

虹口区 2025 学年度初三年级第一次学生学习能力诊断练习

数学练习卷

2026.1

(满分 150 分, 时间 100 分钟)

注意:

1. 本练习含三个大题, 共 25 题;
2. 答题时, 务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、练习卷上答题一律无效;
3. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

【下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.】

1. 下列四组线段中, 成比例的是 ()

- A. 1, 2, 3, 4; B. 2, 3, 4, 5; C. 1, 2, 3, 5; D. 2, 3, 4, 6.

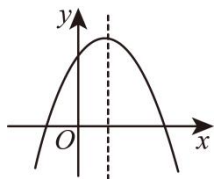
2. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 已知 $AC = 3, BC = 4$, 下列锐角三角比中, 值为 $\frac{3}{4}$ 的是 ()

- A. $\sin B$ B. $\cos B$ C. $\tan B$ D. $\cot B$

3. 已知 $y = (m-3)x^{|m-1|}$ (m 为常数) 是二次函数, 那么 m 的值是 ()

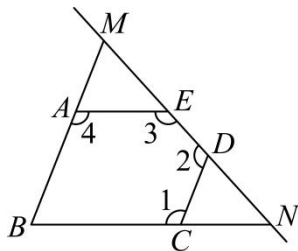
- A. 3 B. -1 C. -3 D. 3 或 -1

4. 如图是二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图像, 那么下列说法中, 正确的是 ()



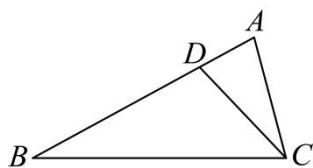
- A. $a > 0$; B. $b > 0$; C. $b < 0$; D. $c < 0$.

5. 如图, 在五边形 $ABCDE$ 中, $AE \parallel BC$, 延长 BA 、 BC , 分别交直线 DE 于点 M 、 N . 如果添加下列一个条件后, 仍无法判定 $\triangle MAE \sim \triangle DCN$, 那么这个条件是 ()



- A. $\angle 2 = \angle 3$ B. $CD \parallel AB$ C. $\angle 1 = \angle 4$ D. $\angle B + \angle 1 = 180^\circ$

6. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 2AC$, 点 D 在边 AB 上, 且 $\angle ACD = \angle B$, 如果 $AD = 2$, 那么 BD 的长是 ()



- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. 计算: $3\vec{a} - 2(\vec{b} - \vec{a}) =$ _____.

8. 如果抛物线 $y = (a-1)x^2$ (a 为常数) 开口向下, 那么 a 的取值范围是 _____.

9. 已知点 $A(-5, y_1)$ 、 $B(-3, y_2)$ 都在二次函数 $y = a(x-1)^2$ ($a < 0$) 的图像上, 那么 y_1 _____ y_2 (填 “>”、“<” 或 “=”).

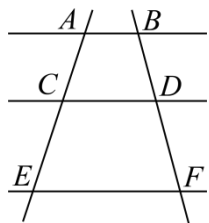
10. 小丽为了画二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图像, 列出了表 (信息不全), 那么 m 的值是 _____.

x	...	-5	-4	-2	0	m	...
y	...	10	5	1	5	10	...

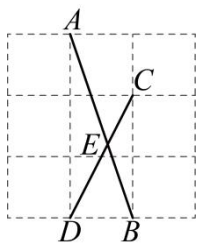
11. 已知两个相似三角形的相似比为 2:3, 且这两个三角形的周长之和为 25, 那么其中较小三角形的周长是 _____.

12. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 如果 $AB = 6$, $\sin A = \frac{1}{3}$, 那么 AC 的长是 _____.

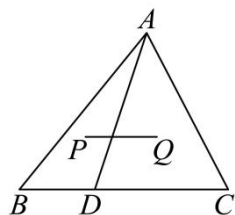
13. 如图, 直线 $AB \parallel CD \parallel EF$, 如果 $\frac{AC}{CE} = \frac{3}{4}$, $BD = 6$ 那么 BF 的长是 _____.



14. 如图, 在正方形网格中, 每个小正方形的边长都相等, 点 A 、 B 、 C 、 D 都在格点上, 连接 AB 、 CD 交于点 E , 那么 $\frac{CE}{DE}$ 的值是 _____.

