

杨浦区初三期中数学测评卷

(测试时间: 100 分钟, 满分: 150 分)

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题;
2. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效;
3. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

【下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. 下列实数中, 无理数的是 ()

- A. $\frac{1}{8^3}$ B. $\frac{22}{7}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $0.0\dot{3}0\dot{3}$

2. 下列运算中, 正确的是 ()

- A. $a^3 + a^3 = 2a^3$ B. $2a^3 - a^3 = 2$ C. $a^3 \cdot a^3 = a^9$ D. $(a^3)^3 = a^6$

3. 下列方程中, 有两个不相等的实数根的是 ()

- A. $x^2 + 1 = 0$ B. $x^2 - 2x + 1 = 0$
C. $x^2 + x + 1 = 0$ D. $x^2 + x - 1 = 0$

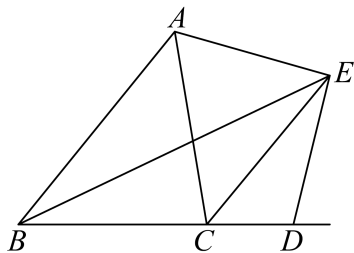
4. 下列函数中, 函数值 y 随自变量 x 的值增大而增大的是 ()

- A. $y = -\frac{2}{x}$ B. $y = \frac{2}{x}$ C. $y = x^2 - 2$ D. $y = 2x - 2$

5. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 $M(8, 6)$, 以 M 为圆心, r 为半径的圆与 x 轴相交, 与 y 轴相离, 那么 r 可以取的值是 ()

- A. 6 B. 7 C. 8 D. 10

6. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC$ 的平分线与 $\angle ACD$ 的平分线交于点 E , 连接 AE , 如果要求出 $\angle CAE$ 的度数, 只需知道下列哪个角的度数 ()



- A. $\angle ABC$ B. $\angle ACB$ C. $\angle BAC$ D. $\angle AEC$

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

【请将结果直接填入答题纸的相应位置上】

7. 计算 $(a-2)(a+2) =$ _____.

8. 解不等式组: $\begin{cases} x-1 < 0 \\ 2x+3 \geq \frac{1}{2}x \end{cases}$ 的解集是_____.

9. 方程 $\sqrt{3x+1} = 2$ 的解是_____.

10. 正八边形的中心角等于 _____度.

11. 已知一斜坡的坡比为 1: 2, 坡角为 α , 那么 $\sin \alpha =$ _____.

12. 中国邮政于 2026 年 1 月 5 日发行《丙午年》特种邮票共计 2668 万套, 将数据“2668 万”用科学记数法表示为_____.

13. 九年级 (1) 班羽毛球小组共有 4 名队员, 其中两名男生, 两名女生. 从中随机选取两人, 恰好能组成一组混双搭档的概率是_____.

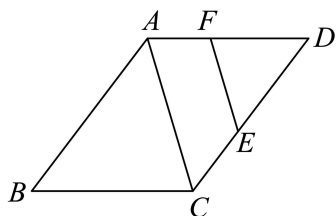
14. 将直线 $y = 3x - 1$ 向上平移 m 个单位长度, 如果平移后的直线经过第二象限, 那么 m 的值可以是_____. (写出一个即可)

15. 如果抛物线 $y = x^2 - x - 6$ 上的点 $A(-3, n)$ 和点 B 关于它的对称轴对称, 那么点 B 的坐标是_____.

16. 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在边 AB 上, $BD = 2AD$, 设 $\overrightarrow{BA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{CD}$ 可用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示为_____.

17. 已知正方形 $ABCD$, $AB = 1$, 分别以点 A 、 C 为圆心画圆, 如果点 B 在圆 A 外, 且圆 A 与圆 C 外切, 那么圆 C 的半径长 r 的取值范围是_____.

18. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, $AB = 6$, $BC = 5$, $\sin B = \frac{4}{5}$, 点 E 是边 CD 上一点, $EF \parallel AC$, 如果点 D 关于直线 EF 的对称点 G 恰好在边 AB 上, 那么 AG 的长是_____.

