

初三数学

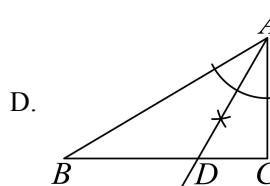
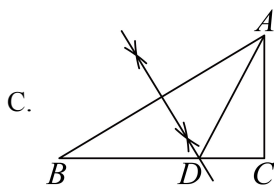
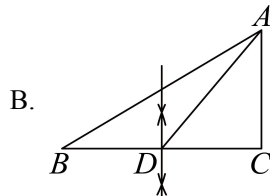
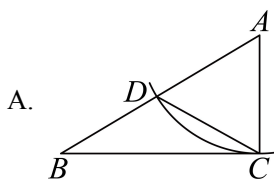
(满分 150 分, 时间 100 分钟)

注意:

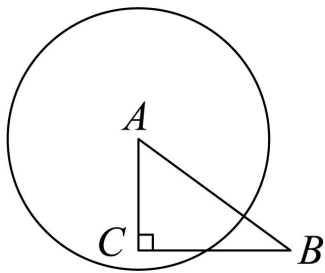
1. 本练习卷含三个大题, 共 25 题. 答题时, 请务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本练习卷上答题一律无效.
2. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分) 【下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. 下列各式中, $\sqrt{a-4}$ 的有理化因式是 ()
A. $\sqrt{a+4}$ B. $\sqrt{a-4}$ C. $\sqrt{a}+2$ D. $\sqrt{a}-2$
2. 已知氧原子的直径大约是 0.00000014 毫米, 那么数据 0.00000014 用科学记数法表示是 ()
A. 0.14×10^{-8} B. 0.14×10^{-7} C. 1.4×10^{-8} D. 1.4×10^{-7}
3. 下列函数中, 函数值 y 随着 x 增大而减小的是 ()
A. $y = -x^2$ B. $y = -\frac{1}{x}$ C. $y = -x$ D. $y = -1$
4. 一只不透明的袋子中, 装有 3 个白球和若干个红球, 这些球除颜色外都相同, 如果搅匀后从中任意摸出一个球, 摸到白球的概率为 $\frac{3}{5}$, 那么红球的个数是 ()
A. 2 B. 3 C. 4 D. 5
5. 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, 要求用圆规和直尺作图, 把它分成两个三角形, 其中一个三角形是等腰三角形, 其作法正确的是 ()



6. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AB = 5$, $BC = 4$. 以点 A 为圆心, r 为半径作圆, 当点 C 在 $\odot A$ 内且点 B 在 $\odot A$ 外时, r 的值可能是 ()



- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分)【请将结果直接填入答题纸的相应位置】

7. 2 的相反数是_____.

8. 计算： $3^{-2} =$ _____.

9. 将二元二次方程 $x^2 - 5xy + 6y^2 = 0$ 化为两个一次方程为_____.

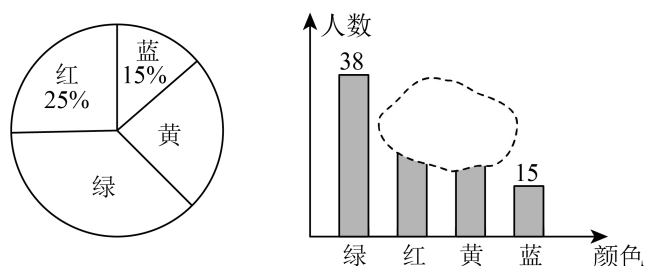
10. 请写出一个常数 c 的值，使得关于 x 的方程 $x^2 + 2x - c = 0$ 有两个不相等的实数根，那么 c 的值可以是_____.

11. 将二次函数 $y = (x-1)^2 - 4$ 的图象向左平移 m ($m > 0$) 个单位后经过原点，则 m 的值为_____.

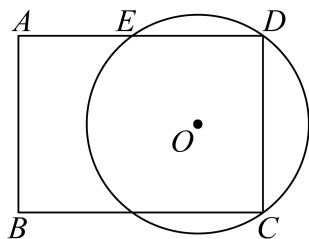
12. 为助力“校园读书月”活动，某班 20 名同学积极分享自己的课外读物，他们分享的书籍数量（单位：本）如下表. 根据表中的信息，这 20 个数据的中位数是_____.

书籍数量/本	4	6	8	10	12
人数/人	3	4	5	6	2

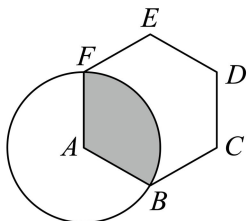
13. 如图，已知小明调查了团队中每位同学最喜欢的颜色（每人只能选择一种颜色），并绘制了不完整的扇形统计图和条形统计图，那么喜欢黄色的同学有_____人.



