

学业水平参考样卷

数学

(时间 100 分钟 满分 150 分)

考生注意：

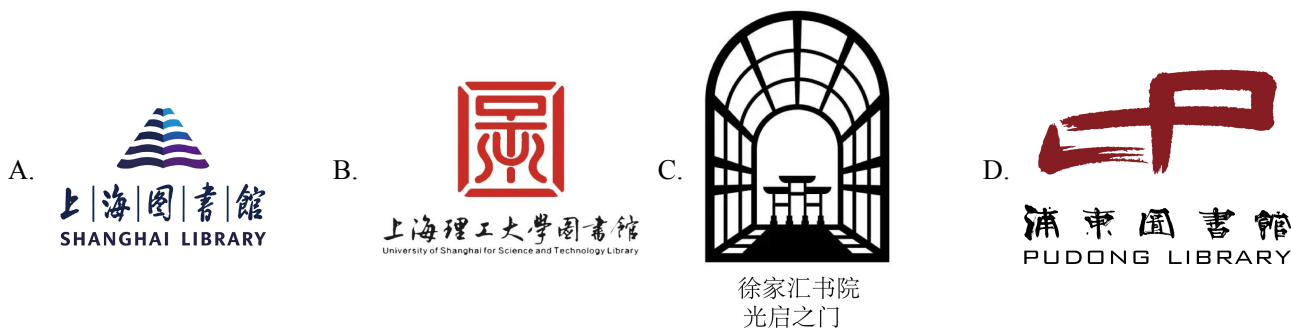
1. 本试卷含三个大题，共 25 题；答题时，考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答，在草稿纸、本试卷上答题一律无效；
2. 除第一、二大题外，其余各题如无特别说明，都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤；
3. 填空题须在对应矩形框内作答，超出对应边框作答无效.

一、选择题 (本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分) 【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的】

1. 下列计算正确的是 ()

- A. $x^3 \cdot x^3 = 2x^3$ B. $(x^2)^3 = x^5$ C. $(-xy)^4 = x^4 y^4$ D. $x^3 + x^5 = x^8$

2. 全民阅读有助于提升国家和民族的精神力量. 上海各区和高校都有开放型图书馆提供给市民，以下是其中四个图书馆标志，其图案 (忽略文字部分) 不是轴对称图形的是 ()



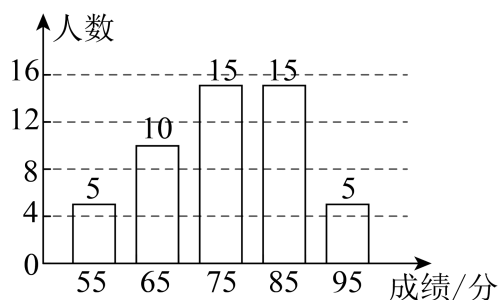
3. 下列函数中，函数值 y 随自变量 x 的值增大而减小的是 ()

- A. $y = \frac{x}{2}$ B. $y = -\frac{x}{2}$ C. $y = \frac{2}{x}$ D. $y = -\frac{2}{x}$

4. 在 $\triangle ABC$ 中， D 、 E 分别是边 AB 、 AC 的中点，下列说法不正确的是 ()

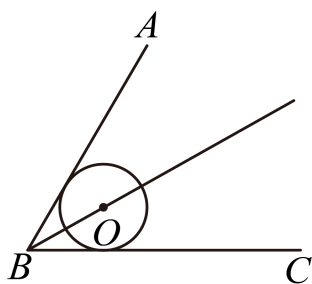
- A. $\overrightarrow{AD} \parallel \overrightarrow{AB}$; B. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD}$; C. $|\overrightarrow{AE}| = \frac{1}{2} |\overrightarrow{AC}|$; D. $\overrightarrow{DE} = \frac{1}{2} \overrightarrow{BC}$.

5. 某学校组织了一场体能测试，抽出 50 个人的成绩 (分数) 进行统计，结果如图所示. 关于这 50 人的分数，下列说法正确的是 ()



- A. 中位数是 15 B. 众数是 15 C. 中位数是 75 D. 众数是 85

6. 如图, 已知 $\angle ABC = 60^\circ$, 半径为 1cm 的 $\odot O$ 与边 BA 、 BC 均相切, 如果 $\odot O_1$ 与 $\angle ABC$ 的两边都相切, 且与 $\odot O$ 相交, 那么 $\odot O_1$ 的半径长可以是 ()



- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. 计算: $2^{-1} =$ _____.

8. 因式分解: $3b - 3b^3 =$ _____.

9. 分式方程 $\frac{x^2 - 1}{x^2 + 2x} = \frac{3}{x(x+2)}$ 的解是 _____.

10. 不等式 $\begin{cases} 2x+1 \geq 0 \\ -x+1 \geq 0 \end{cases}$ 的解集是 _____.

