长为 $x\text{cm}$, 求包装盒的表面积;

(2) 尝试在备用图中画出方案 2, 并通过计算说明 AI 对方案 2 “表面积最小” 的评价是否准确?

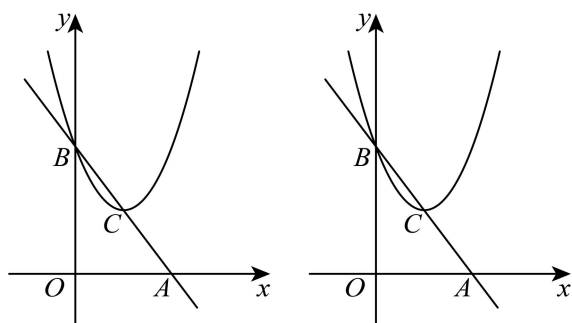
23. 已知: 如图, 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 点 E 在边 CD 上, 点 F 在 BC 的延长线上, $CF = DE$, AE 的延长线与 DF 相交于点 G , 且 $DG^2 = GE \cdot GA$.



(1) 求证: 四边形 $ABCD$ 是菱形;

(2) 如果 $AE = 3EG$ ，求证：点 E 是边 CD 的中点.

24. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y = -\frac{4}{3}x + 4$ 的图像分别与 x 轴， y 轴交于点 A 、 B ，点 C 是线段 AB 上一点， C 与 B 不重合. 以点 C 为顶点的二次函数 $f(x)$ 的图像经过点 B . 将该二次函数的图像平移后得到新抛物线 $g(x)$ ，点 B 、 C 的对应点分别是 B' 、 C' ，且点 B' 的坐标为 $(\frac{3}{2}, 0)$ ，点 C' 的纵坐标为 -2 .



备用图

(1) 求点 C 的坐标及二次函数 $f(x)$ 的解析式;

(2) 若点 P 是新抛物线对称轴上一点，且以 P 、 A 、 C 为顶点的三角形与 $AB'C$ 相似，且相似比不等于 1，求点 P 的坐标;

(3) 点 $D(4, y_1)$ 和 $E(x_2, y_2)$ 在新抛物线上，且对于任意实数 x_2 ，当 $m < x_2 \leq m+1$ 时， $y_1 > y_2$ ，求实数 m 的取值范围.

25. 已知 $\triangle ABC$ 中， $AC = BC = 5$ ， $AB = 2\sqrt{5}$ ，点 D 是射线 CB 上一点，连接 AD ，圆 O 经过 A 、 B 、 D 三点.

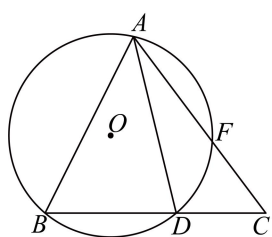


图1

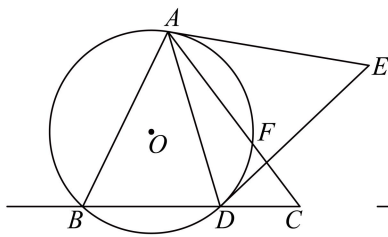
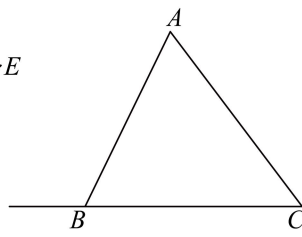


图2



备用图

(1) 如图 1，当点 D 在线段 BC 上时，

① 记圆 O 交 AC 于点 F ，求证： $AF = BD$;

② 设 $CD = m$ ，用 m 表示圆 O 的半径;

(2) 如图 2，在线段 AD 的右侧，以 AD 为底边作等腰 $\triangle EAD$ ，且始终满足 $\angle EAD = \angle BAC$. 若以 C 为圆心， CE 为半径的圆 C 与圆 O 有公共点，请直接写出线段 CD 的取值范围.