

松江区 2025 学年初三总复习阶段模拟练习

数学

(满分 150 分, 完卷时间 100 分钟)

学生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题: 没有特殊说明, 几何题均视为在同一个平面内研究问题.
2. 答题时, 务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效.
3. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分) 【下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.】

1. 下列计算正确的是 ()

A. $a^3 - a^2 = a$ B. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ C. $\sqrt{a^2} = a$ D. $\sqrt[3]{a^3} = a$

2. 下列关于 x 的方程中, 不论 a 取什么实数值, 一定有实数根的是 ()

A. $ax^2 + x + 1 = 0$ B. $x^2 + ax - 1 = 0$

C. $x^2 + ax + 1 = 0$ D. $x^2 + x - a = 0$

3. 下列函数中, y 是 x 的反比例函数的是 ()

A. $y = x^2$ B. $y = \frac{1}{x+2}$ C. $y = \frac{2}{x}$ D. $y = \frac{x}{2}$

4. 已知数据: $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的平均数是 m , 方差是 n , 那么数据 $x_1 + 2, x_2 + 2, \dots, x_n + 2$ 的平均数和方差分别是 ()

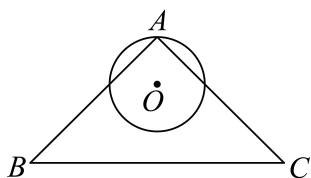
A. m, n B. $m, n+2$ C. $m+2, n$ D. $m+2, n+2$

5. 已知命题: ①垂直于弦的直径平分这条弦; ②平分弦的直径垂直于这条弦, 下列对这两个命题的判断, 正确的是 ()

A. ①是真命题, ②是假命题 B. ①是假命题, ②是真命题

C. ①和②都是真命题 D. ①和②都是假命题

6. 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = AC = 3\sqrt{2}$, 半径为 1 的 $\odot O$ 经过点 A , 且在边 AB 、 AC 上截得的弦长相等, 点 P 在边 BC 上, 如果以 PB 为半径的 $\odot P$ 与 $\odot O$ 相交, 那么 PB 的长可能是 ()



A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

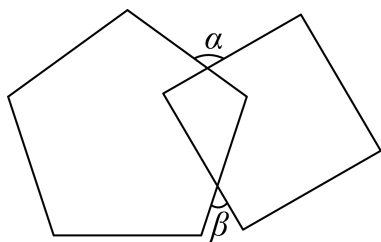
7. 不等式组 $\begin{cases} 2x+2 \geq 0 \\ 4x < 3x+2 \end{cases}$ 的解集是_____.

8. 分解因式: $x^2 - 2xy + y^2 - 1 =$ _____.

9. 函数 $y = \frac{1}{2x-1}$ 的定义域是_____.

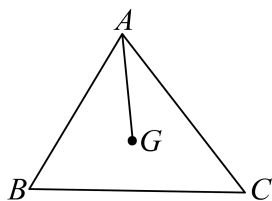
10. 统计数据显示,截至 2026 年 3 月 30 日,电影《飞驰人生 3》的票房总收入约为 44 亿元. 如果该电影的平均票价是每张 40 元,那么售出的电影票大约_____张. (用科学记数法表示)

11. 如图,正五边形与正方形的两邻边相交,如果 $\angle \alpha = 110^\circ$, 那么 $\angle \beta =$ _____ $^\circ$.



12. 现有三张卡片,上面分别写着 2、3、6,随机选择其中的两张,较大数能被较小数整除的概率是_____.

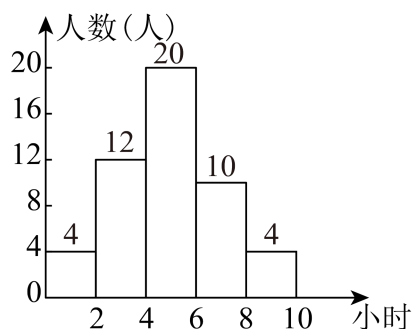
13. 如图,已知点 G 是 ABC 的重心,如果 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{AG} =$ _____. (结果含 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的式子表示)



14. 小明准备去距离学校 10 千米的博物馆,已知汽车的速度比骑自行车的速度快 30 千米/小时,乘汽车去比骑自行车去可以早 $\frac{3}{4}$ 小时到达. 设骑自行车的速度为 x 千米/小时,可列方程为_____.