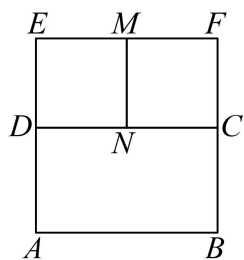
11. 某科技园区调查发现, 园区每家企业平均每周使用生成式 AI 工具处理文档约 552000 次. 数据 552000 用科学记数法表示为 _____.

12. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 3x + (m-2) = 0$ 有两个不相等的实数根, 则 m 的取值范围是 _____.

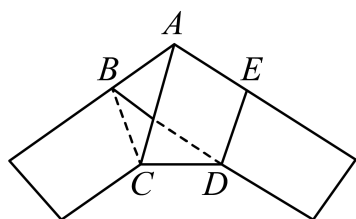
13. 商场抽奖箱里三个完全一样的小球里面装着小纸条, 其中两个写着“谢谢参与”, 一个写着“小礼品一份”. 某顾客随机摸出两个小球, 都是“谢谢参与”的概率是 _____.

14. 如图, 用 24 米铝型材做成一个窗框 $ABFE$ (含内框 MN 、 DC), 窗框上方是两个全等的正方形

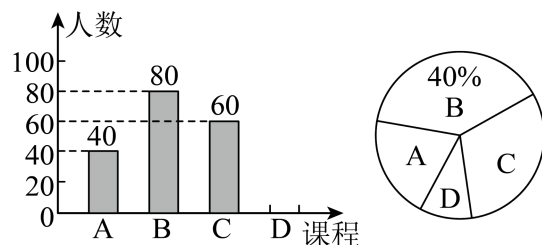
$DEMN$ 和 $CFMN$ ，下方是矩形 $ABCD$ ．如果正方形 $DEMN$ 的边长为 x 米，那么下方矩形 $ABCD$ 的面积为_____平方米．（用含 x 的代数式表示）



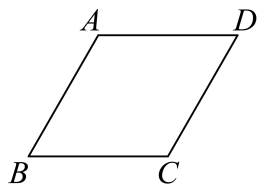
15. 如图，用一条宽相等的足够长的纸条，打一个结，然后轻轻拉紧、压平就可以得到如图所示的正五边形 $ABCDE$ ， $\angle ABD$ 的度数_____．



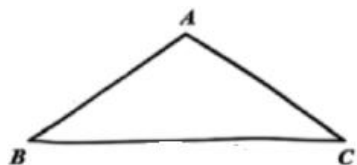
16. 某校为了开设学生喜欢的美育课程，随机抽取了部分学生进行调查，要求学生从书法、国画、合唱、水彩画（分别记为 A 、 B 、 C 、 D ）这四个课程中选择一个自己最喜爱的课程，并将调查结果绘制成如下两张不完整的统计图．已知该校共有 1000 名学生，根据图中信息，请你估计选择“合唱”课程的学生大概有_____人．



17. 如图，在菱形 $ABCD$ 中，点 E 、 F 分别在边 AB 、 BC 上，将菱形 $ABCD$ 沿着 EF 翻折，使点 B 恰好与 $\triangle ACD$ 的重心 G 重合．若菱形 $ABCD$ 的面积为 18，则 $\triangle BEF$ 的面积为_____．



18. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 5$ ， $BC = 8$ ，点 O 在边 AB 上，如果 $\odot O$ 与 $\triangle ABC$ 的一边所在的直线相切，且经过 $\triangle ABC$ 的一个顶点，那么 OB 的长是_____．



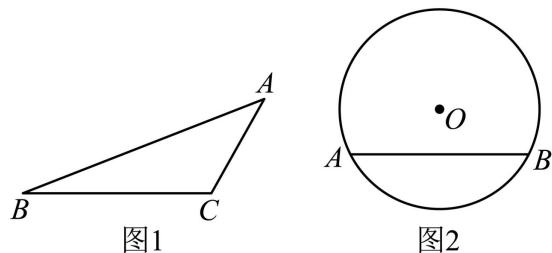
三. (本大题共 6 题, 满分 78 分)

19. 先化简, 再求值: 已知代数式 $\left(1 + \frac{1}{m-2}\right) \div \frac{m^2 - 2m + 1}{2m - 4}$, 其中 $m = \sqrt{3}$.

20. 已知函数 $y = \sqrt{2-x}$, 请解决下列问题:

- (1) 请按照列表、描点、连线的步骤, 在平面直角坐标系 xOy 中画出函数的大致图像;
- (2) 如果一条直线与坐标轴的交点和函数 $y = \sqrt{2-x}$ 图象与坐标轴的两个交点完全相同, 那么这条直线的表达式是_____.
- (3) $A(m, n)$ 是函数 $y = \sqrt{2-x}$ 图象上的点, 如果 $n < 2$, 那么 m 的取值范围是_____.

21. 如果一个三角形一条边上的高等于这条边的一半, 那么这个三角形叫做“半高底”三角形, 这条边叫做这个三角形的“半底”.



