

初三年级数学练习卷

1. 本练习卷共 25 题，答题时，务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答，在草稿纸、本练习卷上答题一律无效.
2. 除第一、二大题外，其余各题如无特别说明，都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题（共 24 分，每小题 4 分）

1. 在多项式 $\frac{1}{2}x^2 - 3y - 4$ 中，一次项是（ ）

A. 3 B. -3 C. $3y$ D. $-3y$
2. 下列运算中，计算正确的是（ ）

A. $x^3y \cdot xy^3 = 4xy$ B. $x^3 \div (xy) = x^2y$ C. $(xy^2)^2 = x^2y^4$ D. $x^2y + xy^2 = x^3y^3$
3. 已知函数图像上的两点 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ ，当 $x_1 < x_2$ 时 $y_1 < y_2$ ，一定满足此规律的函数是（ ）

A. $y = x + 1$ B. $y = 1$ C. $y = \frac{1}{x}$ D. $y = -x^2 + 1$
4. 一个不透明的袋子里装有 4 个红球、3 个白球和 2 个蓝球，这些球只有颜色不同，随机从中摸出一个球，要使摸到红球的概率为 $\frac{1}{2}$ ，以下方法不可行的是（ ）

A. 往袋中放入一个红球 B. 往袋中放入一个绿球

C. 从袋中取出一个蓝球 D. 从袋中取出一个白球
5. 第 67 届国际奥林匹克数学竞赛（IMO）将于 2026 年 7 月在上海举行. 在上届比赛中，中国队发挥出色，获得团体总分第一名，也是当届比赛中唯一一支所有队员都获得金牌的队伍. 中国队参赛队员比赛成绩的方差可用以下公式来计算：
$$S^2 = \frac{1}{6} \left[(42 - \bar{x})^2 + (42 - \bar{x})^2 + (40 - \bar{x})^2 + (36 - \bar{x})^2 + (36 - \bar{x})^2 + (35 - \bar{x})^2 \right].$$
 根据以上信息，下列叙述中不正确的是（ ）

A. 中国队共有 6 名同学参赛 B. 众数是 36

C. 中位数是 38 D. 平均数是 38.5
6. 已知四边形 $ABCD$ 中， $AB \parallel CD$ ， $AC = BD$ ，下列判断中的正确的是（ ）

A. 如果 $BC = AD$ ，那么四边形 $ABCD$ 是等腰梯形

B. 如果 $AD \parallel BC$ ，那么四边形 $ABCD$ 是菱形

- C. 如果 AC 平分 BD , 那么四边形 $ABCD$ 是矩形
D. 如果 $AC \perp BD$, 那么四边形 $ABCD$ 是正方形

二、填空题 (共 48 分, 每小题 4 分)

7. 分解因式: $4x^2 - 9y^2 =$ _____.

8. 化简: $\frac{2}{1-x} - \frac{2x}{1-x} =$ _____.

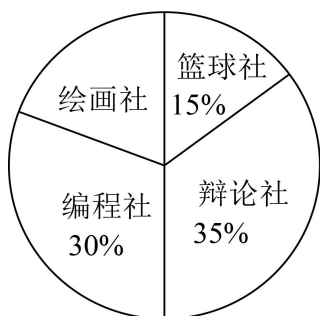
9. 方程组 $\begin{cases} x+y=1 \\ x^2-y^2=5 \end{cases}$ 的解是_____.

10. 方程 $\sqrt{x+2} = 3$ 的解是_____.

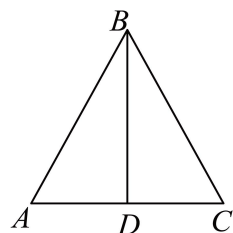
11. 如果关于 x 的一元二次方程 $x^2 - x + a = 0$ 有实数根, 那么 a 的取值范围是_____.

12. 将抛物线 $y = x^2 - 4x + 1$ 向上平移 2 个单位, 得到新抛物线的表达式是_____.

13. 某学校对学生参与社团情况做了调查, 并将调查的数据整理后绘制成如图所示的扇形统计图 (每个学生只能参加一个社团). 如果参加编程社的学生有 120 人, 那么参加绘画社的学生有_____人.



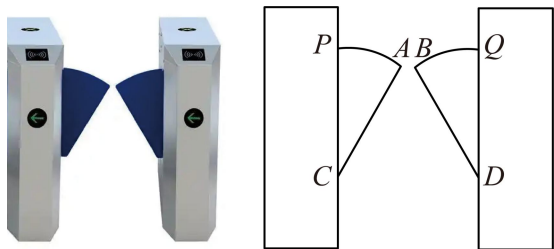
14. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = BC$, BD 平分 $\angle ABC$, 如果 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{DB}$ 关于 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的分解式为_____.



