

2025-2026 学年上海市闵行区九年级（上）期末数学试卷（一模）

一、选择题（共 24 分，每小题 4 分，每小题只有一个正确选项）

1.（4 分）下列各组图形中不一定是相似形的是（ ）

- A. 两个等腰直角三角形 B. 两个等边三角形
C. 两个正方形 D. 两个直角三角形

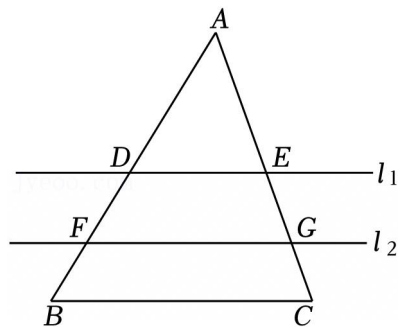
2.（4 分）下列函数中，二次函数是（ ）

- A. $y = \frac{3}{4}x$ B. $y = \frac{1}{x}$
C. $y = x(2x - 1)$ D. $y = (x+4)^2 - x^2$

3.（4 分）下列说法中，一定正确的是（ ）

- A. 如果 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 是非零向量，且 $\vec{b} = -2\vec{a}$ ，那么 $\vec{a} \parallel \vec{b}$
B. 如果 $\vec{e}$ 是单位向量，那么 $\vec{e} = 1$
C. 向量 $\vec{AB}$ 与 $\vec{BA}$ 是相等向量
D. 如果 $k = 0$ ， $\vec{a}$ 是非零向量，那么 $k\vec{a} = 0$

4.（4 分）如图，已知 $\triangle ABC$ ，直线 l_1 与边 AB 、 AC 分别相交于点 D 、 E ，直线 l_2 与边 AB 、 AC 分别相交于点 F 、 G ， $l_1 \parallel l_2 \parallel BC$ ，那么下列比例式一定正确的是（ ）



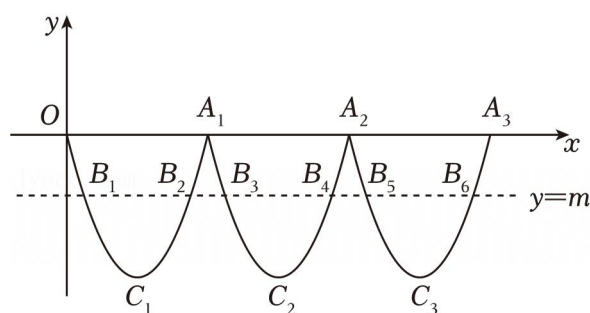
- A. $\frac{AD}{DF} = \frac{DE}{GF}$ B. $\frac{AD}{BF} = \frac{AE}{GC}$ C. $\frac{DE}{FG} = \frac{FG}{BC}$ D. $\frac{DF}{BF} = \frac{GC}{EG}$

5.（4 分）已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ （其中 a 、 b 、 c 是常数，且 $a < 0$ ）的对称轴是直线 $x = 1$ ，且与 x 轴有两个交点，下列结论一定正确的是（ ）

- A. $c < 0$ B. $b < 0$ C. $2a + b = 0$ D. $a + b + c = 0$

6.（4 分）如图，已知抛物线 $C_1: y = x^2 - 6x$ ($0 \leq x \leq 6$) 与 x 轴交于 O 、 A_1 两点. 将抛物线 C_1 向右平移得到抛物线 C_2 ，交 x 轴于点 A_1 、 A_2 ；再将抛物线 C_2 向右平移得到抛物线 C_3 ，交 x 轴于点 A_2 、 A_3 . 若直线 $y = m$ ($-9 < m < 0$) 与这 3 条抛物线交于点 B_1 、 B_2 、 B_3 、 B_4 、 B_5 、 B_6 ，则这 6 个点的横坐标之和

是 ()



- A. 6 B. 18 C. 30 D. 54

二、填空题 (共 48 分, 每小题 4 分)

7. (4 分) 如果 $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$, 那么 $\frac{b-a}{a}$ 的值是_____.

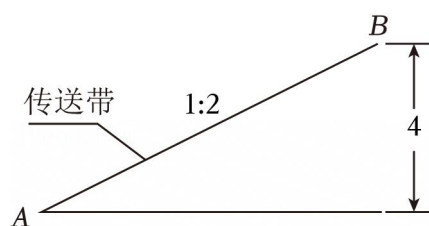
8. (4 分) 计算: $2(\vec{3a} - \vec{b}) + 3\vec{b} =$ _____.

