

数学练习

注意:

1. 本练习卷含三个大题, 共 25 题;
2. 答题时, 务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本练习卷上答题一律无效;
3. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分) 【下列各题的四个选项中, 有且只有一个是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.】

1. 函数 $f(x) = \frac{1-x}{x-2}$ 的定义域是 ()

- A. $x=1$ B. $x=2$ C. $x \neq 1$ D. $x \neq 2$

2. 下列计算正确的是 ()

- A. $2x \cdot 3x = 6x^2$ B. $x + x = x^2$
- C. $(-x)^3 \div (-x)^2 = x$ D. $\left(-\frac{1}{x}\right)^{-2} = -x^2$

3. 当 a 是任意有理数时, 下列代数式的值一定为正数的是 ()

- A. a^2 B. $a^2 + a$ C. $a^2 + a + \frac{1}{5}$ D. $a^2 + a + 1$

4. 已知一组数据: x_1, x_2, x_3 , 它们的平均数是 3, 方差是 2, 那么数据 $2x_1, 2x_2, 2x_3$ 的平均数与方差分别是 ()

- A. 3, 2 B. 6, 8 C. 3, 4 D. 6, 4

5. 直角坐标平面上有一点 $A(a, b)$, 其中 $ab \neq 0$, 先将点 A 沿着直线 $y=x$ 翻折, 得到点 B , 再将点 B 绕着原点逆时针旋转 90° 后得到点 C , 那么点 C 与点 A 的位置关系是 ()

- A. 关于 x 轴对称 B. 关于 y 轴对称
- C. 关于原点对称 D. 关于直线 $y=-x$ 对称

6. 从四边形两条对角线的交点分别向四条边所在的直线作垂线, 顺次连接四个垂足, 如果我们把此时所得的四边形叫做原四边形的垂足四边形, 那么下列说法正确的是 ()

- A. 等腰梯形的垂足四边形是等腰梯形 B. 矩形的垂足四边形是矩形
- C. 平行四边形的垂足四边形是平行四边形 D. 菱形的垂足四边形是菱形

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. 计算： $(-1)^0 = \underline{\hspace{2cm}}$.

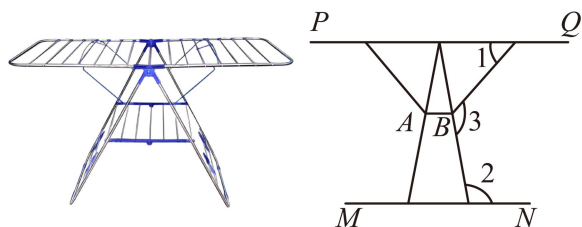
8. 分解因式： $a^2 - b^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

9. 已知正比例函数 $y = kx$ ($k \neq 0$) 图像经过点 $(-1, 2)$, 那么当自变量 x 的值增大时, y 的值随之 $\underline{\hspace{2cm}}$. (填“增大”或“减小”)

10. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 + x - k = 0$ 有两个相等的实数根, 则 k 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

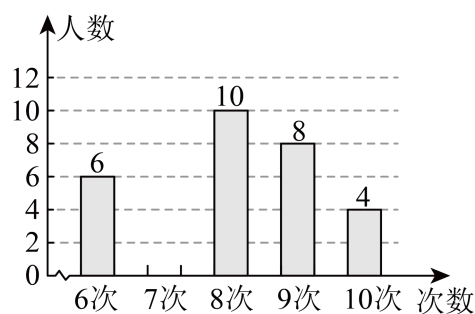
11. 方程 $\sqrt{x-1} \cdot \sqrt{x+1} = 0$ 的解是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

12. 我们知道, 晾衣架中存在多组平行关系, 现将其侧面抽象成几何图形 (如图所示), 已知 $AB \parallel MN \parallel PQ$, 如果 $\angle 2 = 100^\circ$, $\angle 3 = 130^\circ$, 那么 $\angle 1 = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$.