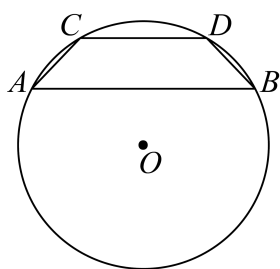
15. 2026 年 3 月 29 日, 中关村论坛年会发布重大成果, 中科院物理所团队首次实现二维金属. 二维金属是极薄的单原子层金属材料, 厚度超小. 已知某二维金属材料厚度 1.5×10^{-10} 米, 一根头发丝直径约 0.03 毫米, 换算为米是 3×10^{-5} 米. 则头发丝直径是该二维金属材料厚度的_____倍. (用科学记数法表示)

16. 如图是地铁入口双翼闸机示意图. 已知双翼边缘 $AC = BD = 60\text{cm}$, 与闸机侧立面夹角

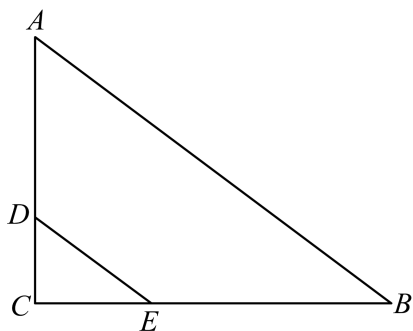
$\angle PCA = \angle QDB = 30^\circ$ ，双翼展开时端点 A 、 B 的间距为 8cm 。当双翼收起时，可通过闸机的物体最大宽度为 _____ cm 。



17. 如图，已知弦 AB 、 CD 在圆心 O 的同侧，且 AB 是 $\odot O$ 内接正三角形的一条边， CD 是 $\odot O$ 内接正六边形的一条边， $AB \parallel CD$ 。如果 AC 也是 $\odot O$ 的内接正 n 边形的一条边，那么 n 的值为 _____。



18. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 5$ ， $BC = 12$ 。点 D 、 E 分别在边 AC 、 BC 上，且 $\frac{CD}{CE}$ 的值为 $\frac{3}{4}$ 。以 E 为圆心， ED 为半径作圆，如果 $\odot E$ 与 $\triangle ABC$ 的三边有三个公共点，那么 CD 的值为 _____。



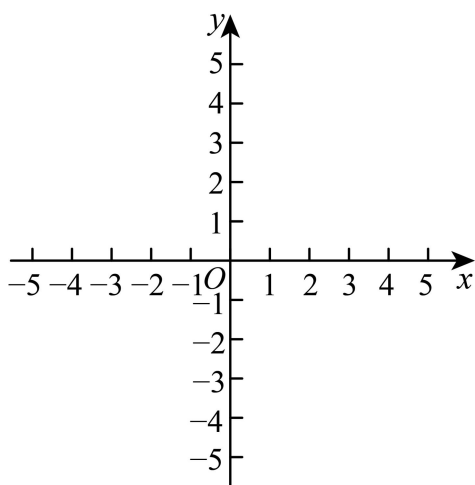
三、解答题 (共 78 分)

19. 计算： $(\pi - \sqrt{10})^0 + (2 - \sqrt{3})^{-1} + \sqrt[3]{-27} + \cos 30^\circ$ 。

20. 解不等式组：
$$\begin{cases} 4(1-x) > 8 \text{ ①} \\ x+3 \leq \frac{x}{2} \text{ ②} \end{cases}$$

21. 在平面直角坐标系 xOy (如图)，已知正比例函数 $y = 2x$ 的图像与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图像

相交于点 $A(2, m)$ ，过点 $B(4, 0)$ 作 x 轴的垂线，与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图像相交于点 C 。



(1) 求 m 的值和反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的解析式；

(2) 联结 OC ，点 D 是 OC 的中点，联结 BD ，求 BD 的长。

22. 折纸是承载中国传统礼俗与生活智慧的民间传统艺术。学校折纸社团的同学们用 $12\text{cm} \times 12\text{cm}$ 正方形纸片开展折纸活动。

【发现问题】如图 1，将正方形纸片 $ABCD$ 对折再展开，折痕交 AD 于点 E 、交 BC 于点 F ，点 E 、 F 分别是边 AD 、 BC 的二等分点。在第一次对折后，同向再对折一次（如图 2），可得到边的_____等分点。按照这样的方式对折 n 次（ n 是正整数）可以得到边的_____等分点（用含 n 的代数式表示），但这样折的方式都不会得到边的三等分点。