15. 为了解某年级学生每周课外阅读时长,随机抽取部分学生进行调查,并绘制了如图所示的频数分布直方图 (每组数据含最小值,不含最大值). 如果该年级有 600 名学生,估计该年级平均每周阅读时长不少于 6 小时的学生约有_____名.

每周课外阅读时长频数分布直方图



16. 一个水池的容积是 90m^3 ，水池内蓄有一定量的水，现在保持一定的速度向水池中蓄水，1 小时后水池的水量是 15m^3 ，5 小时后水池的水量是 35m^3 ，那么 8 小时后水池的水量是_____ m^3 。

17. 已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 6$ ， $BC = 8$ ，点 P 、 Q 分别在边 AB 、 BC 上，如果 $\triangle ACP$ 是以 AP 为腰的等腰三角形，且 $CP \perp PQ$ ，那么 PQ 的长是_____。

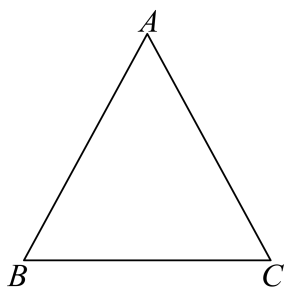
18. 联结抛物线上任意两点的线段叫做抛物线的弦。如果抛物线的一条弦 AB 与抛物线的对称轴垂直，垂足为点 C ，抛物线的顶点为 D ，当 $AB = 4CD$ 时， AB 的长称为这条抛物线的特征值。我们知道，平移不改变抛物线的特征值，那么抛物线 $y = 3x^2 - 2x + 1$ 的特征值是_____。

三、解答题 (本大题共 7 题，满分 78 分)

19. 计算： $8^{\frac{1}{3}} + (\sqrt{2} - 1)^{-1} - |1 - \sqrt{2}| - \sqrt{18}$ 。

20. 解方程组：
$$\begin{cases} x - y = 3 \text{ ①} \\ x^2 - xy - 6y^2 = 0 \text{ ②} \end{cases}$$

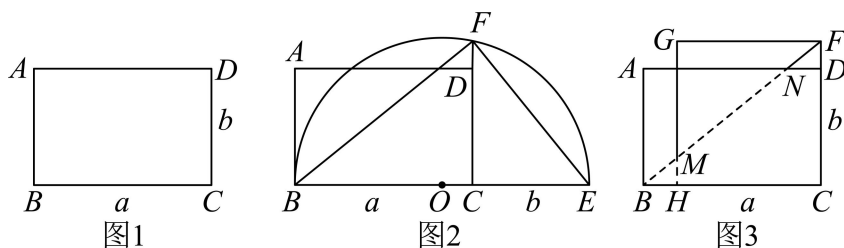
21. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 2\sqrt{5}$ ， $\tan B = 2$ 。



(1) 试用无刻度直尺和圆规，在直线 BC 上作出点 D ，使 $\triangle DAC \sim \triangle ABC$ ，点 D 、 A 、 C 的对应点分别是点 A 、 B 、 C 。(不必写作法，保留作图痕迹)

(2) 在 (1) 的基础上，求线段 BD 的长。

22. 【问题提出】把一个长、宽分别为 a 、 b ($b < a < 4b$) 的长方形 (如图 1)，剪拼成一个正方形 (拼接的时候无缝隙、不重叠，裁剪的损耗忽略不计)



【方案设计】某学习小组提出以下设计思考：

(1) 根据剪拼前后图形面积不变，可知剪拼后正方形的边长为_____。(用含 a 、 b 的代数式表示)

如图 2，延长 BC 至点 E ，使 $CE = b$ ，以 BE 为直径作半圆 O 。延长 CD 交 $\odot O$ 于点 F ，联结 BF 、 EF ，可得 $\angle BFE = 90^\circ$ (后续说理如需用到这一结论，可直接使用)，他们认为：“就是所求正方形的边长”；

