

数学

(考试时间 100 分钟, 满分 150 分)

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 23 题, 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效;
2. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤;
3. 填空题答案填入答题纸相应位置, 超出长方形框不得分.

一、选择题 (本大题共 5 题, 每题 4 分, 满分 20 分) 【下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确的选项并填涂在答题纸的相应位置上.】

1. 下列实数中, 有理数是 ()

- A. $\sqrt{3}$ B. $\sqrt{4}$ C. $\sqrt{5}$ D. $\sqrt{6}$

2. 在分式方程 $\frac{x-1}{x^2} + \frac{x^2}{x-1} = 6$ 中, 设 $\frac{x-1}{x^2} = y$, 可得到关于 y 的整式方程为 ()

- A. $y^2 + 6y + 6 = 0$ B. $y^2 - 6y + 6 = 0$ C. $y^2 + 6y + 1 = 0$ D. $y^2 - 6y + 1 = 0$

3. 用纸板剪成的两个全等的直角三角形, 一定能够拼成的四边形是 ()

- A. 直角梯形 B. 矩形 C. 菱形 D. 正方形

4. 已知两圆的半径长之比为 5:2, 且当两圆内切时的圆心距为 9 厘米, 那么当两圆的圆心距增大到 18 厘米时, 这两圆的位置关系是 ()

- A. 外离 B. 外切 C. 相交 D. 不确定

5. 在直角梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle ABC = 90^\circ$, 点 E 为 AB 上一点, 连接 DE 、 CE . 连接 AC 与 DE 交于点 F , $\triangle ADE$ 为等腰直角三角形, $\triangle CDE$ 为等边三角形. 以下结论: ① $\angle BCE = 15^\circ$;

② $\triangle ADC \cong \triangle AEC$; ③ $EF = 2BE$; ④ $S_{\triangle DEC} = \sqrt{3}S_{\triangle AED}$. 其中结论正确的是 ()

- A. ①② B. ①③④ C. ①②④ D. ①②③④

二、填空题 (本大题共 10 题, 每题 4 分, 满分 40 分)

6. 计算 $(-2a)^3 =$ _____.

7. 分解因式: $m^2 - 4n^2 =$ _____.

8. 已知关于 x 的方程 $\sqrt{x-6} = 2$, 那么 $x =$ _____.

9. 如果正比例函数 $y = kx$ 的图像经过第一、三象限, 那么 y 的值随着 x 的值增大而_____. (填“增大”或“减小”)

10. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x + k - 1 = 0$ 有两个相等的实数根, 那么 k 的值是_____.

11. 在如图所示的月历表中任取 1 天, 恰好这一天是星期日的概率是_____.

日	一	二	三	四	五	六
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30				

12. 在 $\triangle ABC$ 中, 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, 点 D 在边 BC 上且 $BD = 2CD$, 用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的线性组合表示 $\overrightarrow{AD} =$ _____.

13. 通常水分子的质量和体积都很小, 已知 1 个水分子的质量约是 $3 \times 10^{-26} \text{ kg}$, 1 滴水 (含有水分子数量约 1.7×10^{21} 个) 的质量约为_____ kg (用科学记数法表示)

14. 某商场销售一批衬衫, 平均每天可售出 20 件, 每件盈利 40 元. 为了扩大销售, 增加盈利, 商场采取了降价措施. 假设在一定范围内, 衬衫的单价每降 1 元, _____. 如果降价后商场销售这批衬衫每天盈利 1250 元, 那么衬衫的单价降了多少元? 如果设衬衫的单价降了 x 元, 根据题意, 得 $(20 + 2x)(40 - x) = 1250$. (补填上合适的条件)

15. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 6$, $BC = 8$, 直线 l 经过边 AB 的中点 O , 将 $\triangle ABC$ 沿直线 l 翻折得到 $\triangle DEF$ (点 A 、 B 、 C 分别与点 D 、 E 、 F 对应), 若 $\triangle DEF$ 的重心 G 在射线 CO 上, 那么 D 到直线 l 的距离为_____.

