

静安区 2025 学年第一学期期末课程实施调研

九年级数学试卷

(满分 150 分, 用卷时间 100 分钟)

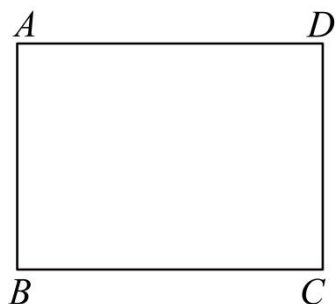
考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题;
2. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效;
3. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分) 【下列各题的四个选项中, 有且只有一个是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.】

1. 下列各选项中的两个图形一定相似的是 ()
A. 两个直角三角形
B. 两个矩形
C. 两个等腰梯形
D. 两个正五边形
2. 如果将抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 向下平移若干个单位, 那么下列结论中错误的是 ()
A. 顶点坐标不变
B. 开口方向不变
C. 对称轴不变
D. 与 y 轴交点个数不变
3. 已知在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上, 那么下列条件中能判定 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ADE$ 相似的是 ()
A. $\frac{AD}{DE} = \frac{AB}{BC}$
B. $\frac{AD}{DE} = \frac{AC}{BC}$
C. $\frac{AD}{AE} = \frac{AB}{AC}$
D. $\frac{AD}{AE} = \frac{AB}{BC}$
4. 已知一个三角形三边之比为 $3:4:5$, 与它相似的另一个三角形最短边的长为 6 cm , 那么另一个三角形的周长为 ()
A. 12 cm
B. 24 cm
C. 36 cm
D. 48 cm
5. 已知点 $A(-1, y_1)$, $B(4, y_2)$, $C(6, y_3)$ 在抛物线 $y = -3x^2 + 12x - m$ (其中, m 为常数) 上, 那么 y_1, y_2, y_3 的大小关系是 ()
A. $y_1 < y_2 < y_3$
B. $y_3 < y_1 < y_2$
C. $y_2 < y_1 < y_3$
D. $y_3 < y_2 < y_1$
6. 如图, 已知在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 6$, $BC = 8$, 如果分别以 A 、 C 为圆心的两圆相切, 且点 D 在 $\odot C$ 内,

点 B 在 $\odot C$ 外, $\odot A$ 的半径 r 的取值范围是 ()



- A. $6 < r < 8$ 或 $10 < r < 18$ B. $2 < r < 4$ 或 $10 < r < 18$
C. $2 < r < 4$ 或 $16 < r < 18$ D. $6 < r < 8$ 或 $16 < r < 18$

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. 已知, 则 $\frac{x}{y} = \frac{4}{3}$, 则 $\frac{x+y}{y} = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. 二次函数 $y = (x-2)^2 + 2$ 的图象与 y 轴交点坐标是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

9. 已知一个二次函数的图像最低点坐标为 $(0, 1)$, 那么该二次函数的解析式可以是 $\underline{\hspace{2cm}}$. (写出一个即可)

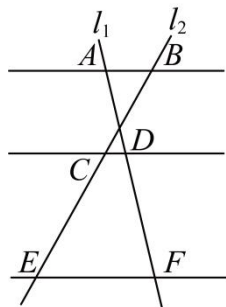
10. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的部分对应值如下表:

x	...	-3	-2	0	1	3	5	...
y	...	7	1	-8	-9	-5	7	...

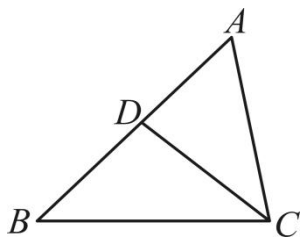
当 $x = 2$ 时, 对应的函数值 $y = \underline{\hspace{2cm}}$.

11. 如图, 已知 $AB \parallel CD \parallel EF$, 它们依次交直线 l_1 、 l_2 于点 A 、 D 、 F 和点 B 、 C 、 E . 如果

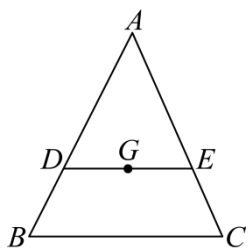
$\frac{AD}{DF} = \frac{5}{4}$, $BE = 18$, 那么线段 BC 的长是 $\underline{\hspace{2cm}}$.



12. 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在边 AB 上, $AD = 4$, $DB = 5$, $\angle ACD = \angle B$, 那么 $\frac{CD}{BC} = \underline{\hspace{2cm}}$.