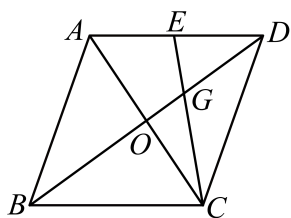
14. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB = 8$ ， $AD = 11$ ， $\odot O$ 经过点 C 、 D 和 AD 边上的点 E ，如果 $\odot O$ 的半径是 5，那么 AE 的长是_____.



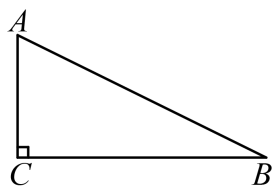
15. 如图，以正六边形 $ABCDEF$ 的顶点 A 为圆心， AB 的长为半径画圆，如果图中阴影部分的面积为 3π ，那么该正六边形 $ABCDEF$ 的边长是_____.



16. 如图，在 $\square ABCD$ 中，对角线 AC 、 BD 交于点 O ， G 为 $\triangle ACD$ 的重心，连接 CG 并延长交 AD 于点 E ，设 $\overrightarrow{AC} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{BD} = \vec{b}$ ，那么用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示 $\overrightarrow{ED}$ 是_____.



17. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 4$ ， $\tan B = \frac{1}{2}$. 点 D 在边 AB 上，点 E 在边 BC 上，联结 DE ，把 BDE 沿 DE 翻折得到 FDE ，联结 AF 、 AE ，如果四边形 $AFDE$ 为平行四边形，那么 CE 的长是_____.



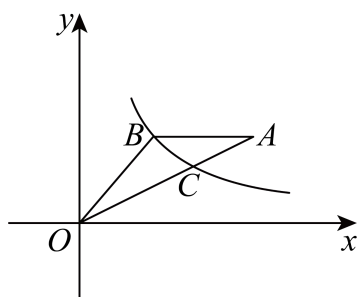
18. 已知抛物线 $C_1: y = a(x-m)^2 + p$ 和 $C_2: y = a(x-p)^2 + m$ ，它们的顶点分别为 (m, p) 和 (p, m) ，我们称 C_1 和 C_2 互为“反顶点抛物线”. 如果抛物线 $C_1: y = x^2 - 2kx + k^2 + 3$ 和 C_2 互为“反顶点抛物线”，且 C_1 的顶点在 C_2 上，那么 k 的值是_____.

三、解答题：(本大题共 7 题，满分 78 分)

19. 先化简，再求值： $\frac{1}{x+1} - \frac{x+3}{x^2-1} \div \frac{x^2+4x+3}{x^2-2x+1}$. 其中 $x = \sqrt{2}$.

20. 解不等式组:
$$\begin{cases} 3(x+1) \geq x+5 & \text{①} \\ 10 - \frac{5+3x}{2} > x & \text{②} \end{cases}$$

21. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知双曲线经过 $\triangle OAB$ 顶点 B 和边 OA 上的一点 C , $OC = 2AC$, $OC = \sqrt{5}$. 设边 OA 与 x 轴正半轴的夹角为 α , 且 $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$.



(1) 求双曲线的表达式;

(2) 如果 $AB \parallel x$ 轴, 求点 B 的坐标.

22. 根据以下素材, 完成任务.

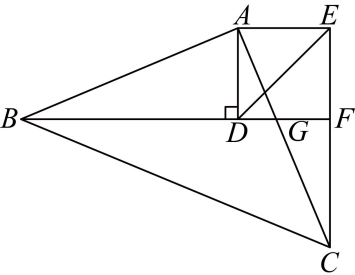
素材一	如图 1, 如果 $EF \perp$ 平面镜 AB , 入射光线 CF 经平面镜 AB 反射, 得到反射光线 FD , 那么反射角 $\angle DFE$ 等于入射角 $\angle CFE$, 即 $\angle DFE = \angle CFE$.	 图1
素材二	汉代初年的《淮南万毕术》中记载: “取大镜高悬, 置水盆于其下, 则见四邻……”. 意思是拿一面大的镜子, 高高地悬挂起来, 在它的下方放置一个盛满水的盆子, 就能 (从水盆里) 看见周围邻居 (的景象), 如图 2 所示.	 图2
素材三	图 3 是素材二中图 2 的示意图, 将水盆记作点 B , 墙角记为点 P , 邻居记作点 A , 镜子 (平面镜) 记作 MN , $OD \perp MN$ 于点 O , 入射光线 AO 经平面镜 MN 反射, 得到反射光线 OB , $BE \perp AB$ 于点 B , OB 又作为入射光线通过水盆 B 反射得到反射光线 BC ,	 图3

