

初三年级学业质量抽样调研数学学科

注意:

1. 本场调研时间 100 分钟, 试卷共 4 页, 满分 150 分, 答题纸共 2 页.
2. 作答前, 在答题纸指定位置填写姓名、报名号、座位号, 将核对后的条形码贴在答题纸指定位置.
3. 所有作答务必填涂或书写在答题纸上与试卷题号对应的区域, 不得错位. 在试卷上作答一律不得分.
4. 填涂选择题和作图用 2B 铅笔, 作答其余题型用黑色字迹钢笔、签字笔或圆珠笔.

一、选择题 (共 24 分, 每小题 4 分, 每小题只有一个正确选项)

1. 下列实数中, 比 0 小的是 ()

- A. $(-1)^2$ B. $-(-1)$ C. $|-1|$ D. -1 的倒数

2. 下列函数, 图象不是一条直线的是 ().

- A. $y = x^2$ B. $y = x + 1$ C. $y = 1$ D. $y = x$

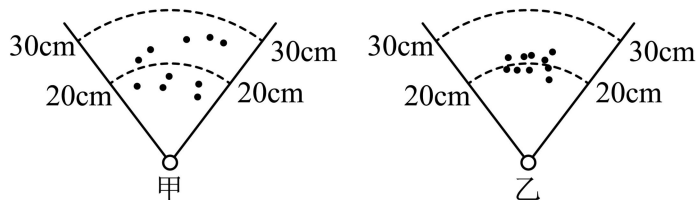
3. 下列运算正确的是 ()

- A. $a^3 \cdot a^3 = a^9$ B. $a^3 + a^3 = a^6$ C. $a^6 \div a^3 = a^2$ D. $(a^3)^3 = a^9$

4. 博物馆已逐渐成为公共文化服务和城市旅游的重要阵地与有效载体. 下列四幅图是我国部分博物馆的标志, 其中是中心对称图形的是 ()



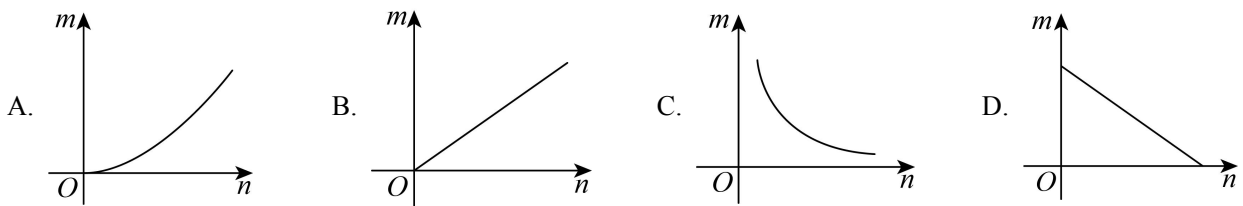
5. 在投掷实心球的比赛中, 甲、乙两人各投掷了 10 次, 球的落地位置如图所示. 已知两人 10 次投掷所得的平均成绩相同, 对于甲、乙两人这 10 次成绩的方差的描述正确的是 ()



- A. $S_{\text{甲}}^2 < S_{\text{乙}}^2$ B. $S_{\text{甲}}^2 = S_{\text{乙}}^2$ C. $S_{\text{甲}}^2 > S_{\text{乙}}^2$ D. 无法确定

6. 如图是一把完全打开的折扇, 此时扇面面积为 S . 当扇面张开的角度为 n° 时, 扇面面积为 S_n , 如果 $m = \frac{S_n}{S}$,

那么 m 与 n 关系的大致图像是 ()



二、填空题 (共 48 分, 每小题 4 分)

7. 因式分解: $x^2 - 2x = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. 如果分式 $\frac{1}{x-4}$ 有意义, 那么实数 x 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

9. 方程 $\sqrt{3-4x} = 1$ 的解是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

10. 如果关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 2x + m = 0$ 有两个不相等的实数根, 那么 m 的取值范围为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

11. 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 经过 $(1,1)$ 和 $(3,1)$ 两点, 将该抛物线向右平移 2 个单位, 那么平移后的抛物线的对称轴为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

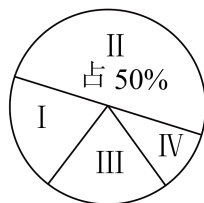
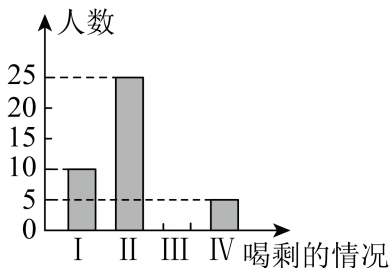
12. 从 $-1, 2, 4$ 这三个数中随机抽取其中的两个数, 分别记作 a 和 b . 如果点 P 的坐标为 (a,b) , 那么点 P 在第二象限内的概率是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

13. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $|\overrightarrow{AC}| = 3$, $|\overrightarrow{CB}| = 2$, 那么 $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}| = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. DeepSeek 可提供高效、精准的信息检索和智能对话服务. 其用户总数在上线 21 天后达到了 3.36×10^7 , 那么平均每天上线人数用科学记数法表示为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

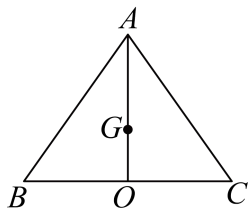
15. 生活中很多瓶装矿泉水没有喝完便被扔掉, 造成极大的浪费. 为此数学兴趣小组对某次会议所发瓶装矿泉水的使用情况进行统计, 大致可分为四种: I. 全部喝完; II. 约 $\frac{1}{4}$; III. 约一半; IV. 整瓶但基本未喝. 同学们根据统计结果绘制如图所示的两个不完整的统计图, 那么参加这次会议的人中矿泉水剩约一半的人数为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 人.

四种情况人数的条形统计图 四种情况的扇形统计图

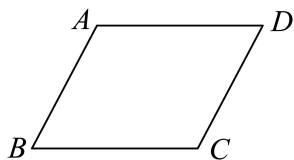


16. 已知半径为 2 的正多边形的内角和是外角和的 3 倍，那么这个正多边形的面积为_____.

17. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $AO \perp BC$ ，垂足为点 O ，点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心， $BC = 18$ ， $AO = 12$ ，点 D 为边 AB 上一动点，如果以点 O 为圆心 OG 为半径的 $\odot O$ 与以点 D 为圆心的 $\odot D$ 相切，那么 $\odot D$ 的半径 r 的取值范围是_____.



18. 如图，四边形 $ABCD$ 是平行四边形，将 CD 绕点 D 顺时针旋转 90° ，点 C 恰好落在 BA 延长线上的点 E 处，作 $\angle BCD$ 的平分线交 DE 的延长线于点 F ，连接 BF ，如果 $\frac{AE}{AB} = \frac{8}{15}$ ，那么 $\angle FBE$ 的正切值是_____.

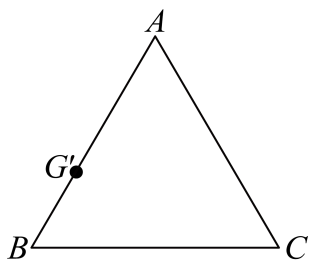


三、解答题（本大题共 7 题，共 78 分）如无特别说明，本大题作答须写出证明或计算的主要步骤.

19. 计算： $\sqrt[3]{8} + \frac{1}{2-\sqrt{3}} - |\cot 30^\circ - 1| - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$.

20. 解不等式组：
$$\begin{cases} 9x < 7x + 6 \\ \frac{1-x}{3} > \frac{x-2}{6} \end{cases}$$

21. 探究：在铁片上裁剪正方形.



(1) 如图 $\triangle ABC$ 是一块等边三角形的废铁片，利用其裁剪出顶点在边上的一个正方形铁片.

I. 根据以下步骤画图：

①在边 AB 上取点 G' （如图），过 G' 作 $G'D' \perp BC$ ，垂足为 D' ；

②以 $G'D'$ 为边在 $\triangle ABC$ 内部作正方形 $G'D'E'F'$ ；

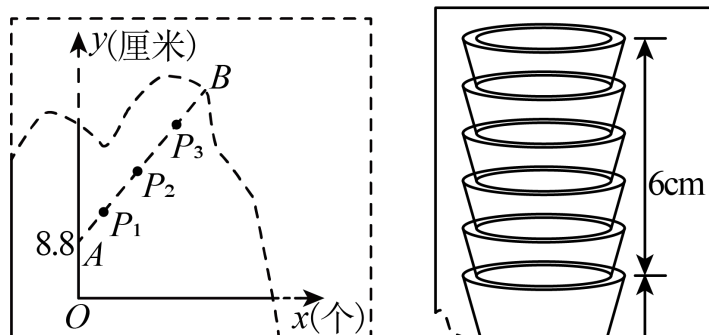
③连接 BF' 并延长交 AC 于点 F ；

④过 F 作 $FE \parallel F'E$ 交 BC 于点 E 、 $FG \parallel F'G'$ 交 AB 于点 G ；过 G 作 $GD \parallel G'D'$ 交 BC 于点 D 。