13. 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 是边 BC 的中点, $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{AD} = \underline{\hspace{2cm}}$. (用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示)

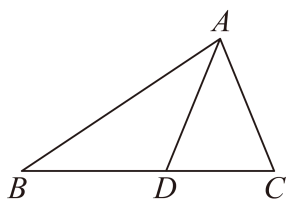
14. 为提高学生身体素质, 体育课开设了“引体向上”项目. 现从某年级随机抽取了部分男生进行测试, 绘制出不完整的统计图 (如图所示), 在本次调查获取的样本数据中, “引体向上”完成次数最少为 6 次, 最多为 10 次, 且次数在 10 次的学生数占总人数的 10%, 那么本次调查样本的中位数为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 次.



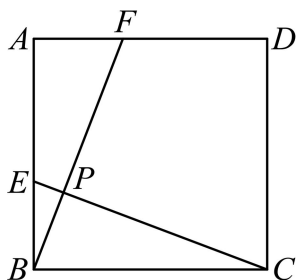
15. 某十人小队进行一项抽奖活动, 共准备了 10 张奖券, 奖券上标的数字分别为: 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 规定每人抽一张奖券, 如果抽到的数字正好等于某一个正多边形中心角的度数, 那么这位同学有奖. 请写出第一个上去抽奖的同学中奖的概率是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

16. 如果抛物线 $y = a(x+m)^2 + k$ (其中 a 、 m 、 k 是常数, 且 $a \neq 0$) 经过点 $A(-1, 0)$ 、 $B(3, 0)$, 那么抛物线 $y = a(x+m-1)^2 + k$ 与 x 轴的交点坐标是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

17. 如图, $\triangle ABC$ 中, 点 D 在边 BC 上, $\angle DAC = \angle B$, $AC = BD = 1$, $DC = x$, 那么 $\frac{1}{x} - x$ 的值等于 _____.

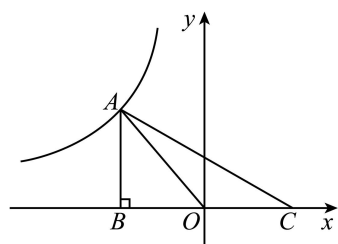


18. 如图, 正方形 $ABCD$ 中, 点 E 、 F 分别在边 AB 、 AD 上, $BF \perp CE$, 垂足为点 P , 已知 $CP = 9$, $PF = 7$, 那么 BF 的长为 _____.



三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. 如图, 点 A 在反比例函数 $y = -\frac{3}{x}$ 的图像上, $AB \perp x$ 轴, 垂足点 B 在 x 轴负半轴上, 已知点 B 、 C 关于原点对称.

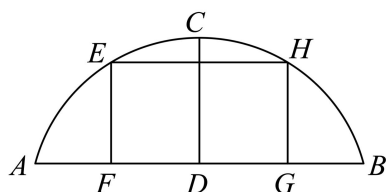


(1) 当点 A 的横坐标是 $-\frac{3}{2}$ 时, 求 $\triangle ABC$ 的面积;

(2) 当 $\tan \angle ACB = \frac{1}{2}$, 求直线 AC 的表达式.

20. 如果关于 x 的分式方程 $\frac{x+2}{2x-4} + \frac{5-a}{x-2} = \frac{a}{2}$ 的解为正数, 求常数 a 的取值范围.

21. 如图, 弓形弦长 $AB = 48$ 米, 高 $CD = 18$ 米, 有一内接矩形 $EFGH$, 边 FG 在 AB 上, 顶点 E 、 H 在弓形弧上, 边 EH 的长比 EF 的 2 倍多 4 米.



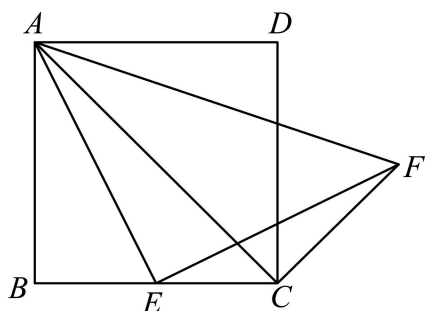
(1) 求该弓形所在圆的半径;

(2) 求 EF 的长.

