

2025 学年第一学期初三年级学业质量调研

数学试卷

考生注意:

1. 本场考试时间 100 分钟, 试卷共 4 页, 满分 150 分, 答题纸共 2 页.
2. 作答前, 在答题纸指定位置填写姓名、报名号、座位号. 将核对后的条形码贴在答题纸指定位置.
3. 所有作答务必填涂或书写在答题纸上与试卷题号对应的区域, 不得错位. 在试卷上作答一律不得分.
4. 填涂选择题和作图用 2B 铅笔, 作答其余题型用黑色字迹钢笔、签字笔或圆珠笔.

一、选择题 (共 24 分, 每小题 4 分, 每小题只有一个正确选项)

1. 下列各组图形中不一定是相似图形的是 ()

- A. 两个等腰直角三角形
B. 两个等边三角形
C. 两个正方形
D. 两个直角三角形

2. 下列函数中, 二次函数是 ()

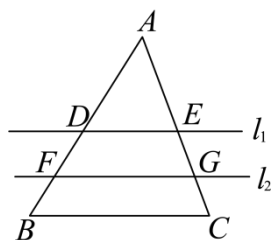
- A. $y = \frac{3}{4}x$
B. $y = \frac{1}{x}$
C. $y = x(2x-1)$
D. $y = (x+4)^2 - x^2$

3. 下列说法中, 一定正确的是 ()

- A. 如果 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 是非零向量, 且 $\vec{b} = -2\vec{a}$, 那么 $\vec{a} \parallel \vec{b}$
B. 如果 $\vec{e}$ 是单位向量, 那么 $\vec{e} = 1$
C. 向量 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{BA}$ 是相等向量
D. 如果 $k = 0$, $\vec{a}$ 是非零向量, 那么 $k\vec{a} = 0$

4. 如图, 已知 $\triangle ABC$, 直线 l_1 与边 AB 、 AC 分别相交于点 D 、 E , 直线 l_2 与边 AB 、 AC 分别相交于点

F 、 G , $l_1 \parallel l_2 \parallel BC$, 那么下列比例式一定正确的是 ()

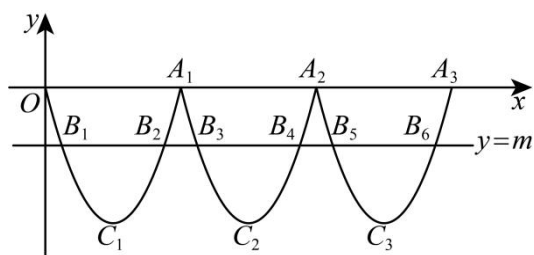


- A. $\frac{AD}{DF} = \frac{DE}{GF}$
B. $\frac{AD}{BF} = \frac{AE}{GC}$
C. $\frac{DE}{FG} = \frac{FG}{BC}$
D. $\frac{DF}{BF} = \frac{GC}{EG}$

5. 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ (其中 a, b, c 是常数, 且 $a < 0$) 的对称轴是直线 $x = 1$, 且与 x 轴有两个交点, 下列结论一定正确的是 ()

- A. $c < 0$ B. $b < 0$ C. $2a + b = 0$ D. $a + b + c = 0$

6. 如图, 已知抛物线 $C_1: y = x^2 - 6x (0 \leq x \leq 6)$ 与 x 轴交于 O, A_1 两点. 将抛物线 C_1 向右平移得到抛物线 C_2 , 交 x 轴于点 A_1, A_2 ; 再将抛物线 C_2 向右平移得到抛物线 C_3 , 交 x 轴于点 A_2, A_3 . 若直线 $y = m (-9 < m < 0)$ 与这 3 条抛物线交于点 $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6$, 则这 6 个点的横坐标之和是 ()



- A. 6 B. 18 C. 30 D. 54

二、填空题 (共 48 分, 每小题 4 分)

7. 如果 $a:b = 2:3$, 那么代数式 $\frac{b-a}{a}$ 的值是_____.

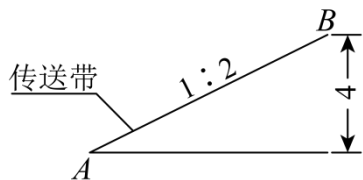
8. 计算: $2(3\vec{a} - \vec{b}) + 3\vec{b} =$ _____.

9. 如果两个相似三角形的面积之比为 $16:9$, 那么它们的周长之比是_____.

10. 已知长方形的长是 x , 宽是长的一半, 面积是 y , 那么 y 关于 x 的解析式是_____. (不要求写定义域).

11. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ, BC = 12, \angle B$ 的余弦值是 $\frac{3}{4}$, 那么 AB 的长是_____.

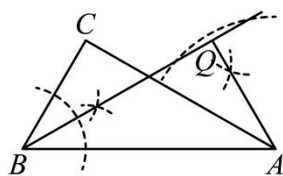
12. 如图, 传送带和地面所成斜坡的坡度为 $1:2$, 它把物体从地面送到离地面 4 米高的地方, 那么物体所经过的路程是_____米 (结果保留根号).



13. 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D, E 分别是 AB, AC 的黄金分割点, 且 $AD > DB, AE > EC, BC = 2$, 那么 DE 的长是_____ (结果保留根号).

14. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ, \angle ABC = 60^\circ, AB = 12$, 结合尺规作图痕迹所提供的信息可求出 AQ 的长

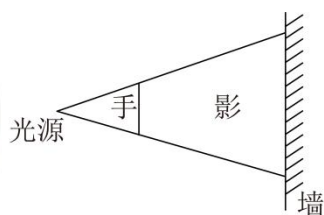
是_____.



15. 如图①中小狗手影是一种常见的游戏，它利用的原理是：光是沿直线传播的. 如图②我们把光源看成一个点，手面看成平行于墙面的一条线段. 在一次游戏中，手距离墙壁 3 米，光源与手的距离为 1 米. 在 hand 的位置不变的情况下，如果光源与手的距离增加 1 米，那么小狗手影的高度变为原来的_____ (填“几分之几”).

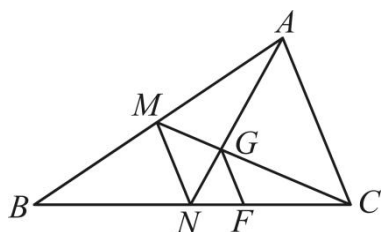


(图①)

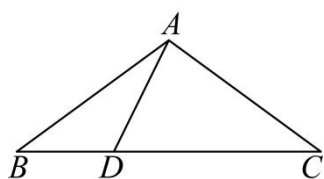


(图②)

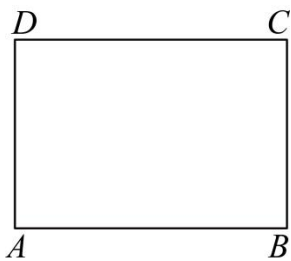
16. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 M 、 N 分别是 AB 、 BC 的中点，连接 AN 、 CM 交于点 G ， $GF \parallel AC$ 交 BC 于点 F ，那么 $S_{\triangle NGF} : S_{\triangle GAC} =$ _____.



17. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $AC = 10$ ， $\cos B = \frac{4}{5}$ ，点 D 是边 BC 上的一点，连接 AD ，如果 $\angle ADB = 90^\circ + \angle BAD$ ，那么 $AD =$ _____.



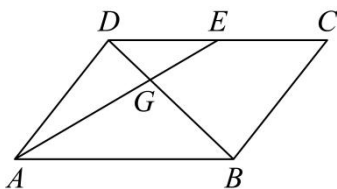
18. 如图，矩形 $ABCD$ 中，连接 BD ，点 E 是 BC 的中点，过点 E 作 $EF \parallel BD$ 交 CD 于点 F ，将 $\triangle CEF$ 沿直线 EF 翻折，点 C 落在平面内点 G 处，如果点 G 恰在 AE 上，那么 $BG : AE$ 的值是_____.



三、解答题（本大题共 7 题，共 78 分）如无特别说明，本大题作答须写出证明或计算的主要步骤.

19. 计算: $\sin 45^\circ - 2\sin 60^\circ + \frac{2\cot 45^\circ}{\tan 60^\circ + 1}$.

20. 如图，已知平行四边形 $ABCD$ 中，点 E 是边 DC 的中点， AE 与对角线 BD 交于点 G ，设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{AD} = \vec{b}$.



(1) 填空：向量 $\overrightarrow{DB} =$ _____，向量 $\overrightarrow{AG} =$ _____.

(注：本题结果用含向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的式子表示)

(2) 作出向量 $\overrightarrow{DG}$ 分别在 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 方向上的分向量.

(注：画图不要求写作法，但要指出所作图中表示结论的向量)

21. 人工智能已经逐渐融入我们的生活. 某餐厅为了跟上时代的步伐，购买了一个送餐机器人，这种机器人与地面的接触面积是可以调整的. 在水平地面上，当机器人对地面的压力一定时，地面所受压强与接触面积之间存在的反比例函数关系（数据如表一所示）. 餐厅的地面由玻璃、木地板和大理石三种材质拼接而成. 地面材质与地面承受的最大压强的关系如表二所示.