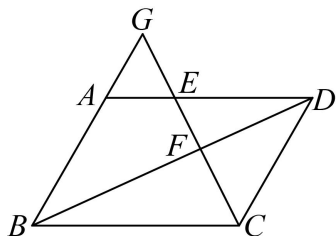
13. 如图, 已知点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心, 点 D, E 分别在边 AB, AC 上, 线段 DE 经过点 G , 且 $DE \parallel BC$, 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, 那么用向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{DE}$ 为_____.



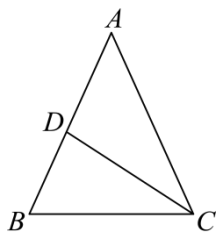
14. 传送带和地面所成斜坡的坡度 $i = 1:2.4$, 如果它把某物体从地面送到离地面 2.5 米高的地方, 那么该物体所经过的路程是_____米.

15. 已知点 A 坐标为 $(1, -3)$, 如果半径为 r 的 $\odot A$ 与 x 轴无公共点, 与 y 轴有公共点, 那么 r 的取值范围是_____.

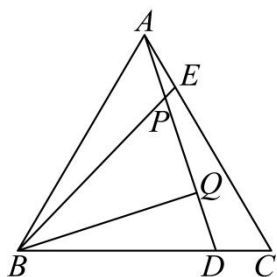
16. 如图, 已知平行四边形 $ABCD$ 中, 点 E 在边 AD 上, $AE = \frac{1}{2}ED$, 射线 CE 交 BD 于点 F , 交射线 BA 于点 G , 那么 $GE:EF:FC =$ _____. (结果化为最简整数比)



17. 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 13$, $BC = 10$, CD 是中线, 那么 $\tan \angle BCD$ 的值是_____.



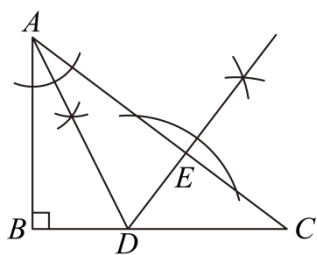
18. 如图, 等边 $\triangle ABC$ 中, 点 D, E 分别在边 BC, AC 上, $AE = CD$, AD 交 BE 于点 P , $BQ \perp AD$ 于点 Q . 如果 $PQ = 3PE$, 且 PE 的长为 a , 那么等边 $\triangle ABC$ 的边长为_____. (结果用含 a 的代数式表示)



三、解答题：(本大题共 7 题，满分 78 分)

19. 计算： $\frac{\tan 45^\circ}{\cot 30^\circ \cdot \cos 30^\circ} - \sqrt{(\cos 45^\circ - 1)^2} - \sin 45^\circ$.

20. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 90^\circ$ ，通过尺规作图，小明作出了线段 AD 、射线 DE ，依据作图痕迹：

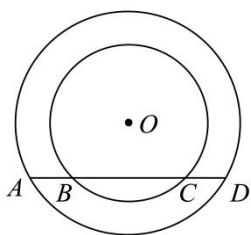


(1) 判断下列结论正确的是_____.

- ① $\triangle ABC \sim \triangle DEC$ ；② $AD = DC$ ；
③ $AB + EC = AC$. 请填写编号)

(2) 如果 $\cos C = 0.8$, $AB = 3$ ，求 AD 的长.

21. 如图，以 O 为圆心的两个同心圆中，不经过圆心的线段与两圆相交，自左向右的交点依次为点 A 、 B 、 C 、 D .

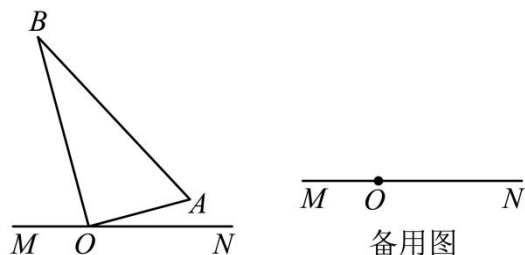


(1) 求证： $AB = CD$ ；

(2) 连接 OA 、 OB ，如果 $\angle OAD = 30^\circ$ ， $\angle OBC = 45^\circ$ ， $AB = 2$ ，求小圆半径 r 的值.

