

2025 学年第二学期九年级命题指导研修

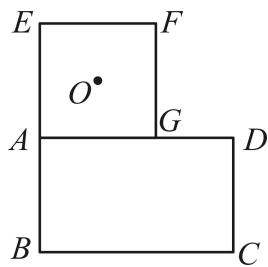
数学样卷

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 24 题. 试卷满分 150 分. 考试时间 100 分钟.
2. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效.
3. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.
4. 填空题须在对应矩形框内作答, 超出对应边框作答无效.

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分) 【下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. 下列关于 $(x^2)^3$ 计算所得的结果中, 正确的是 ()
A. x^5 B. x^6 C. x^8 D. x^9
2. 已知 a 是 b 的相反数, 且 $a \neq 0$, 那么下列式子中正确的是 ()
A. $a + b = 0$ B. $a - b = 0$ C. $a \cdot b = 1$ D. $a \div b = 1$
3. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x - m = 0$ 有两个不相等的实数根, 那么下列各数中, m 可以取的值是 ()
A. -3 B. -2 C. -1 D. 0
4. 某校举办校园歌手大奖赛, 在评委评定的十个分数中, 去掉一个最高分, 去掉一个最低分, 剩余的八个分数与原来的十个分数相比, 一定不会变化的统计量是 ()
A. 平均数 B. 众数 C. 中位数 D. 方差
5. 已知一个正多边形的中心角等于 60° , 那么下列关于这个正多边形的结论中, 错误的是 ()
A. 边数为 6 B. 每个外角都等于 60°
C. 边长与半径长的比为 $1:2$ D. 既是轴对称图形也是中心对称图形
6. 如图 1, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 6$, $BC = 10$. 正方形 $AEFG$ 的顶点 E 在 BA 的延长线上, $AE = AB$, 点 G 在边 AD 上, O 为正方形 $AEFG$ 的中心, 如果过点 O 的一条直线平分这个组合图形的面积, 且这条直线分别交 EF 、 BC 于点 M 、 N , 那么线段 MN 的长为 ()



- A. $2\sqrt{17}$ B. $4\sqrt{10}$ C. $6\sqrt{5}$ D. 13

二、填空题：（本大题共 11 题，每题 4 分，满分 44 分）

7. 计算： $2x^2 \cdot 3xy =$ _____.

8. 方程 $\sqrt{2x+3} = 2$ 的解是_____.

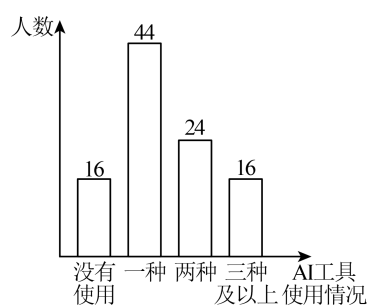
9. 函数 $y = \frac{x+1}{x^2}$ 的定义域是_____.

10. 已知正比例函数的图像经过第二、四象限，点 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ 在该正比例函数的图像上，如果 $x_1 < x_2$ ，那么 y_1 _____ y_2 、（填“>”、“<”或“=”）

11. 已知点 $A(2, 3)$ 、 $B(3, b)$ 在同一反比例函数的图像上，那么 $b =$ _____.

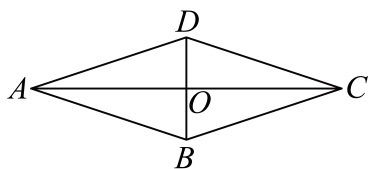
12. 有 3 张分别写有数字 2、3、5 的卡片，如果从这三张卡片中任意抽取两张卡片，卡片上的数字的积恰好为偶数的概率是_____.

13. 近年来，AI 工具逐渐融入学生学习生活中，某校为了了解本校学生使用 AI 工具的情况，随机抽取了部分学生进行问卷调查，并将调查所得数据整理后绘制成如图的条形统计图．如果该校共有 1000 名学生，那么根据调查结果，估计该校学生中使用两种及以上 AI 工具约有_____人．

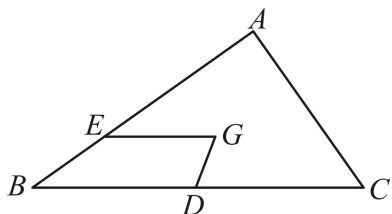


14. 2025 年中国国内生产总值（GDP）约为 1.4×10^{14} 元，预计 2026 年将比 2025 年 GDP 增长 5%，那么预计 2026 年比 2025 年 GDP 增长_____元。（结果用科学记数法表示）

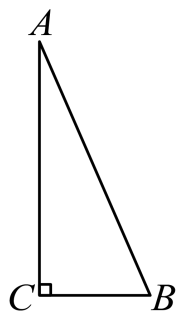
15. 如图，菱形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于点 O ，如果 $AO = 3BO$ ，那么 $|\overrightarrow{CD}| : |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}|$ 的值为_____.