(1) 如图 1, ABC 是以 BC 为“半底”的“半高底”三角形, 已知 $AC = 2\sqrt{29}$, $\tan B = \frac{5}{12}$, 求 BC 的长;

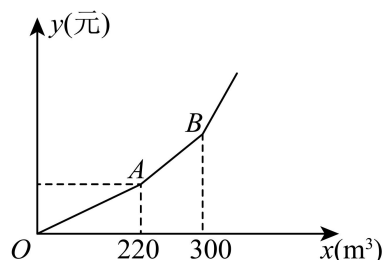
(2) 如图 2, AB 是 $\odot O$ 的一条弦, 用无刻度直尺和圆规作图, 在圆上确定一个点 C , 使得 ABC 是以 AB 为“半底”的“半高底”三角形 (保留作图痕迹, 无需写作法).

22. 上海市居民自来水水费由供水费和污水处理费两部分组成, 污水处理量由于损耗按照用水量的 90% 核定计算, 污水处理费统一单价为 2 元/ m^3 . 小户型家庭供水费按年用水量分三档计费, 收费标准如下表, 每户每年应缴自来水水费 y (元) 与用水量 x (m^3) 关系如图所示.

分类	第 1 档	第 2 档	第 3 档
用水量 x (m^3)	不超过 220	超过 220 不超过 300 的部分	超过 300 的部分

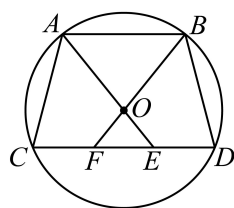
供水费单价 (元/m ³)	2.25	n	6.99
污水处理费 (元/m ³)	2.00		

根据上述信息，解答下列问题：



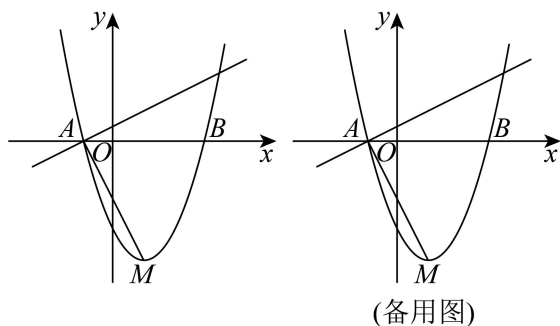
- (1) 第 1 档的自来水水费 1m³ 的单价为_____元；图中点 A 的纵坐标为_____；
- (2) 小华家去年的年用水量为 250m³，共缴纳水费 1065 元．通过计算推出 n 的值为_____元；
- (3) 已知小明家去年共缴水费 2234 元，求小明家去年的年用水量．

23. 如图，已知 AB 、 CD 为 $\odot O$ 的两条弦， $AB < CD$ ，连接 AO 、 BO 并延长交弦 CD 于点 E 、 F ，且 $CF = DE$ ．



- (1) 求证： $AB \parallel CD$ ；
- (2) 如果 $AC^2 = OA \cdot AE$ ，求证： $\widehat{AB} = \widehat{AC}$ ．

24. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $C_1: y = x^2 + bx + c$ 经过点 $A(-1, 0)$ 和点 $B(3, 0)$ ，顶点为 M ．直线 l 经过点 A ，且 $l \perp AM$ ．



- (1) 求直线 l 的表达式；
- (2) 已知抛物线 $C_2: y = ax^2 + mx + n$ 也经过 A 、 B 两点，且开口向下，顶点为 N ．设 D 为抛物线 C_2 与

直线 l 的交点，连接 AN 、 DN 、 DM ，当四边形 $ANDM$ 是梯形时，求抛物线 C_2 的表达式.

25. 在四边形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ，点 E 在边 CD 上，且 $CE = 3DE$ ， $AB = 2AE$ ，连接 AE 、 BE 。

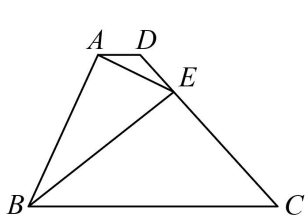


图1

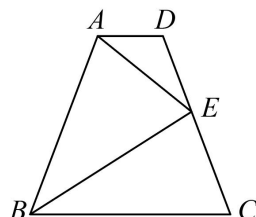


图2

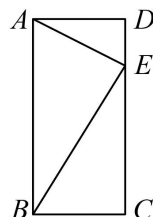


图3

(1) 如图 1，求证： $\angle AEB = \angle ABC$ ；

(2) 如图 2，当 $AB = CD = BE$ 时，求 $\frac{AD}{BC}$ 的值；

(3) 如图 3，当四边形 $ABCD$ 为矩形且 $AB = 8$ 时，点 O 在线段 BE 上，且 $\odot O$ 截 AB 、 CD 两边所得的两条弦相等。如果 $\odot O$ 与 $\odot C$ 的公共弦所在直线恰好经过点 B ， $\odot C$ 的半径为 3，求此公共弦的长。