

2025 学年第二学期初三数学期中试卷

(考试时间: 100 分钟 满分: 150 分)

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效.
2. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分) [每题只有一个正确选项, 在答题纸相应题号的选项上用 2B 铅笔正确填涂]

1. 下列实数中, 比 3 小的无理数是 ()

- A. $\sqrt{4}$ B. $\sqrt{8}$ C. π D. $\sqrt{(-3)^2}$

2. 上海市 2025 年全年地区生产总值约为 5.67 万亿元, 其中 5.67 万亿用科学记数法表示为 ()

- A. 5.67×10^{10} B. 5.67×10^{11} C. 5.67×10^{12} D. 5.67×10^{13}

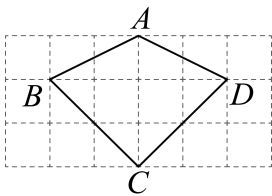
3. 已知 $\odot O$ 及其所在平面内的直线 l , P 为直线 l 上的一点, 如果 $\odot O$ 半径为 3, 且 $PO = 3$, 那么下列对直线 l 的表述不正确的是 ()

- A. 直线 l 可能经过圆心 O B. 直线 l 可能与 $\odot O$ 相交
C. 直线 l 可能与 $\odot O$ 相切 D. 直线 l 可能与 $\odot O$ 相离

4. 在 2026 年春季社会实践活动中, 某校九 (1) 班共分成 5 个活动小组, 小组人数分别为 6, 6, 7, 5, 6, 那么对上述小组人数数据, 下列说法中错误的是 ()

- A. 平均数是 6 B. 中位数是 6 C. 众数是 6 D. 方差是 6

5. 如图, 方格纸中每个小正方形的边长为 1, 其上有一个四边形 $ABCD$ (A 、 B 、 C 、 D 均为格点), 那么下列说法中正确的是 ()



- A. 四边形 $ABCD$ 是菱形 B. 四边形 $ABCD$ 的周长是 $2\sqrt{2} + 2\sqrt{5}$
C. 四边形 $ABCD$ 的面积是 6 D. $\angle ABC = \angle ADC = 45^\circ$

6. 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 经过点 $A(1, 1+2t)$, $B(m, 2t)$, 当 $y > y_0$ 时, x 的取值范围是 $n-6 < x < 4-n$, 那么 m 的值可能是 ()

A. -1

B. 0

C. 1

D. 2

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. 计算: $3a \cdot (-2a^2b) =$ _____.

8. 请写出使代数式 $\frac{\sqrt{a}}{a-1}$ 有意义的 a 的一个值为: _____.

9. 方程 $\frac{x}{x-3} + 1 = \frac{7}{x-3}$ 的解是_____.

10. 数据 90、91、92、93、94 的标准差是_____.

11. 方程组 $\begin{cases} x+2y=3 \\ x^2-4y^2+9=0 \end{cases}$ 的解是_____.

12. 已知线段 $a = \sqrt{3}$, $b = 2$, 从 1, $\sqrt{5}$, $\sqrt{7}$, $\sqrt{13}$, 5 这五个数中任意选取一个数作为线段 c 的长度, 那么 a , b , c 是某直角三角形三边的长度的概率是_____.

13. 如果关于 x 的方程 $x^2 - 4cx + 2c - 2 = 0$ 有一根是 $x = 0$, 那么该方程的另一根是_____.

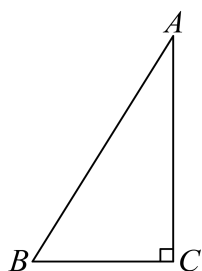
14. 已知点 $A(-4, m^2 + 1)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图像上, 那么在每个象限内, 该函数的值 y 随 x 的值增大而_____. (填“增大”或“减小”)

15. 在正方形 $ABCD$ 中, AC 是其对角线, 那么 $|CD| : |AB + AC|$ 的值为_____.

16. 已知正八边形 $ABCDEFGMN$ 的中心是点 O , 连接 AC , AE , CE , 点 G 是 $\triangle ACE$ 的重心, 如果 $AC = 6$, 那么线段 OG 的长等于_____.

17. 在直角坐标平面内, 如果存在正整数 n 和常数 k , 使得点 $A(x, y)$ 满足 $x^2 = -ny + k$, $y^2 = nx + k$, 其中 $x + y \neq 0$, 那么称点 A 为“ n -优点”. 比如当 $n = 2$, $k = 12$ 时, 点 $B(2, 4)$ 为“2-优点” (这是因为满足 $2^2 = -2 \times 4 + 12$, $4^2 = 2 \times 2 + 12$, $2 + 4 \neq 0$). 已知点 C 在抛物线 $y = -x^2 - 3x + 2038$ 上, 且它还是“2026-优点”, 那么点 C 的坐标是_____.

18. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $BC < AC$. 将 $\triangle ABC$ 绕着点 C 旋转, 点 A 、 B 的对应点分别是点 D 、 E , 如果点 A 恰好在直线 DE 上, 且 $CE \parallel AB$, 那么 $\frac{AE}{AD}$ 的值为_____.



三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分) 【将下列各题的解答过程, 写在答题纸的相应位置上】

19. 计算: $\sqrt{12} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} - |2 - \sqrt{3}| - 6 \cot 60^\circ$.