22. 本市某街道办了一所老年食堂，该街道老人花 1000 元可买到一张面值 1080 元的就餐卡，其中 80 元为政府出资补贴，凭卡就餐时，再按标价的九折在卡中扣款。张爷爷现持有一张面值 1080 元的就餐卡，如果从 4 月 1 日开始，在该月 30 天中，他每天午餐、晚餐都到老年食堂就餐。假设他的每顿餐费标价相同，均为 x 元，按九折付款后，到四月 30 日结束时，卡内余额为 y 元。

- (1) 求 y 关于 x 的函数解析式，并写出定义域。
- (2) 如果张爷爷到月底结束时，卡内还有 108 元结余，那么他该月每餐标价是多少元？
- (3) 如果张爷爷将卡内 1080 元全部用完，此时算上政府补贴及餐费打折，他实际共获得多少元优惠？

23. 如图，正方形 $ABCD$ 中，点 E 在边 BC 上，点 F 是正方形外一点，连结 AE 、 EF 、 AF ，对角线 AC 与线段 EF 相交于点 M ，如果 $AB \cdot AF = AE \cdot AC$ ，且 $\angle EAC = \angle DAF$ 。



- (1) 求证： $\angle ACF = 90^\circ$ ， $AF = \sqrt{2}EF$ ；
- (2) 当点 E 是边 BC 的中点时，请直接写出 $\triangle AMF$ 与 $\triangle EMC$ 面积的比值：_____。

24. 如图 1，四边形 $ABCD$ 中， $CD \parallel BA$ ， $BC = CD$ ， $BD = DA$ ， $BA = 3BC$ 。

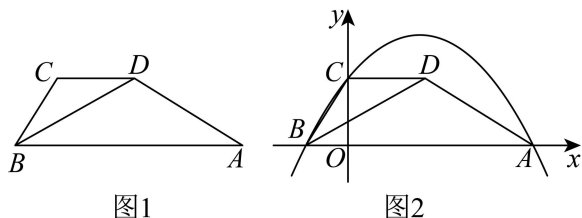


图1

图2

- (1) 求证： $\triangle ABD \sim \triangle DBC$ ，并求 $\triangle ABD$ 与 $\triangle DBC$ 的相似比 k ；
- (2) 如图 2，我们以直线 BA 为 x 轴，以过点 C 且垂直于线段 BA 的直线为 y 轴，建立平面直角坐标系 xOy ，已知 $BC = 2$ 。

①求图像经过点 A 、 B 、 C 三点的二次函数解析式；

②如果我们将 (1) 中 $\triangle BCD$ 与 $\triangle BDA$ 的关系看作是一种图形变换，这种变换是将 $\triangle BCD$ 先绕点 B 按顺时针方向旋转，使点 C 落在 BD 上，点 D 落在 AB 上，再将旋转得到的三角形的边长都扩大到原来的 k 倍，从而得到 $\triangle BDA$ ，我们将 $\triangle BDA$ 称为 $\triangle BCD$ 的像，将 $\triangle BCD$ 称为 $\triangle BDA$ 的原像。如果 $\triangle BAE$ 是 $\triangle BDA$ 的像，而 $\triangle BFC$ 是 $\triangle BCD$ 的原像，试直接写出点 E 和点 F 的坐标：点 E 的坐标是，点 F 的坐标是。

25. 菱形 $ABCD$ 中, 点 E 在线段 AD 上, 连接 CE 、 BE .

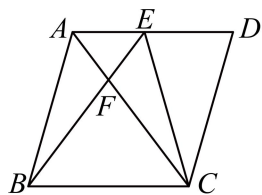


图1

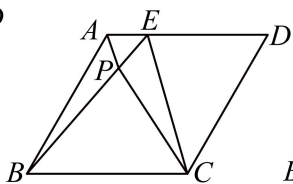
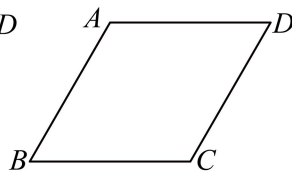


图2



备用图

(1) 如图 1, 连接 AC 交 BE 于点 F , 若 $EC = DC$, 求证: $\angle EBC = \angle BAC$;

(2) 如图 2, $AB = 6$, $\angle ABC = 60^\circ$, 点 P 在线段 BE 上, 且满足 $\angle BCP = \angle BEC$, 设 $AE = x$, $BP = y$,

①求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出定义域;

②当 $AE = 3$ 时, 以 AE 为半径的 $\odot A$ 和以 BP 为半径的 $\odot B$ 是否相交? 如果相交, 求出它们的公共弦长; 如果不相交, 请说明理由.