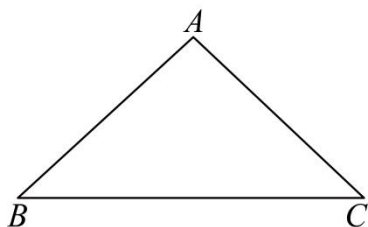


15. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 在边 BC 上，连接 AD ，点 P 和 Q 分别是 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 的重心．如果 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$ ，那么用 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 表示 $\overrightarrow{PQ}$ 是_____.

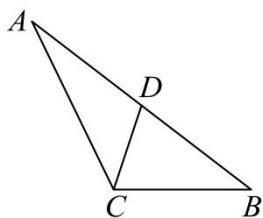


16. 对于某个函数，如果当 $x = x_0$ 时，函数值 $y = -x_0$ ，那么我们称 $(x_0, -x_0)$ 为此函数的“反点”．例如函数 $y = 2x - 3$ ，因为当 $x = 1$ 时 $y = -1$ ，所以 $(1, -1)$ 为此函数的“反点”．二次函数 $y = x^2 - 5x + 4$ 的“反点”是_____.

17. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 10$, $\sin B = \frac{2}{3}$ ．点 D 在边 BC 上，连接 AD ，将 $\triangle ABD$ 沿 AD 翻折得到 $\triangle AED$ ，点 B 对应点 E ，连接 CE ，如果 $CE \parallel AB$ ，那么 BD 的长是_____.



18. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $BC = 5$ ， $\cot A = 2$ ， $\sin B = \frac{3}{5}$ ， D 是 AB 的中点． E 是线段 AC 延长线上一点，连接 BE ，如果四边形 $BDCE$ 的一组对角相等且另一组对角不相等，那么 AE 的长是_____.



三、解答题 (本大题共 7 题，满分 78 分)

19. 计算: $\cos^2 30^\circ - \frac{\tan 45^\circ}{1 - \cos 60^\circ} + \sin^2 45^\circ$.

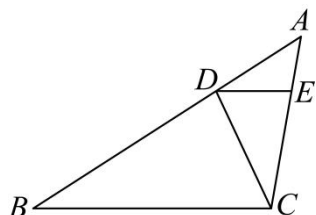
20. “已知抛物线 $C_1: y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 经过点 $A(0, -5)$, $B(-1, 0)$ ，求抛物线 C_1 的表达式”

式。”上述题目中的黑色阴影部分由于墨水污染而无法辨认，因此导致题目缺失了一个条件无法解答，经查询发现抛物线 C_1 的表达式为 $y = x^2 - 4x - 5$ 。

(1) 请根据已有的信息添加一个缺失的条件：_____；

(2) 将抛物线 C_1 向上平移 m 个单位后得到抛物线 C_2 ，如果抛物线 C_2 的顶点关于原点的对称点在抛物线 C_1 上，求 m 的值。

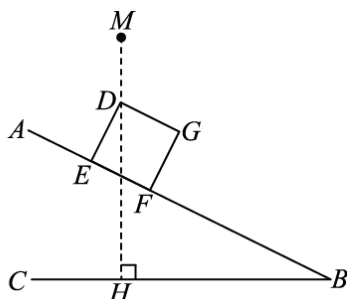
21. 如图， D 、 E 分别是 $\triangle ABC$ 边 AB 、 AC 上的点，且 $DE \parallel BC$ ， $DE = 4$ ， $BC = 12$ ， $AE = 3$ 。



(1) 求 CE 的长；

(2) 如果 $\angle ACD = \angle ABC$ ，求 CD 的长。

22. 如图，某仓库有一传送带运输货柜，其侧面示意图如图所示， BC 为地面， AB 为斜坡上的传送带， $\angle B = 26.5^\circ$ ，四边形 $DEFG$ 是边长为 1.8 米的正方形。点 M 为仓库卷帘门打开的最高位置，点 M 、 D 、 H 在同一直线上，点 D 到地面的距离 DH 为 5 米。