16. 如图, 已知 G 是 $\triangle ABC$ 的重心, 点 E 在边 AB 上, $EG \parallel BC$, D 是 BC 中点, 连接 GD . 如果 $GD:EG:AB=1:2:5$, $BC=12$, 那么点 G 到直线 AC 的距离是_____.



17. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AB = 13$, $BC = 5$ (如图所示). 点 D 在边 AB 上 (不与点 A 、 B 重合), $DE \perp AC$, $DF \perp BC$, 垂足分别为 E 、 F , $\odot E$ 的半径长为 2. 如果 $\odot F$ 与 $\odot E$ 外切, 那么 $\odot F$ 的半径长 r 的取值范围是_____.

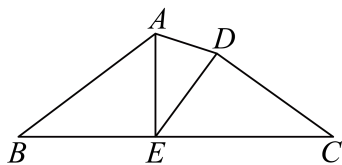


三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 82 分)

18. 计算: $\frac{6}{2+\sqrt{3}} - \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} + |\sqrt{3}-2| + 9^{\frac{1}{2}}$.

19. 解方程: $\frac{x}{x+2} - \frac{10}{x^2-x-6} = \frac{2}{x-3}$.

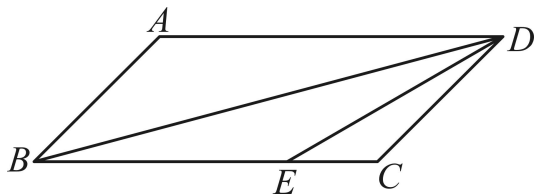
20. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle B = \angle C$, 点 E 在边 BC 上, $\angle AED = \angle B$, $AE = ED$, $BE = 10$.



(1) 求 CD 的长;

(2) 如果 $AB = 12$, $\sin C = \frac{3}{5}$, 求 $\tan \angle DEC$ 的值.

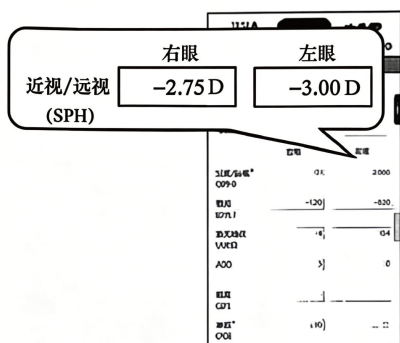
21. 已知: 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 点 E 在边 BC 上, $DC^2 = CE \cdot CB$, $\angle CED = \angle ABD$.



- (1) 求证：四边形 $ABCD$ 是平行四边形；
- (2) 联结 AC 交 BD 于点 O ，联结 OE 。如果 $BE \cdot AD = BD \cdot AB$ ，求证： $EO \perp BD$ 。

22. 小普同学在物理课上学习光的折射知识后，知道了近视眼镜的镜片是凹透镜。

【生活观察】生活中配眼镜时需要先验光，如图是店家提供的验光单的一部分，其中“ $-2.75D$ ”中的“ $-$ ”表示该镜片为近视眼镜的镜片，“ $2.75D$ ”表示该镜片的透镜焦度是 2.75 （焦度是表示透镜对光线偏折能力强弱的物理量，用 ϕ 表示），平时说的眼镜镜片的度数 y 关于透镜焦度 ϕ 的函数解析式为 $y = 100\phi$ 。



- (1) 根据上图验光单的一部分，直接写出右眼和左眼眼镜镜片的度数。

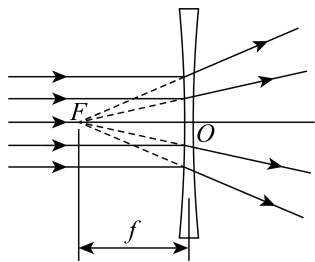
【问题解决】小普同学为了验证一副近视眼镜和一张标记左眼、右眼均为 $-5.00D$ 的验光单是否匹配，他综合数学与物理所学的知识（见材料一、二），设计了一个验证实验（见材料三）。

材料一：摘自数学八上教材 $P79$ 页

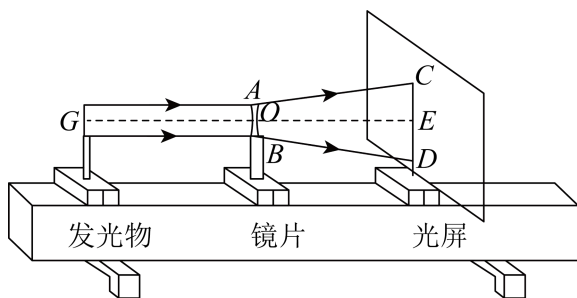
近视眼镜镜片的度数 y （度）与镜片焦距 f （米）成反比例。已知 400 度的近视眼镜镜片的焦距为 0.25 米。