20. 解不等式组:
$$\begin{cases} 3x - 1 \geq x - 5 \\ \frac{x + 5}{3} > \frac{x}{2} + 1 \end{cases}$$

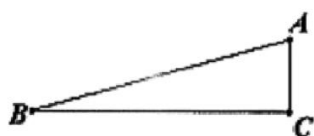
21. 某地一商场为减少能源消耗, 计划为商场外墙与屋顶加建隔热层, 加建成本 w_1 (万元) 与隔热层厚度 x (厘米) 满足关系式 $w_1 = 20x$. 加建后该商场预计每年的能源消耗费用 w_2 (万元) 与隔热层厚度 x (厘米) 满足关系式 $w_2 = -\frac{1}{5}x^2 - 3x + 36 (0 \leq x \leq 8)$. 如果设该商场加建隔热层的成本与未来 5 年的能源消耗费用之和为 y (万元).

(1) 求 y 与 x 的关系式;

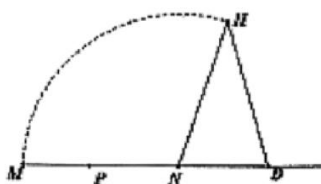
(2) 已知该商场未来 5 年的相关计划费用 p (万元) 满足 $p = y + x^2 - x$, 那么当 $192 \leq p \leq 208$ 时, 求隔热层厚度 x (厘米) 的取值范围.

22. 在九年级第一学期时学习了“黄金分割”以及“黄金三角形”知识, 我们已经知道: 有一个内角为 36°

的等腰三角形称为黄金三角形, 它具有 $\frac{\text{较短边的长}}{\text{较长边的长}} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 的美妙性质. 请运用上述信息, 解决下列问题:



(图 1)



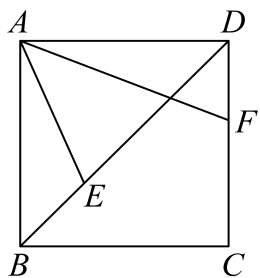
(图 2)

(1) 填空: 等腰 ABC 的顶角 $\angle A = 36^\circ$, 且 $AB = 4$, 那么底边 $BC =$ _____.

(2) 如图 1, 在 ABC 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle B = 18^\circ$, 且 $AB = 4$, 求 AC 的长.

(3) 如图 2, 已知点 P 是线段 MN 的黄金分割点 ($PM < PN$), 在 MN 的延长线上截取 $ND = PN$, 将线段 NM 绕点 N 顺时针旋转 108° , 得到线段 NH , 连接 HD , 请判断 $\triangle NDH$ 是否是黄金三角形? 并说明理由.

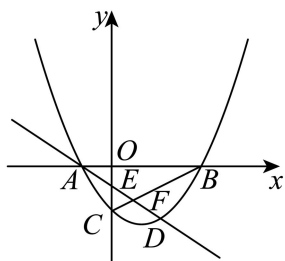
23. 如图, 正方形 $ABCD$ 中, 点 E 在对角线 BD 上, 点 F 在边 CD 上 (点 F 与点 C 不重合), 且 $\angle EAF = 45^\circ$.



(1) 求证: $AF \cdot BE = AE \cdot CF$;

(2) 在图中延长 AE 与 BC 交于点 H , 如果 $CF = \sqrt{2}DF$, 求证: $BH = DF$.

24. 已知抛物线 $C_1: y = \frac{1}{4}x^2 - x - 3$ 与 x 轴交于点 A, B (点 A 在点 B 左侧), 与 y 轴交于点 C .

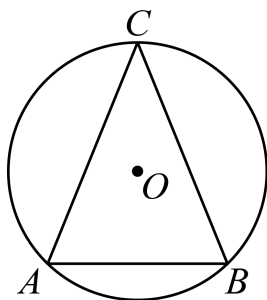


(1) 求 $\triangle ABC$ 的面积.

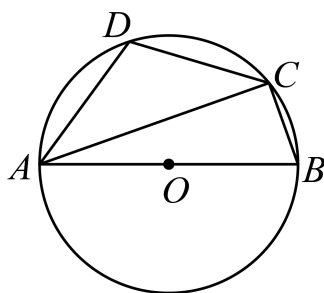
(2) 如图, 点 D 是抛物线第四象限上的一点, 直线 AD 分别交 OC, BC 于点 E, F , 如果 $\cot \angle DEC = \frac{3}{4}$, 求直线 AD 的表达式;

(3) 在第 (2) 小题的基础上, 将抛物线 $C_1: y = \frac{1}{4}x^2 - x - 3$ 向左平移得到抛物线 C_2 , 直线 AD 与抛物线 C_2 交于 M, N 两点 (点 M 在点 N 的上方). 如果点 A 恰好是线段 MN 的中点. 求抛物线 C_2 的表达式.

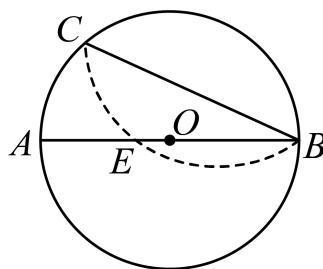
25. 已知线段 AB 是 $\odot O$ 的一条弦, 点 C 是 $\odot O$ 上的一点.



(图1)



(图2)



(图3)

(1) 连接 AC, BC , 如图 1, 如果 $AC = BC$, $\angle C = 45^\circ$, 且 $AB = 4\sqrt{2}$, 求 $\odot O$ 的半径长;

(2) 当圆心 O 在线段 AB 上时.

①如图 2, 已知点 D 在 $\odot O$ 上, 满足 $DA = DC$, 且 $S_{\triangle ADC} = S_{\triangle ACB}$, 如果 $BC = 2$, 求 AC 的长.

②如图 3, 已知点 E 在线段 AB 上, 满足 $AE:BE = 2:3$, 如果沿着弦 BC 翻折 $\odot O$ 后的弧线恰好经过点 E ,

求 $\tan \angle ABC$ 的值.