表一：地面所受压强与接触面积之间的关系

地面所受 压强 $p(\text{Pa})$		4×10^4	6×10^4	8×10^4	1×10^5	
接触面积 $S(\text{m}^2)$		1.2×10^{-3}	8×10^{-4}	6×10^{-4}	4.8×10^{-4}	

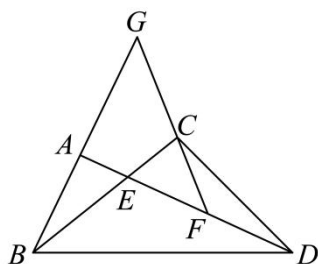
表二：地面材质与地面承受的最大压强的关系

地面材质	玻璃	木地板	大理石
能承受的最大压强 p (Pa)	4.8×10^7	2.4×10^7	2.5×10^8

(1) 求地面所受压强 p (Pa) 关于接触面积 S (m^2) 的函数表达式 (不写定义域)；

(2) 求该机器人与地面的接触面积至少为多少平方米？

22. 如图，线段 AD 、 BC 相交于点 E ，点 F 是线段 ED 的中点，连接 AB 、 BD 、 CD ，分别延长 BA 、 FC 交于点 G 。已知 $\angle BAD = 90^\circ$ ，且 $\frac{AE}{CE} = \frac{BE}{DE}$ 。



(1) 求证： $\angle ABE = \angle FCD$ ；

(2) 如果 DA 平分 $\angle BDC$ ，求证： $\frac{BG}{BD} = \frac{BC}{2CF}$ 。

23. 探究活动：巧拼地砖外边。

装修工人有一大一小两根条形边角料 (大条形边角料 $MOBP$ 中 $MO \parallel PB$ ，小条形边角料 $NOAQ$ 中

$ON \parallel AQ$ ， $\angle MOB = \angle NOA = 135^\circ$)，如图 1 拼接到直角地砖 ($\angle MON = 90^\circ$) 的外边上，发现点 A 与

点 B 不能重合。为了尽可能节约用料，又能使两根条形边角料能拼成一个直角，工人师傅使用一把直尺、

一支笔和一台切割机，经过图 2—图 9 的操作解决了问题，完成了拼接。

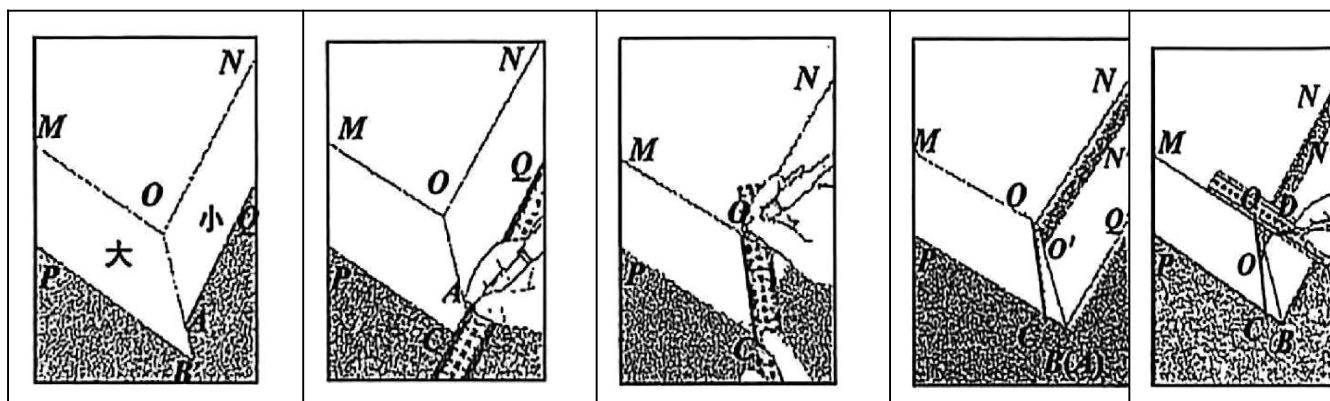
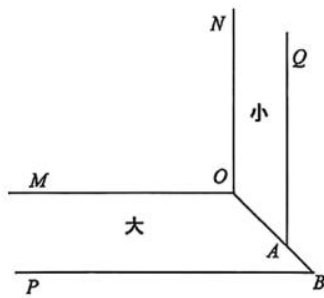
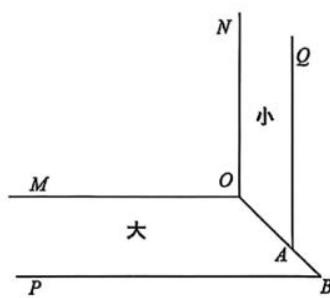