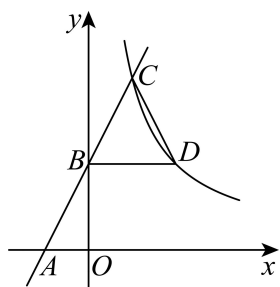


三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. 计算: $\frac{2}{\sqrt{3}+1} - 12^{\frac{1}{2}} + |1-\sqrt{3}| + \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$.

20. 解方程: $\frac{3}{x-1} - \frac{2}{x+1} = \frac{1}{x^2-1}$.

21. 如图, 一次函数 $y = 2x + 4$ 的图像与 x 轴、 y 轴分别交于 A 、 B 两点, 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0, x > 0$) 的图像交于点 C , 过点 B 作 x 轴的平行线与该反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图像交于点 D , 连接 CD .

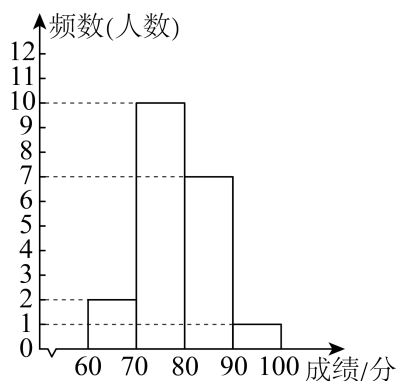


(1) 求 A 、 B 两点的坐标;

(2) 如果 $BC = DC$, 求 k 的值.

22. 某学校组织数学竞赛, 对 A 、 B 两个班级各 20 名学生进行了测试, 对测试成绩 (百分制) 进行了整理分析, 下面给出了部分信息.

(i) A 班测试成绩的频数分布直方图如图:



(数据分成 4 组: $60 \leq x < 70, 70 \leq x < 80, 80 \leq x < 90, 90 \leq x \leq 100$)

(ii) B 班测试成绩如下:

69, 69, 70, 70, 71, 73, 77, 78, 80, 81,

82, 82, 82, 82, 83, 83, 83, 86, 91, 96.

(iii) A 班、B 班测试成绩的平均数、众数、中位数如下:

	平均数	众数	中位数
A 班	79.6	77	p
B 班	79.4	m	q

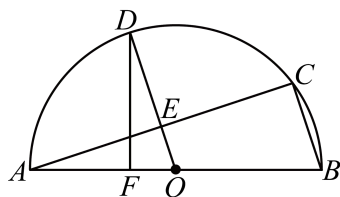
根据以上信息, 回答下列问题:

- (1) m 的值为_____, p _____ q (填 “>” “=” 或 “<”);
- (2) 如果两个班级都各去掉一个最高分和一个最低分, 那么下列判断正确的是_____;
- A. 两个班测试成绩的方差都增大;
- B. 两个班测试成绩的方差都减小;
- C. A 班测试成绩的方差增大, B 班测试成绩的方差减小;
- D. A 班测试成绩的方差减小, B 班测试成绩的方差增大.
- (3) 为了选出冲击个人冠军的种子选手, 学校对这次成绩 90 分以上的甲、乙、丙三位同学又单独进行了 5 次测试, 平均数较大的选手排序靠前, 如果平均数相同, 那么方差较小的选手排序靠前. 这 5 次测试的成绩如下:

	测试 1	测试 2	测试 3	测试 4	测试 5	方差
甲	93	90	92	93	92	1.2
乙	91	92	92	92	92	0.16
丙	94	90	90	94	k	$S_{\text{丙}}^2$

如果丙的排序居中, 那么表中 k (k 为整数) 的值为_____, $S_{\text{丙}}^2 =$ _____.