	进入观察者的眼中（抽象为点 C ）. 已知 $OP \perp AB$ 于点 P , $\angle AOD = 45^\circ$, $\angle CBE = 37^\circ$, 水盆到墙角的距离 $BP = 1.8$ 米.	
素材 四	参考数据: $\sin 37^\circ \approx 0.6$, $\cos 37^\circ \approx 0.8$, $\tan 37^\circ \approx 0.75$.	

问题解决：

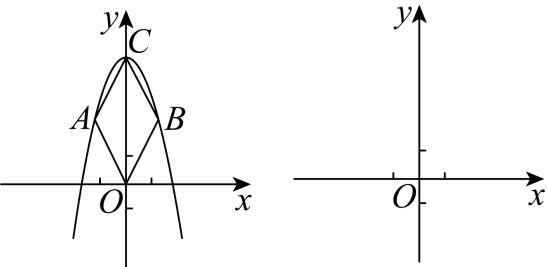
- (1) 任务一：求邻居 A 到墙角 P 的距离；
- (2) 任务二：如果入射光线 OA 不变，将镜子 MN 绕点 O 顺时针旋转 8° ，在 OP 左侧的观察者仍能通过水盆 B 看到邻居 A ，那么水盆 B 应向左还是右平移？平移多少米？

23. 如图， $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 都是等腰直角三角形， $\angle BAC = \angle DAE = 90^\circ$ ， $AB = AC$ ， $AD = AE$ ， 连接 BD 、 CE ， $\angle ADB = 90^\circ$ ， 延长 BD 交 CE 于点 F ， 交 AC 于点 G .



- (1) 求证：四边形 $ADFE$ 为正方形；
- (2) 如果 $\angle FBC = \angle ACF$ ， 求证： $2AD^2 = FG \cdot FB$.

24. 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$.



备用图

- (1) 画抛物线时，如果列出的两组数据如表（信息不完整）所示，请直接写出该抛物线的对称轴，并求此时 a 和 c 之间的数量关系；

x	...	-1	...	1	...
-----	-----	------	-----	-----	-----

y	...	2	...	2	...
-----	-----	---	-----	---	-----

(2) 已知点 C 为抛物线与 y 轴的交点，点 A 、 B 在抛物线上，连接 OA 、 AC 、 CB 和 OB 。

①如果四边形 $OACB$ 为正方形，那么 b 的值是_____， a 和 c 之间的数量关系是_____；

②如图，当 $a < 0$ 时，已知四边形 $OACB$ 为菱形， $\cot \angle AOC = 2$ 。点 P 在抛物线上且横坐标为 2，连接 PA 、 PC ，如果 $\triangle PAC$ 的面积为 12，求抛物线的表达式。

25. 如图 1，在扇形 AOB 中， $\angle AOB = 90^\circ$ ，点 C 是弧 AB 上一点，点 D 是半径 OB 上的点，联结 CD ， $\angle OCD$ 的平分线和 $\angle COD$ 的平分线相交于点 P ，联结 BP 。

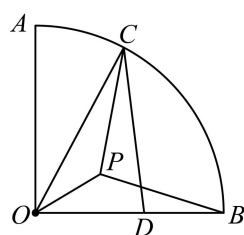


图1

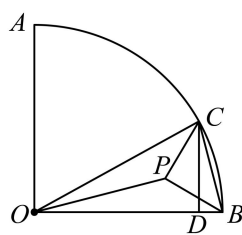
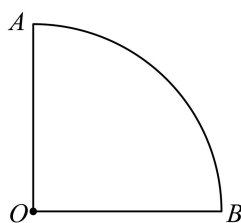


图2



备用图

(1) 求证： $\angle OPB = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle ODC$ ；

(2) 联结 BC (如图 2)。如果 $CD \perp OB$ ， $CP = 10$ ， $\triangle OPB$ 的外接圆 $\odot M$ 与扇形 AOB 所在的圆 $\odot O$ 相交。

①当 $\cos \angle CBD = \frac{1}{4}$ 时，求 $\odot M$ 与 $\odot O$ 的公共弦的长；

②联结 AM 和 AP ， AP 交 OC 于点 E ，当 $AM \perp OP$ 时，求 $\tan \angle PAM$ 的值和 OE 的长。