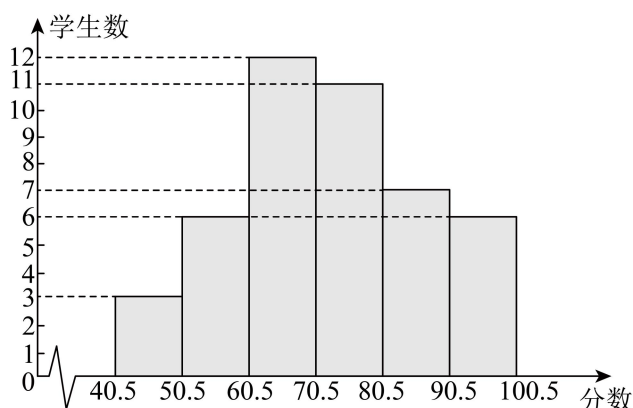
三、解答题 (本大题共 8 题, 满分 90 分)

16. 计算: $12^{\frac{1}{2}} + |4 - 2\sqrt{3}| - \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} + \frac{2}{2 + \sqrt{3}}$.

17. 解不等式组:
$$\begin{cases} 2x + 3 \geq x + 11 \\ \frac{2x + 5}{3} - 1 < 2 - x \end{cases}$$

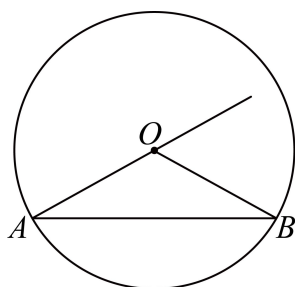
18. A 班学生参加环保知识竞赛, 已知竞赛得分都是整数, 把参赛学生的成绩整理后分成 6 个小组, 画出竞

赛成绩的频数分布直方图，如图所示．回答下列问题：



- (1) A 班共有多少名学生参加知识竞赛？
- (2) 分布在 90.5 ~ 100.5 分这一组的频率是多少？
- (3) 成绩的中位数落在哪个小组数据范围内？
- (4) 求成绩不低于 60.5 分的学生占全部学生人数的百分率。

19. 如图，在 $\odot O$ 中，弦 AB 的长为 d ， $\angle OAB = \alpha$ ($\alpha > 0$)，令 $m = \cos \alpha$ 。



- (1) 用含 d 和 m 的代数式表示 $\odot O$ 的半径；
- (2) 过点 B 作 $BC \perp AO$ ，交 AO 的延长线于点 C ，当 $m = \frac{3}{4}$ 时，求 $\angle OBC$ 的正切值。

20. 如图 1 是一种测量油箱内油量的装置“油位传感器”示意图．其中滑动变阻器的滑片跟滑杆连接，滑杆可以绕固定轴 O 转动，滑杆的一端固定着一个浮子．油箱中的油量减少时，油面下降，浮子随油面落下，带动滑杆使滑动变阻器的滑片向上移动，从而改变电路中电流表的示数．因此电流表上一定的示数对应着油面一定的高度．如果把电流表刻度盘上的数值改为相应的油量体积，就可以直接读出油箱中的油量．电流 I (单位：A) 与总电阻 R (单位： Ω) 成反比例，其中 $R = R_0 + R_1$ ，已知 $R_0 = 20\Omega$ ．可变电阻 R_1 (单位： Ω) 与油量体积 V (单位：L) 之间的关系如图 2 所示， $R_1 \geq 0$ ．当油箱内油量体积为 35L 时，电流表显示为 0.1A．

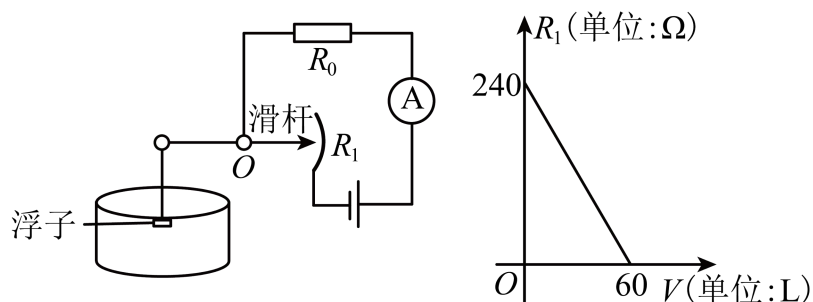


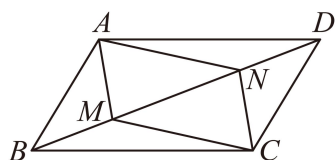
图1

图2

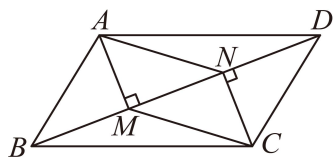
- (1) 当油箱内油量体积为35L时, 求总电阻 R 的值;
- (2) 求 I 关于总电阻 R 的函数解析式;
- (3) 当油箱中油量体积满足 $5 \leq V \leq 55$ 时, 求电流表显示电流的取值范围.