9. (4 分) 如果两个相似三角形的面积之比为 16: 9, 那么它们的周长之比是_____.

10. (4 分) 已知长方形的长是 x , 宽是长的一半, 面积是 y , 那么 y 关于 x 的解析式是 (不要求写定义域).

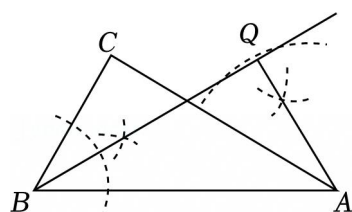
11. (4 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $BC = 12$, $\angle B$ 的余弦值是 $\frac{3}{4}$, 那么 AB 的长是_____.

12. (4 分) 如图, 传送带和地面所成斜坡的坡度为 1: 2, 它把物体从地面送到离地面 4 米高的地方, 那么物体所经过的路程是_____ 米 (结果保留根号).



13. (4 分) 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别是 AB 、 AC 的黄金分割点, 且 $AD > DB$, $AE > EC$, $BC = 2$, 那么 DE 的长是_____ (结果保留根号).

14. (4 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle ABC = 60^\circ$, $AB = 12$, 结合尺规作图痕迹所提供的信息可求出 AQ 的长是_____.



15. (4 分) 如图①中小狗手影是一种常见的游戏, 它利用的原理是: 光是沿直线传播的. 如图②我们把光

源看成一个点，手面看成平行于墙面的一条线段．在一次游戏中，手距离墙壁 3 米，光源与手的距离为 1 米．在 hand 的位置不变的情况下，如果光源与手的距离增加 1 米，那么小狗手影的高度变为原来的（填“几分之几”）．



图 ①

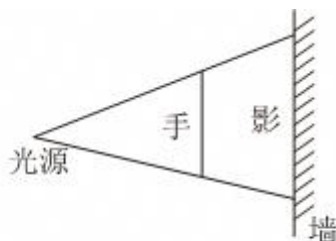
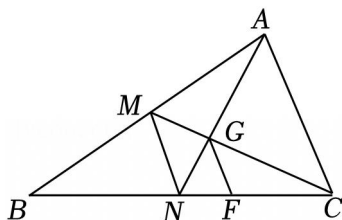
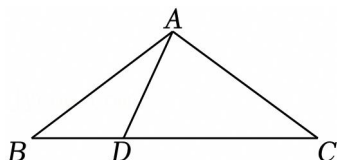


图 ②

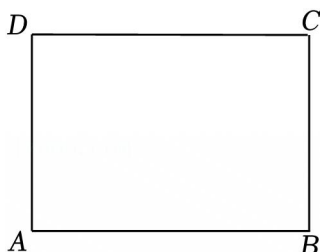
16. (4 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 M 、 N 分别是 AB 、 BC 的中点，联结 AN 、 CM 交于点 G ， $GF \parallel AC$ 交 BC 于点 F ，那么 $S_{\triangle NGF} : S_{\triangle AGC} =$ _____ .



17. (4 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $AC = 10$ ， $\cos B = \frac{4}{5}$ ，点 D 是边 BC 上的一点，联结 AD ，如果 $\angle ADB = 90^\circ + \angle BAD$ ，那么 $AD =$ _____ .



18. (4 分) 如图，矩形 $ABCD$ 中，联结 BD ，点 E 是 BC 的中点，过点 E 作 $EF \parallel BD$ 交 CD 于点 F ，将 $\triangle CEF$ 沿直线 EF 翻折，点 C 落在平面内点 G 处，如果点 G 恰在 AE 上，那么 $BG : AE$ 的值是 _____ .



三、解答题（本大题共 7 题，共 78 分）如无特别说明，本大题作答须写出证明或计算的主要步骤。

19. (10 分) 计算： $\sin 45^\circ - 2\sin 60^\circ + \frac{2\cot 45^\circ}{\tan 60^\circ + 1}$.

20. (10 分) 如图，已知平行四边形 $ABCD$ 中，点 E 是边 DC 的中点， AE 与对角线 BD 交于点 G ，设 $\vec{AB} = \vec{a}$ ，

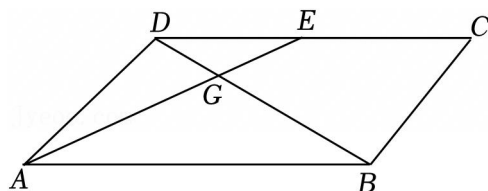
$$\vec{AD} = \vec{b}.$$

(1) 填空：向量 $\vec{DB} =$ _____，向量 $\vec{AG} =$ _____.