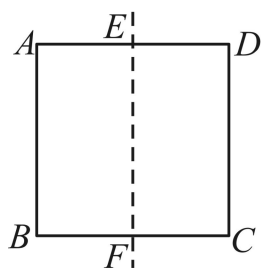


图1

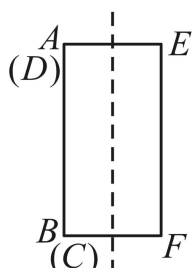


图2

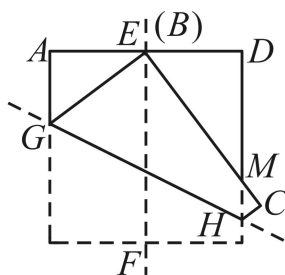


图3

【提出问题】能不能通过折纸的方式得到边的三等分点？

【分析问题】围绕这个问题，同学们展开了讨论。

小明：要得到边的三等分点，得想想别的折法。

小华：同向对折的方式得不到边的三等分点，能否通过把角翻折到边上，构造出 1:2 的比例？

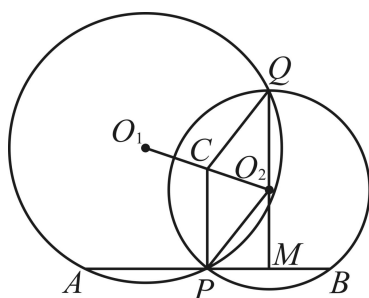
小海：嗯，我是这样想的，在第一次对折展开（如图 1）的基础上，将点 B 沿着直线翻

折到点 E 处 (如图 3), 折痕分别交正方形的边于点 G 、 H . 边 BC 交正方形的边于点 M , M 就是边 CD 的一个三等分点.

【解决问题】

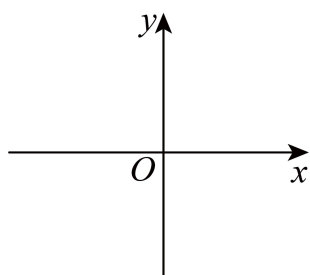
- (1) 完成填空;
- (2) 求 AG 的长;
- (3) 判断小海的折法是否正确并说明理由.

23. 已知: 如图, $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 相交于点 P 、 Q , 且 $r_{\odot O_1} > r_{\odot O_2}$, 过点 P 的直线 AB 分别交 $\odot O_1$ 、 $\odot O_2$ 于点 A 、 B , 且 $AP = BP$. 点 C 是线段 O_1O_2 的中点. 联结 QO_2 并延长交 BP 于点 M , 且 $PM = BM$.



- (1) 求证: $CP \perp AB$;
- (2) 求证: 四边形 CPO_2Q 是菱形.

24. 定义: 如果一个二次函数的图像与一次函数的图像相交于坐标轴上的两个点, 那么称此二次函数为这个一次函数的“贯轴抛物线”.



- (1) 已知 $y = x^2 + bx + c$ 是一次函数 $y = -x + 3$ 的一条“贯轴抛物线”, 求 b 、 c 的值;
- (2) 已知一次函数 $y = -x + n$ (其中 n 为常数, $n > 0$) 的图像与 x 轴、 y 轴分别交于点 A 、点 C , 它的一条“贯轴抛物线” $y = -x^2 + mx + n$ 与 x 轴的另一个交点为 B , 顶点 D 在第一象限. 如果在 y 轴上存在点 E , 使得四边形 $BCDE$ 是平行四边形, 求 n 的值;
- (3) 一个二次函数既是一次函数 $y_1 = -x + (2k + 1)$ 又是一次函数 $y_2 = (2k + 1)x + (2k + 1)$ (其中 k 为常数, $k > 0$) 的“贯轴抛物线”, 且此二次函数图像与 x 轴分别交于 P 、 Q 两点 (点 P 在点 Q 的左边), 与 y 轴交

于点 M . 如果二次函数图像上始终存在点 N , 且 N 在第四象限, 使得 $\angle PMN = 75^\circ$, 求满足条件的 k 的取值范围.

25. 在 $\square ABCD$ 中, 点 E , F 分别在边 BC , CD 上, 连结 AE , DE , EF , $DE = DC$.

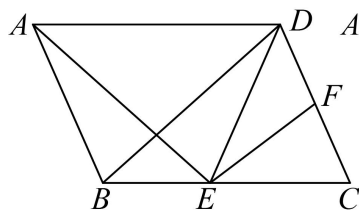


图 1

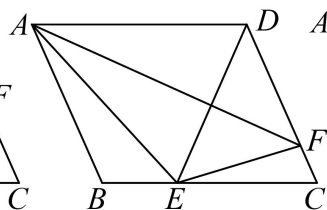


图 2

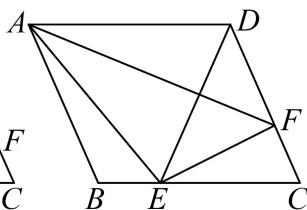


图 3

(1) 如图 1, 连结 BD , 如果 $EF \parallel BD$, 求证: $\triangle ECF \sim \triangle ADE$;

(2) 已知 $\tan C = \sqrt{5}$, 连结 AF .

①如图 2, 如果点 D , E 关于直线 AF 对称, 求 $S_{\triangle ADF} : S_{\square ABCD}$ 的值;

②如图 3, 如果 $AF = \sqrt{5}DF$, $\angle AFE = \angle EDC$, 求 $\frac{CF}{FD}$ 的值.