材料二：摘自物理八上教材 $P98$ 页

如图所示，平行于主轴的光通过凹透镜后，会向远离主轴的方向偏折，这些光的反向延长线相交于主轴上一点 F ，点 F 叫做凹透镜的虚焦点。凹透镜的光心 O 是主轴上一个特殊的点。虚焦点 F 到光心 O 的距离叫做凹透镜的焦距，用字母 f 表示。

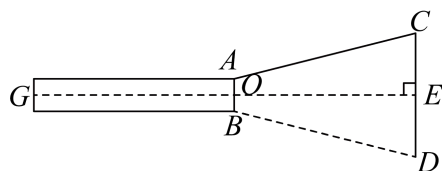


材料三：把这副近视眼镜的镜片看作一个圆，如图，把发光物、镜片和光屏放置在光具底座上，将它们的中心位置调节到高度一致。用一束平行于主光轴 GE 的光线射向镜片，镜片光心为点 O ，在镜片另一侧的光屏上形成了一个圆形光斑。

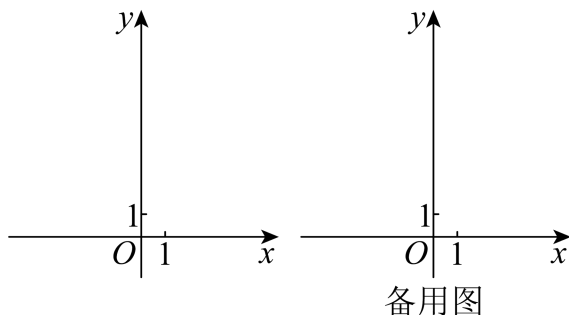


(2) 根据材料一，求近视眼镜镜片的透镜焦距 Φ 关于镜片焦距 f 的函数解析式。

(3) 根据材料三抽象出数学模型 (如图)，镜片直径 AB 与光斑直径 CD 平行， $GE \perp CD$ ，测得 $AB = 0.06$ 米， $CD = 0.15$ 米，镜片光心 O 到光屏的距离 OE 为 0.3 米。结合材料二，请判断这副近视眼镜的度数是否与这张验光单匹配？并阐述理由。



23. 在平面直角坐标系 xOy 中 (如图所示)，已知某抛物线的表达式为 $y = ax^2$ ($a > 0$)。沿着 x 轴的正方向看，点 M 在抛物线的上升部分，设直线与 x 轴的夹角为 α 。



(1) 如果 $\tan \alpha = 4$ ， $OM = \sqrt{17}$ ，求该抛物线的表达式；

(2) 已知点 N 在抛物线的下降部分, 且 $\angle OMN = 2\alpha$.

①求 $\frac{OM}{MN}$ 的值;

②平移抛物线, 使新抛物线的顶点 O' 落在线段 MN 上, 且新抛物线与 y 轴交于点 C . 已知点 M 的纵坐标为 1, 当四边形 $OMCN$ 是以 ON 为腰的等腰梯形时, 求点 O' 的坐标.

24. 扇形 AOB 与扇形 COD 组成一个如图 1 的图形, 其中扇形 AOB 的圆心角等于 90° , 点 C 、 D 分别在半径 OA 、 OB 上, 分别记扇形 AOB 、扇形 COD 的圆心角所对的弧为 $\widehat{AB}$ 与 $\widehat{CED}$, 半径长分别为 R 与 r .

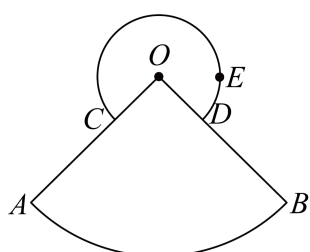


图1

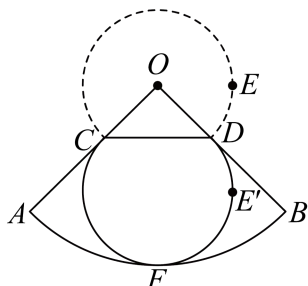


图2

(1) 已知 $\widehat{AB}$ 的长与 $\widehat{CED}$ 的长相等, $AC = 6$, 求这个图形的面积 S (结果保留 π);

(2) 连接 CD , 作 $\widehat{CED}$ 关于直线 CD 的对称图形 $\widehat{CE'D}$.

①连接 AB , 如果 $\widehat{CE'D}$ 与 AB 交于点 M 、 N (点 M 在点 N 的左侧), 且 $AM = MN$, 求 R 与 r 之间的数量关系;

②如果 $\widehat{CE'D}$ 所在的圆与 $\widehat{AB}$ 所在的圆内切于点 F (如图 2 所示), 点 P 是 $\widehat{CF}$ 上一点, 连接 FP 并延长交 AC

于点 Q , 当 $\frac{FP}{PQ} = \sqrt{2} + 1$ 时, 求 $\angle CQF$ 的度数.