

2025 学年第二学期

九年级数学

(时间: 100 分钟, 满分: 150 分)

注意事项:

1. 本卷含三个大题, 共 25 题. 答题时, 务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效.
2. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.
3. 答题中不能使用计算器.

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

【下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. 下列二次根式中, 与 $\sqrt{12}$ 是同类二次根式的是 ()
A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. $\sqrt{5}$ D. $\sqrt{6}$
2. 下列运算中, 计算结果正确的是 ()
A. $a^2 \cdot 2a^3 = 2a^6$ B. $a^2 + 2a^3 = 3a^5$
C. $(a^2)^3 = a^5$ D. $a^5 \div 2a^2 = \frac{1}{2}a^3$
3. 如果一个反比例函数的图像在它所在的每个象限内, y 的值随 x 的值增大而减小, 那么这个函数图像可能经过的点是 ()
A. $(3,1)$ B. $(2,-1)$ C. $(-2,4)$ D. $(0,0)$
4. 某校为了解学生体育运动时间的情况, 将调查所得的 50 个数据整理成下表:

体育运动时间 (小时)	1.5	1.7	1.8	2	2.2
人数 (人)	10	10	20	5	5

- 对于这组数据, 下列判断中, 正确的是 ()
- A. 众数和平均数相等
 - B. 中位数和平均数相等
 - C. 中位数和众数相等
 - D. 中位数、众数和平均数都相等
5. 已知平行四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于点 O , 下列补充条件中, 能判定这个平行四边形是正

方形的是 ()

A. $AC = BD$, $AB \perp BC$

B. $AO = BO$, $AC \perp BD$

C. $AB = AD$, $AC \perp BD$

D. $AO = CO$, $AB \perp BC$

6. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $BC = 5$, $AC = 12$, 点 D 是边 AB 上一点, 若以 D 为圆心, AD 为半径的 $\odot D$ 与以 B 为圆心, BC 为半径的 $\odot B$ 相交, 且点 C 在 $\odot D$ 的内部, 则 AD 的取值范围为 ()

A. $4 < AD < 9$

B. $4 < AD < 6.5$

C. $6.5 < AD < 9$

D. $6.5 < AD < 13$

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. 因式分解: $a^2 + 2a =$ _____.

8. 方程 $\sqrt{2x-1} = 3$ 的解是_____.

9. 函数 $f(x) = \frac{x-3}{2-x}$ 的定义域是_____.

10. 不等式组 $\begin{cases} \frac{x}{2} + 1 \geq 0 \\ 3x - 2 < x \end{cases}$ 的解集是_____.

11. 将抛物线 $y = x^2 + 2x - 3$ 向上平移 4 个单位后, 所得的新抛物线与 y 轴的交点坐标为_____.

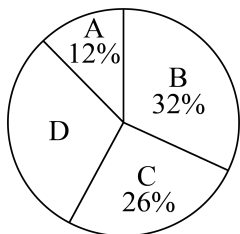
12. 若关于 x 的一元二次方程 $ax^2 - 2x + 1 = 0$ 有实数根, 则 a 的取值范围是_____.

13. 在一个平衡的天平左、右两端托盘上, 分别放置质量为 10g 和 25g 的物品后, 天平倾斜 (如图所示),

现从质量为 5g , 10g , 15g 的三件物品中, 随机选取两件放置在天平的左端托盘上, 则天平恢复平衡的概率为_____.



14. 为激发青少年崇尚科学, 探索未知的热情, 某校开展“逐梦科技强国”为主题的活动, 随机抽取了 200 名学生的模型设计成绩 (成绩为百分制, 用 x 表示), 整理后将其分成如下四组: $A: 60 \leq x < 70$, $B: 70 \leq x < 80$, $C: 80 \leq x < 90$, $D: 90 \leq x \leq 100$, 并将结果绘制成扇形统计图 (如图所示). 如果该校学生共 1200 人, 请估计全校模型设计成绩不低于 80 分的学生共有_____人.

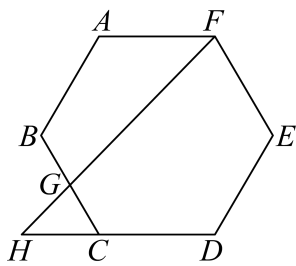


15. 在梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $AB = 2CD$, AC 与 BD 交于点 P , 令 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$, 那么

$\overrightarrow{AP} =$ _____; (用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示)

16. 在某次演习中, 我国火箭军成功发射了一枚“东风-31AG”洲际弹道导弹, 导弹平均速度为 25 马赫, 马赫为速度单位, 1 马赫约为 340 米/秒. 用科学记数法表示“东风-31AG”导弹的平均速度为 _____ 米/秒.

17. 如图, 已知在正六边形 $ABCDEF$ 中, $AB = 4$, 点 G 是边 BC 的中点, 连接 FG 并延长, 交 DC 延长线于点 H , 则 CH 的长为 _____.



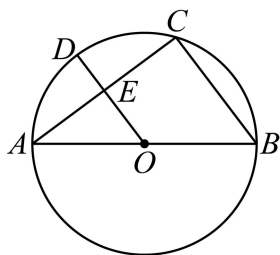
18. 定义: 有一组对角相等而另一组对角不相等的凸四边形叫做“等对角四边形”. 已知在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle A = 36^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 沿着过点 B 的直线 l 翻折, 使点 C 落在 AB 边上的点 D 处, 点 E 是边 AC 上一点, 若四边形 $BCED$ 是“等对角四边形”, 则 $\frac{AE}{AC}$ 的值为 _____.