22. 问题提出 气象部门为研究雷暴生成与发展的规律，优化雷电预警机制，某雷雨天，在地面上点 O 处，对雷电的发生实施监测（检测仪高度忽略不计，闪电光传播时间忽略不计）：闪电发生瞬间，首先测得闪电始发点 A 处的仰角为 15° ，8 秒钟后接收到该闪电传出的雷声；接着又在另一闪电的始发点 B 处，测得仰角为 75° ，15 秒钟后接收到该闪电的雷声，已知点 A 、 B 、 O 在同一个垂直于地面的平面内. 你能依据所提

供数据，求出 A 、 B 两个闪电之间的距离吗？（雷声在空气中传播的速度为 340 米/秒）

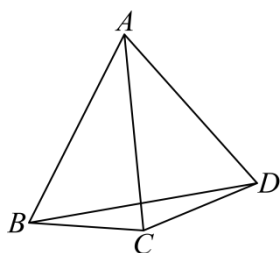


分析解决

(1) 建立模型：小海画出示意图， MN 表示地面（如图所示），他将雷声传播速度 340 米/秒记作 a ，得到 $OA = 8a, OB = 15a$ ，请根据他的思路，求出 AB 之间的距离是多少米。

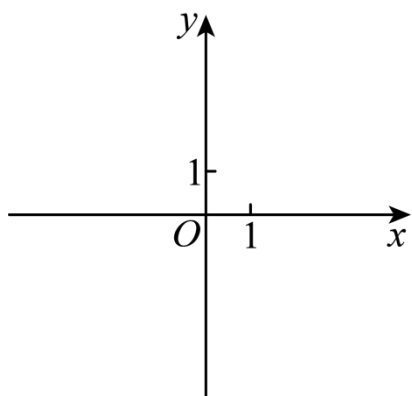
(2) 反思质疑：小华提出，除了小海所解的这种情形外，依据题意，点 A 、 B 的位置是否还存在其他情况呢？若存在，请在备用图中画出草图，并求出 AB 之间的距离是多少米；若不存在，请说明理由。

23. 探究活动：“奇异四边形”的特征值. 如果一个四边形的四条边和两条对角线这 6 条线段中只有两种不同的长度，我们把这样的四边形叫做“奇异四边形”，其中较短线段与较长线段长度的比值称为特征值，记作 λ . 例如，如图所示，四边形 $ABCD$ 中， $AB = AC = AD = BD$ ， $BC = DC$ ，我们就可将它称为奇异四边形，它的特征值 λ 为 BC 与 AB 的比值. 请解答：



- (1) 正方形是奇异四边形吗？_____；如果是，它的特征值 λ 为_____；如果不是，请说明理由.
- (2) 请构造一个符合奇异四边形特征的梯形，画出这个梯形的草图，写出在四条边和两条对角线中相等的线段，并求出它的特征值 λ .

24. 已知平面直角坐标系 xOy （如图所示），抛物线 $y = kx^2 - 2kx + k + 1 (k \neq 0)$ 的顶点为 D ，与 y 轴交于点 A ，直线 $l: y = kx - k + 1 (k \neq 0)$.



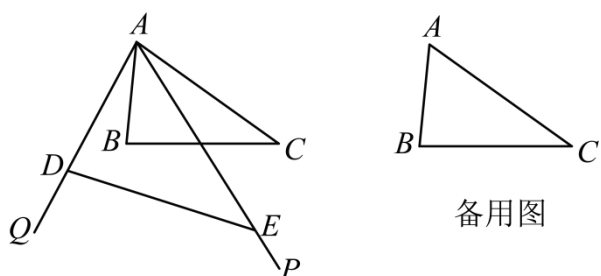
(1) 求证：抛物线的顶点 D 在直线 l 上.

(2) 如果抛物线与直线 l 除点 D 外，同时还经过另一点 C ，已知点 $E(0,1)$ ，连接 CE 、 AD 交于点 G ，连接 CD .

①试说明： $S_{\triangle AEG} = S_{\triangle CDG}$ ；

②当 $\triangle ADC$ 为等边三角形时，求 k 的值及 $\angle ECD$ 的正弦值.

25. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 60^\circ$ ，已知射线 AP 在 $\angle BAC$ 内部，射线 AQ 与射线 AP 在边 AB 的两侧，
 $\angle QAP = \angle BAC$ ，点 E 、 D 分别在射线 AP 、 AQ 上， $AD \cdot AC = AB \cdot AE$.



(1) 如图，连接 DB 、 CE ，求证： $\angle ABC - \angle AEC = \angle BDE$.

(2) 如果 AP 平分 $\angle BAC$ ，线段 AE 与边 BC 的公共点为 G ， $AB = AG = 6$ ， $AE = x$ ， $DE = y$ ，求 y 关于 x 的函数解析式，并写出定义域；

(3) 如果 $AP \perp BC$ ，垂足为点 K ，且 $DE \parallel AC$ ， $AC = 6$ ， $EK = \sqrt{2}$ ，求 DE 的长.