(1) 求 BE 的长 (精确到 0.1 米)；

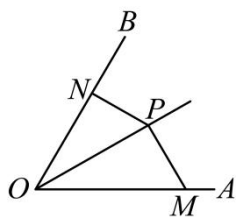
(2) 已知 M 到地面的距离 MH 为 6.8 米，如果正方形 $DEFG$ 的边长扩大为原来的 2 倍，能否继续利用该传送带运输？请通过计算说明 (AB 足够长)。(参考数据：

$\sin 26.5^\circ \approx 0.45$, $\cos 26.5^\circ \approx 0.90$, $\tan 26.5^\circ \approx 0.50$)

23. 【模型探究】

如图，已知 M 、 N 分别是 $\angle AOB$ 边 OA 、 OB 上的点， P 是 $\angle AOB$ 的平分线上一点，满足

$\angle MPN + \frac{1}{2}\angle AOB = 180^\circ$ 。求证： $OP^2 = OM \cdot ON$ 。

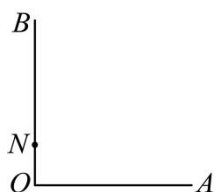


【模型应用】

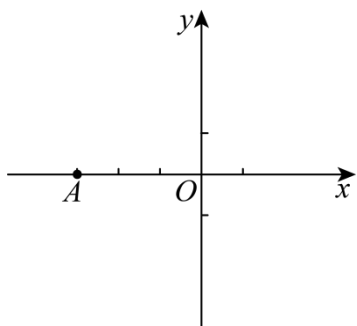
(1) 已知 M 、 N 分别是 $\angle AOB$ 边 OA 、 OB 上的点， P 是 $\angle AOB$ 的平分线上一点，如果 $\angle AOB = 60^\circ$ ， $OM = 6$ ， $ON = 4$ ， $OP = 2\sqrt{6}$ ，那么 $\angle MPN$ 的度数为_____；

(2) 如图，已知 $\angle AOB = 90^\circ$ ， N 是边 OB 上一点，请在边 OA 上选择一个合适的点 M ，并在 $\angle AOB$ 内部求作一个点 P ，满足 $\angle MPN = 135^\circ$ 且 $PM = 2PN$ 。

(要求：尺规作图，保留作图痕迹，不写作法)



24. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，已知抛物线 $y = ax^2 + 2ax + c$ ($a \neq 0$) 交 x 轴于点 $A(-3, 0)$ 和点 B ，交 y 轴于点 C ，抛物线的顶点为 D 。



(1) 直接写出点 B 的坐标，并用含 a 的代数式表示顶点 D 的坐标；
 (2) 将该抛物线平移得到新抛物线，所得新抛物线的最高点是 B ，且与 y 轴的交点为 E ，连接 AC 、 AE ，如果 $\triangle ACE$ 的面积为 6，求 a 的值；

(3) 当点 D 的坐标为 $(-1, -4)$ 时，如果点 P 在抛物线上，且 $\angle ADP = 45^\circ$ ，求点 P 的坐标。

25. 如图 1，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $CD \parallel AB$ 且 $AC = AD$ 。

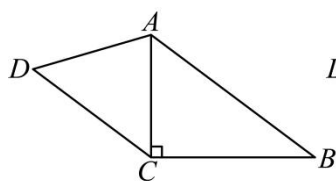


图1

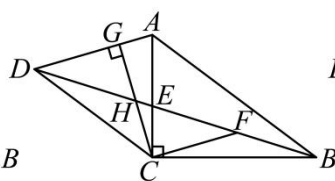


图2

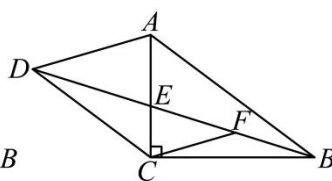


图3

(1) 求证: $2AC^2 = CD \cdot AB$;

(2) 连接 BD 交 AC 于点 E , 过点 C 作 $CF \parallel AD$ 交 BD 于点 F .

①过点 C 作 $CG \perp AD$ 分别交 AD 、 BD 于点 G 、 H , 如图 2 所示. 已知 $AB = 5$, $\tan \angle ABC = \frac{3}{4}$, 求 CF 和 CH 的长;

②如图 3, 如果 F 为 BE 的中点, 求 $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle ADC}}$ 的值.