图 1	图 2	图 3	图 4	图 5
【操作说明】 将一大一小两根条形边角料拼在直角地砖的外边.	【操作说明】 画出 QA 的延长线, 交 BP 于点 C.	【操作说明】 连接 OC.	【操作说明】 沿着射线 OB 方向, 平移小条形边角料 $NOAQ$, 使点 A 与点 B 重合, 得到四边形 $O'N'Q'B$.	【操作说明】 画出 MO 的延长线, 交小条形边角料的边于 D.
图 6	图 7	图 8	图 9	
【操作说明】 连接 BD.		【操作说明】 沿着 OC、BD 切割.	【操作说明】 拼接切割后的两根条形边角料.	



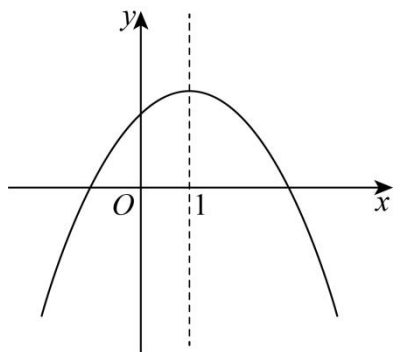
图①



图②

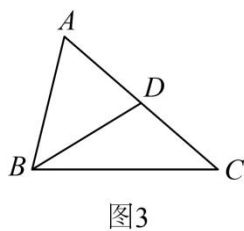
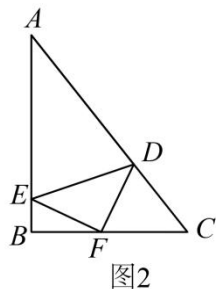
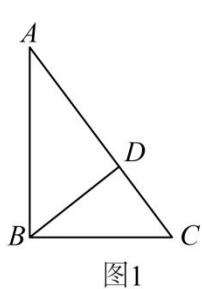
- 请根据图 2-图 6 的操作说明, 在图①中画出操作过程相应的图形, 并按操作过程标注相应的字母;
- 如果大条形边角料为 $MOBP$ 的宽度为 12cm , 小条形边角料为 $NOAQ$ 的宽度为 9cm , 大条形边角料 $MOBP$ 裁剪后的锐角是 $\angle OCP$, 那么 $\tan \angle OCP =$ _____;
- 请根据上述探究, 设计一个新裁剪方案, 在图②中画出剪裁方法, 并简单说明理由.

24. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $C_1: y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$ (b, c 是常数) 经过点 $A(5, -6)$ ，对称轴为直线 $x = 1$ ，顶点为 B 。



- (1) 求抛物线 C_1 的函数表达式及点 B 的坐标。
- (2) 点 M 为抛物线 C_1 上的动点，过点 M 作直线 $x = m$ 。
 - ① 当点 M 在对称轴右侧时，抛物线在直线 $x = m$ 右侧部分 (包含交点) 的最高点的纵坐标为 $2 - m$ ，求 m 的值；
 - ② 当点 M 不在坐标轴上时，直线 $x = m$ 交抛物线 $C_2: y = x^2 - 2x - 3$ 于点 P ，过点 P 作 y 轴垂线，垂足为点 D ，在线段 PD 的延长线上截取 $DQ = 2PD$ ，连接 MQ ，当抛物线 C_1 的顶点 B 在 $\triangle PQM$ 内部时，直接写出 m 的取值范围。

25. 如图，已知在 $\triangle ABC$ 中，点 D 是边 AC 上的一点。



- (1) 当 $\angle ABC = 90^\circ$ 时。
 - ① 如图 1， BD 是边 AC 上的高，求证： $BD^2 = AD \cdot CD$ ；
 - ② 如图 2， $AD = AE$ ，点 F 在边 BC 上，且 $CF = CD$ ，顺次连接 DE, EF, FD 。如果 $EF = DF$ ， $\tan \angle EFB = \frac{1}{2}$ ，求 $\cot C$ 的值。
- (2) 如图 3，如果点 D 是边 AC 的中点， $\angle ABD = \angle ACB$ ，点 G 在线段 DB 延长线上，且 $BG = BC$ ，连接 CG ，取 CG 中点 H ，分别延长 HB, CA 交于点 O ，求 $\frac{S_{\triangle BOD}}{S_{\triangle COH}}$ 的值。