三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. 计算: $(\sqrt{3})^{-1} - (\pi - 1)^0 + 12^{\frac{1}{2}} - |\sqrt{3} - 1|$

20. 解方程: $\frac{x+1}{x^2-5x+6} - \frac{4}{x-3} = 1$

21. 如图, 已知 $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, AB 是 $\odot O$ 的直径, AC 为 $\odot O$ 的弦, 且 $AC = 8$, 点 D 为 $\widehat{AC}$ 的中点, 连接 OD , 交 AC 于点 E , $DE = 2$.



- (1) 求 $\odot O$ 的半径;
- (2) 连接 BE , 求 $\cos \angle BEO$ 的值.

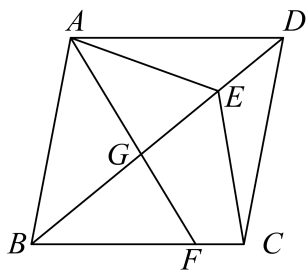
22.

背景	我国新能源汽车产销量连续 10 年全球第一，2025 年出口 261.5 万辆，纯电动汽车占比超六成。凭借环保节能的优势，电动车越来越受到青睐，预计到 2035 年，纯电动汽车将占据市场绝对主导地位.
素材 1	工程师对某品牌的 A 款电动车进行充电测试，用快速充电桩和慢速充电桩分别对剩余电量为 20% 的两台 A 款电动车同时充电，充电时，各自的电量 y 与充电时间 x（小时）的函数图象分别为图中的线段 BC 和 BD .
素材 2	暑假里，小明一家驾驶某品牌的 A 款电动车从家出发去外地旅游，途中发现电量不足，便驶入服务区充电。此时，车辆剩余电量为 20%，但服务区内的快速充电桩已满，只能先使用慢速充电桩充电。小明一家在慢速充电 40 分钟后，恰好有快速充电桩空出，立即改为快速充电（切换时间忽略不计）。由于行程安排，他们在服务区最多能停留 1.5 小时.

问题解决

- (1) 任务一：根据素材 1，试分别对快速充电和慢速充电两种情况，写出 y 关于 x 的函数解析式，并分别指出自变量 x 的取值范围.
- (2) 任务二：当他们离开服务区时，车辆的电量能否充至 100%？请说明理由.

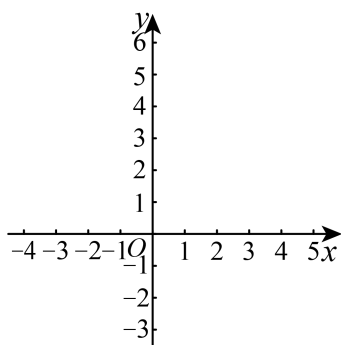
23. 如图，已知四边形 $ABCD$ 是平行四边形，点 E 是对角线 BD 上一点， $BE > ED$ ， $AE = EC$.



(1) 求证：四边形 $ABCD$ 是菱形；

(2) 点 F 是边 BC 上一点， AF 与 BD 相交于点 G ，若 $BG \cdot BE = AB \cdot BF$ ，求证： $AB^2 = BE \cdot DG$ 。

24. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知抛物线 $y = ax^2 - 6ax + c$ ($a < 0$) 与 x 轴交于 $A(1, 0)$ 和点 B ，顶点为 D 。



(1) 求此抛物线的对称轴及点 B 的坐标；

(2) 抛物线的对称轴与 x 轴交于点 M ，点 P 是抛物线上横坐标为 2 的一点， BP 与对称轴交于点 N ，连接 BD 。

①求 $S_{\triangle BDN} : S_{\triangle BMN}$ 的值；

②设直线 PD 与 x 轴交于点 F ，过点 F 作 BD 的平行线，与 y 轴交于点 E ，当四边形 $BDFE$ 是直角梯形时，求 $\angle PBO$ 的正切值。

25. 如图 1， AB 是半圆 O 的直径，点 C 是半圆上一点，过点 C 的直线交 BA 的延长线于点 D ，点 E 是线段 OB 上一点，且满足 $OE = AD$ ，过点 E 作 AB 的垂线交 DC 的延长线于点 F ，交 BC 于点 G ，且 $\angle F = 2\angle ABC$ 。

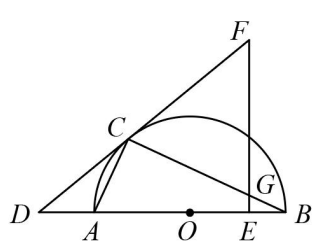


图1

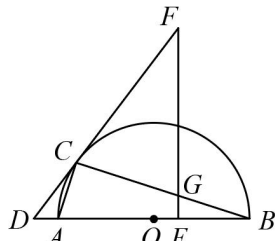
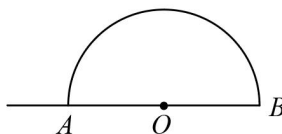


图2



备用图

(1) 求证： $\angle ACD = \angle ABC$ ；

(2) 如图 2, 当 $BE = 3OE$ 时, 求 $\frac{CF}{CD}$ 的值;

(3) 设 EF 与 $\widehat{BC}$ 的交点为 P , 连接 OP , 交 BC 于点 M , 若以 O 为圆心, OE 长为半径的圆与以 P 为圆心, PM 为半径的圆外切, 求 $\sin \angle ABC$ 的值.