如图 3，以为边，在左侧作正方形 $CFGH$ ， BF 分别与 GH 、 AD 交于点 M 、 N ，沿虚线 BN 、 HM 裁剪， $\triangle BHM$ 、 $\triangle ABN$ 可以通过适当的图形运动分别与 $\triangle NDF$ 、 $\triangle GMF$ 叠合，拼成正方形 $CFGH$ 。

【论证说明】

(2) 如图 2，该学习小组认为：“ CF 是所求正方形的边长”，试说明理由；

【论证说明】

(3) $\triangle BHM$ 可以通过怎样的图形运动与 $\triangle NDF$ 叠合，并说明它们能够叠合的理由。

23. 已知 AB 是半圆 O 的直径，弦 AC 、 BD 交于点 E ， OC 与 BD 交于点 F ，满足 $\frac{DE}{BE} = \frac{CE}{AE} = \frac{1}{2}$ 。

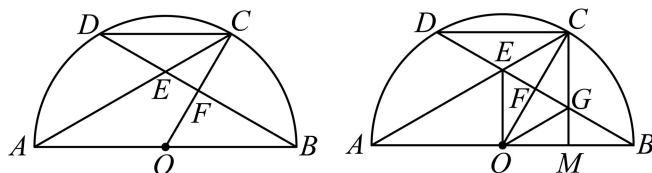


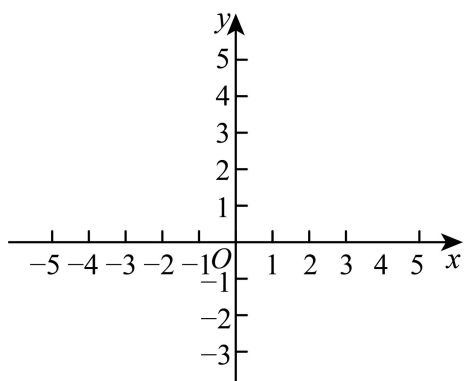
图1

图2

(1) 求证： $OC \perp BD$ ；

(2) 如图 2， M 是 OB 的中点， CM 与 BD 交于点 G ，求证：四边形 $CEOG$ 是菱形。

24. 在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y = \frac{1}{2}x + 2$ 与 x 轴交于点 A ，与 y 轴交于点 B ， C 是直线 AB 上一点 (不与点 A 重合)，且 $AB = BC$ ，抛物线 $y = ax^2 + bx - 2$ 经过 A 、 C 两点。



- (1) 求抛物线的表达式;
- (2) 点 D 在抛物线上, 且位于第一象限, 如果四边形 $OBCD$ 是梯形, 求梯形 $OBCD$ 的面积;
- (3) 点 P 、 Q 都在第三象限, 其中点 P 在抛物线上, 点 Q 在抛物线的对称轴上, 如果 $\triangle APQ$ 与 $\triangle AOB$ 相似, 且边 PQ 与边 OB 对应, 求点 Q 的坐标.

25. 已知正方形 $ABCD$, 点 E 在边 BC 上, 点 F 在 BC 的延长线上, AF 与 CD 交于点 G .

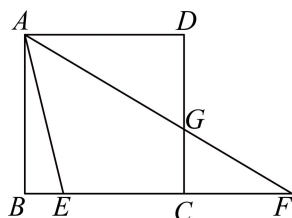


图1

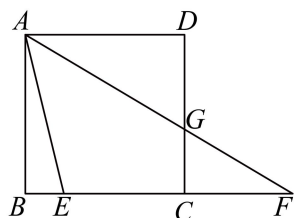
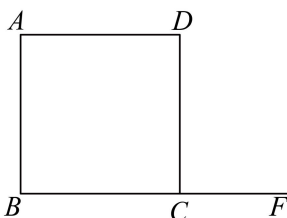


图2



备用图

- (1) 如图 1, 如果 $CE = CG$, 求证: $BC^2 = BE \cdot BF$;
- (2) 如图 2, 如果 $\angle EAF = 45^\circ$, 且 $CE = CF$, 求 $\angle F$ 的正切值;
- (3) 以点 C 为圆心 CE 为半径画圆, $\odot C$ 与以 AE 为直径的 $\odot O$ 的另一个交点记为点 P , 如果 $AB = 2$, $CF = 2CE$, $EP = CG$, 求 EF 的长.