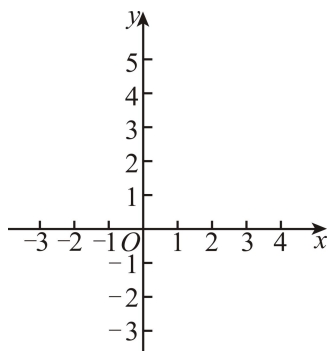
23. 已知: 如图, AB 是半圆 O 的直径, C 是半圆上一点 (不与点 A 、 B 重合), 点 D 是弧 AC 的中点, 过点 D 作 $DF \perp AB$, 垂足为点 F , 连接 OD 与 AC 交于点 E .



(1) 求证: $BC = 2OF$;

(2) 连接 FE 并延长与弦 BC 的延长线交于点 G , 联结 DG . 求证: 四边形 $DECG$ 是矩形.

24. 已知在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于点 $A(1, 0)$ 和点 B , 与 y 轴交于点 $C(0, 3)$, 顶点为点 D .



(1) 求该抛物线的表达式;

(2) 点 P 是对称轴右侧的抛物线上一点, 过点 P 作 PQ 垂直抛物线的对称轴, 垂足为点 Q , 连接 PD , 设点 P 的横坐标为 m .

①求 $\tan \angle DPQ$ 的值 (用含 m 的代数式表示).

②过点 Q 作 PD 的平行线, 交抛物线于点 E (点 E 在对称轴右侧), 求 $\frac{DP}{QE}$ 的值;

25. 综合与实践

【问题背景】折纸是一门将数学、艺术与工程完美结合的学科. 通过折纸不仅能够创造出非常奇妙的图形, 还可以发现一些有趣的数学问题, 下面我们就利用一张正方形纸片来开展“折纸与数学”探究活动.

【操作探究】

(1) 小创小组将正方形纸片 (如图 1) 按照图 2 至图 3 的方式操作, 那么图 3 中 $\angle ABG = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$, 并写出求解过程;

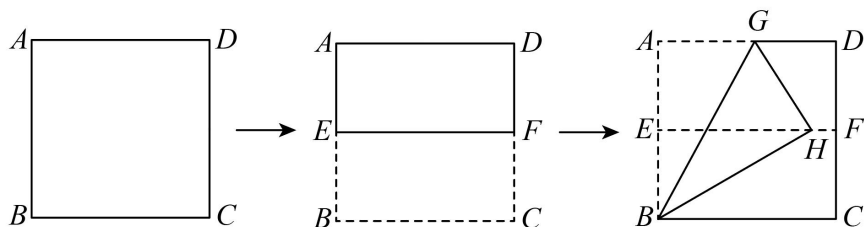


图1正方形 $ABCD$

图2对折正方形 $ABCD$

图3将点 A 折至 EF 上点 H

(2) 小智小组将正方形纸片 (如图 4) 按照图 5 至图 7 的方式操作, 折痕 BE 、 BG 与折痕 AC 的交点分

别是 H 、 Q , 经过多次操作和测量, 发现线段 HQ 与 EG 的比值是一个定值, 请你帮助小智小组求出 $\frac{HQ}{GE}$ 的

值;

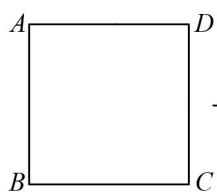


图4正方形 $ABCD$

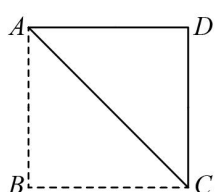


图5对折正方形 $ABCD$

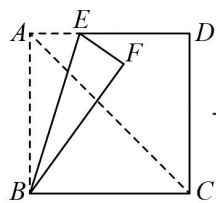


图6将 AB 折至 EF

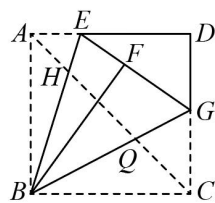


图7将 BC 折至 EF

【尝试应用】

(3) 如图 7, 设正方形 $ABCD$ 的边长为 1, $AE = m$, 求 $\frac{HQ}{QC}$ 的值 (用含 m 的代数式表示).