(注：本题结果用含向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的式子表示)

(2) 作出向量 $\vec{DG}$ 分别在 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 方向上的分向量.

(注：画图不要求写作法，但要指出所作图中表示结论的向量)



21. (10 分) 人工智能已经逐渐融入我们的生活. 某餐厅为了跟上时代的步伐, 购买了一个送餐机器人, 这种机器人与地面的接触面积是可以调整的. 在水平地面上, 当机器人对地面的压力一定时, 地面所受压强与接触面积之间存在的反比例函数关系 (数据如表一所示). 餐厅的地面由玻璃、木地板和大理石三种材质拼接而成. 地面材质与地面承受的最大压强的关系如表二所示.

表一：地面所受压强与接触面积之间的关系

地面所受压强 p (Pa)	...	4×10^4	6×10^4	8×10^4	1×10^5	...
接触面积 S (m^2)	...	1.2×10^{-3}	8×10^{-4}	6×10^{-4}	4.8×10^{-4}	...

表二：地面材质与地面承受的最大压强的关系

地面材质	玻璃	木地板	大理石
能承受的最大压强 p (Pa)	4.8×10^7	2.4×10^7	2.5×10^8

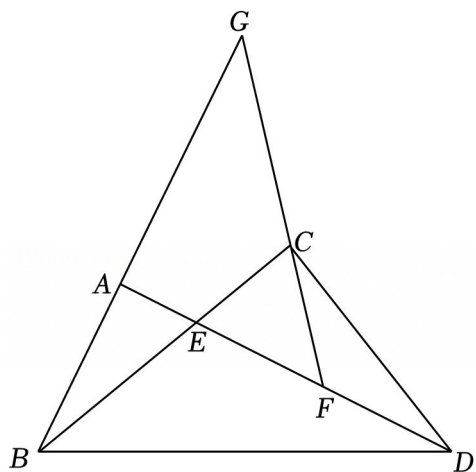
(1) 求地面所受压强 p (Pa) 关于接触面积 S (m^2) 的函数表达式 (不写定义域);

(2) 求该机器人与地面的接触面积至少为多少平方米?

22. (12 分) 如图, 线段 AD 、 BC 相交于点 E , 点 F 是线段 ED 的中点, 联结 AB 、 BD 、 CD , 分别延长 BA 、 FC 交于点 G . 已知 $\angle BAD = 90^\circ$, 且 $\frac{AE}{CE} = \frac{BE}{DE}$.

(1) 求证: $\angle ABE = \angle FCD$;

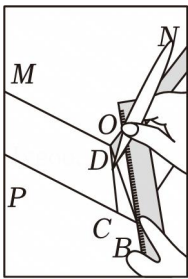
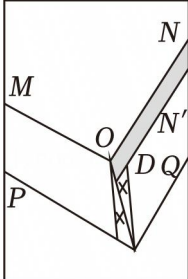
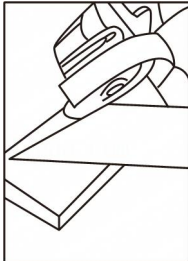
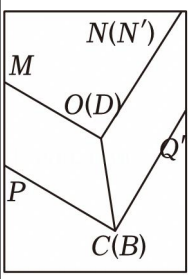
(2) 如果 DA 平分 $\angle BDC$, 求证: $\frac{BG}{BD} = \frac{BC}{2CF}$.



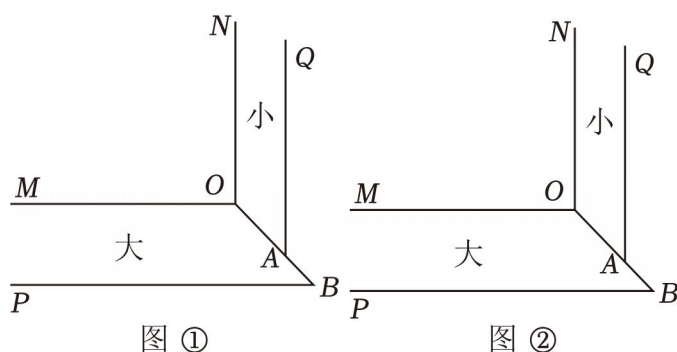
23. (10分) 探究活动：巧拼地砖外边.