II. 以上画图步骤作为条件，求证：四边形 $DEFG$ 是正方形。

(2) 如果 ABC 是一块边长为 3、4、5 的直角三角形废铁片，利用其剪裁一个顶点在边上的正方形铁片，那么这个正方形铁片的最大面积为_____。

22. 小闵在探究纸杯叠放的高度规律时，得到了一套遗失了部分实验数据的图纸。图①是一张缺失了部分信息的函数图纸，实验数据表示的点 P_1 、 P_2 、 P_3 都落在了线段 AB 上；图②是同一次实验的另一张缺失了部分图像的示意图，图中显示了 6 个相同规格的纸杯叠放后增加的高度。



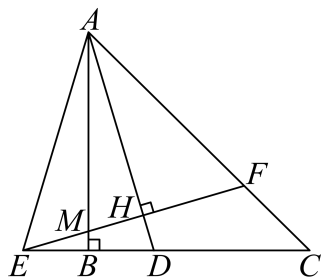
图①

图②

(1) 求叠放在一起的纸杯总高度 y (厘米) 关于纸杯数量 x (个) 的函数解析式 (不写定义域)；

(2) 为了保持纸杯清洁，在最上端的纸杯加装一个盖子以后，高度增加了 2 厘米，此时总高度为 46.8 厘米，求纸杯的数量。

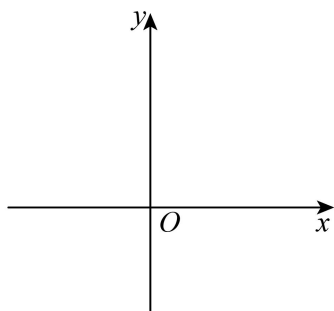
23. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $AB = BC$ 。点 D 在边 BC 上，点 E 在 CB 的延长线上，连结 AD 、 AE ，过点 E 作 AD 的垂线，分别交 AB 、 AD 、 AC 于点 M 、 H 和 F ，且 $AE = EF$ 。



(1) 求证： $BD = BE$ ；

(2) 求证： $\frac{AM}{AE} = \frac{2MH}{DE}$ 。

24. 在平面直角坐标系 xOy 中，过 $A(-1,0)$ 、 $B(0,-3)$ 两点的抛物线 $y = x^2 + bx + c$ (其中 b 、 c 是常数) 与 x 轴的另一个交点为 C ，顶点为 D 。



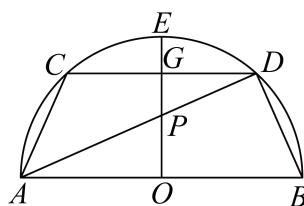
(1) 求这条抛物线的表达式;

(2) 如果点 $E(m, n)$ 在抛物线上, 且在第四象限, 过点 E 作 $EF \parallel x$ 轴, 与抛物线的另一个交点为 F , 连接 BC , 作 $EH \parallel y$ 轴, 交 BC 于点 H , 连接 FH .

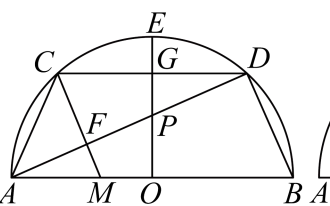
①当 $\tan \angle FHE = \frac{1}{2}$ 时, 求 m 的值;

②抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 关于直线 EF 对称所得新抛物线的顶点为 G , 如果点 G 刚好落在线段 FH 上, 求点 E 的坐标.

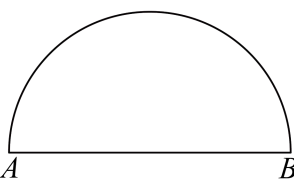
25. 已知: 如图, AB 为半圆 O 的直径, 点 E 为 $\widehat{CD}$ 的中点, 连接 OE 交弦 CD 于点 G 、交弦 AD 于点 P , 且 $\angle APO = \angle ABD$, 连接 AC 、 BD .



图①



图②



备用图

(1) 如图①, 求证: 四边形 $ABDC$ 是等腰梯形;

(2) 点 M 在直径 AB 上 (M 不与 A 、 B 重合), 连接 CM 交 AD 于点 F .

I. 如图②, 当 $CM \perp AD$, 且 M 为 AO 的中点时, 求 $\frac{FM}{CM}$ 的值;

II. 连接 BF , 半圆 O 的半径为 1, $\angle BFM = \angle ACM$. 当 $\triangle AFM$ 为直角三角形时, 求 AM 的长.