21. 在平行四边形 $ABCD$ 中, $AB < AD$, $\angle ABC$ 为锐角. 要在对角线 BD 上找点 M 、 N ($BM < BN$ 且点 M 、 N 分别与点 B 、 D 不重合), 使 $AN \parallel CM$, 甲、乙、丙分别提出方案 (如图).

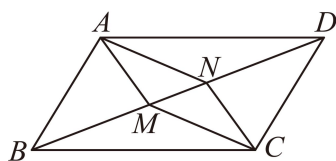
甲: 使 $BM = DN$.



乙: 作 $AM \perp BD$, $CN \perp BD$, 垂足分别为 M 、 N .

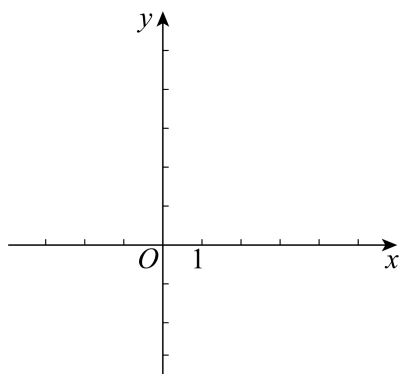


丙: 在 BD 上任取一点 M , 连接 AM , 再以 C 为圆心、以 AM 长为半径作弧, 交 BD 于点 N .



- (1) 选择其中一种正确的方案进行证明: $AN \parallel CM$;
- (2) 根据你在 (1) 中选择的方案, 延长 AN 交边 CD 于点 P , 若 $\angle DPN = \angle DNC$, 求证: $AB^2 = BM \cdot DM$.

22. 如图, 在平面直角坐标系中, 已知抛物线 $l_1: y = ax^2 + bx$ ($a < 0, b \geq 0$) 经过点 $A(-1, -3)$.

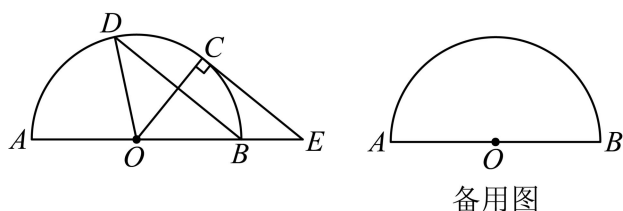


(1) 若点 A 到抛物线 l_1 的对称轴的距离为 2, 求 a 的值;

(2) 若 $a = -\frac{1}{2}$, 点 B 为抛物线上一点, 线段 AB 与 x 轴交于点 C , 且 $\frac{BC}{AC} = \frac{25}{24}$, 求点 B 的坐标;

(3) 将抛物线 l_1 先向右平移 m 个单位, 再向上平移 n 个单位 ($m > 0, n > 0$), 使所得的新抛物线 l_2 经过原点且顶点在直线 $y = -x + 3$ 上. 如果 $m + n = 3$, 求抛物线 l_2 的解析式.

23. 如图, 点 C 在以 AB 为直径的半圆 O 上, $AB = 4$, 联结 OC , 过点 C 作 $OC \perp CE$, 交 AB 的延长线于点 E , 在 $\widehat{AC}$ 上取点 D , 使 $\widehat{BC} = \widehat{CD}$, 联结 OD 、 BD .



(1) 求证: $BD \parallel CE$;

(2) 联结 BC 、 CD , 若四边形 $OECD$ 为梯形, 求四边形 $OBCD$ 的面积;

(3) 直线 CD 与直线 AB 交于点 F , 若 $\triangle CEF$ 为等腰三角形, 求 BE 的长.