装修工人有一大一小两根条形边角料（大条形边角料 $MOBP$ 中 $MO \parallel PB$ ，小条形边角料 $NOAQ$ 中 $ON \parallel AQ$ ， $\angle MOB = \angle NOA = 135^\circ$ ），如图 1 拼接到直角地砖（ $\angle MON = 90^\circ$ ）的外边上，发现点 A 与点 B 不能重合. 为了尽可能节约用料，又能使两根条形边角料能拼成一个直角，工人师傅使用一把直尺、一支笔和一台切割机，经过图 2 - 图 9 的操作解决了问题，完成了拼接.

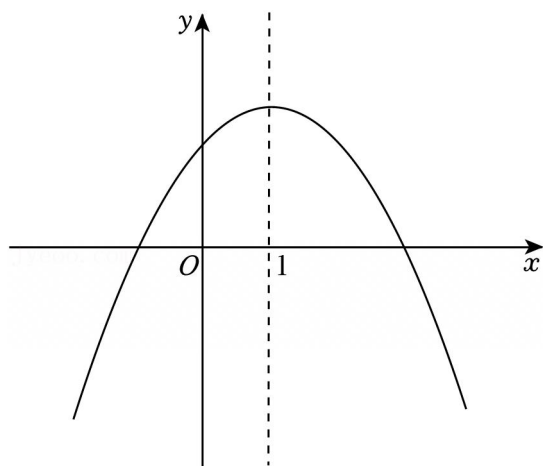
图 1	图 2	图 3	图 4	图 5
【操作说明】将一大一小两根条形边角料拼在直角地砖的外边.	【操作说明】画出 QA 的延长线，交 BP 于点 C.	【操作说明】联结 OC.	【操作说明】沿着射线 OB 方向，平移小条形边角料 $NOAQ$，使点 A 与点 B 重合，得到四边形 $O'N'Q'B$.	【操作说明】画出 MO 的延长线，交小条形边角料的边

			
图 6	图 7	图 8	图 9
【操作说明】联结 BD .		【操作说明】沿着 OC 、 BD 切割.	【操作说明】拼接切割后的两根条形边角料.

- (1) 请根据图 2 - 图 6 的操作说明, 在图①中画出操作过程相应的图形, 并按操作过程标注相应的字母;
- (2) 如果大条形边角为 $MOBP$ 的宽度为 12cm , 小条形边角为 $NOAQ$ 的宽度为 9cm , 大条形边角料 $MOBP$ 裁剪后的锐角是 $\angle OCP$, 那么 $\tan \angle OCP =$ _____ ;
- (3) 请根据上述探究, 设计一个新裁剪方案, 在图②中画出剪裁方法, 并简单说明理由.



24. (12 分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $C_1: y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$ (b 、 c 是常数) 经过点 $A(5, -6)$, 对称轴为直线 $x = 1$, 顶点为 B .
- (1) 求抛物线 C_1 的函数表达式及点 B 的坐标.
- (2) 点 M 为抛物线 C_1 上的动点, 过点 M 作直线 $x = m$.
- ①当点 M 在对称轴右侧时, 抛物线在直线 $x = m$ 右侧部分 (包含交点) 的最高点的纵坐标为 $2 - m$, 求 m 的值;
- ②当点 M 不在坐标轴上时, 直线 $x = m$ 交抛物线 $C_2: y = x^2 - 2x - 3$ 于点 P , 过点 P 作 y 轴垂线, 垂足为点 D , 在线段 PD 的延长线上截取 $DQ = 2PD$, 联结 MQ , 当抛物线 C_1 的顶点 B 在 $\triangle PQM$ 内部时, 直接写出 m 的取值范围.



25. (14分) 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 是边 AC 上的一点.

(1) 当 $\angle ABC = 90^\circ$ 时.

①如图 1, BD 是边 AC 上的高, 求证: $BD^2 = AD \cdot CD$;

②如图 2, $AD = AE$, 点 F 在边 BC 上, 且 $CF = CD$, 顺次联结 DE 、 EF 、 FD . 如果 $EF = DF$, $\tan \angle EFB = \frac{1}{2}$, 求 $\cot C$ 的值.

(2) 如图 3, 如果点 D 是边 AC 的中点, $\angle ABD = \angle ACB$, 点 G 在线段 DB 延长线上, 且 $BG = BC$, 联结 CG , 取 CG 中点 H , 分别延长 HB 、 CA 交于点 O , 求 $\frac{S_{\triangle BOD}}{S_{\triangle COH}}$ 的值.

