

初三数学期末练习卷

1. 本练习卷共 25 题，答题时，务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答，在草稿纸、本练习卷上答题一律无效.

2. 除第一、二大题外，其余各题如无特别说明，都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题（共 24 分，每小题 4 分）

1. 下列两个图形不一定是相似形的是（ ）

- A. 两个圆 B. 两个等边三角形 C. 两个正方形 D. 两个菱形

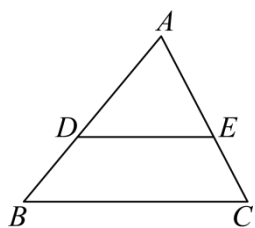
2. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，那么 $\sin A$ 等于（ ）

- A. $\frac{BC}{AC}$ B. $\frac{AC}{BC}$ C. $\frac{BC}{AB}$ D. $\frac{AC}{AB}$

3. 下列函数中，一定是二次函数的是（ ）

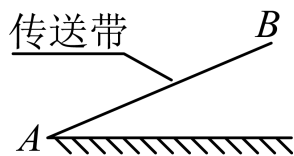
- A. $y = ax + 1$ B. $y = ax^2 + 1$
C. $y = (a^2 + 1)x^2$ D. $y = (ax + 1)^2$

4. 如图，点 D 、 E 分别在 $\triangle ABC$ 的边 AB 、 AC 上，下列条件中一定能判定 $DE \parallel BC$ 的是（ ）



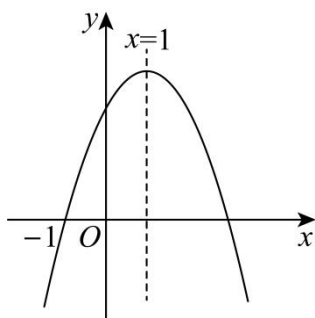
- A. $\frac{AD}{AE} = \frac{AB}{AC}$ B. $\frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB}$ C. $\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB}$ D. $\frac{AE}{EC} = \frac{AB}{BD}$

5. 如图，传送带和地面所成斜坡 AB 的坡度为 $1:2.4$ ，它把物体从点 A 处传送到斜坡高处，物体沿斜坡 AB 方向向上所经过的路程为 26 米，那么此时物体离地面的高度为（ ）



- A. 5 米 B. 10 米 C. 12 米 D. 13 米

6. 如图，已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的对称轴是直线 $x = 1$ ，且过点 $(-1, 0)$ ，顶点在第一象限，其部分图像如图所示. 给出以下结论：① $ab < 0$ ；② $4a + 2b + c > 0$ ；③ $3a + c > 0$. 其中正确的选项是（ ）



A. ①②

B. ①③

C. ②③

D. ①②③

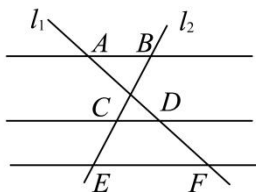
二、填空题 (共 48 分, 每小题 4 分)

7. 已知 $\frac{x}{y} = \frac{3}{2}$, 则 $\frac{x-y}{x+y}$ 的值是_____.

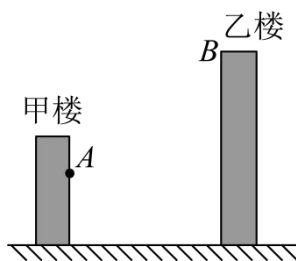
8. 计算: $2(\vec{a} - \vec{b}) + 3\vec{b} =$ _____.

9. 抛物线 $y = -2(x+3)^2$ 的顶点坐标是_____.

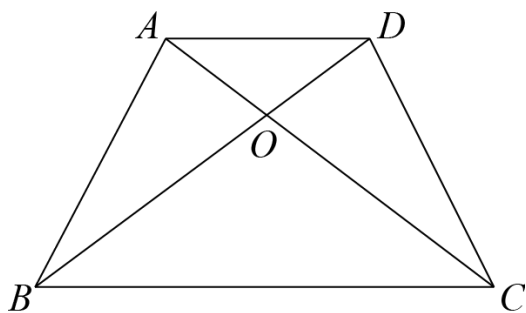
10. 如图, 已知 $AB \parallel CD \parallel EF$, 它们依次交直线 l_1 、 l_2 于点 A 、 D 、 F 和点 B 、 C 、 E . 如果 $AD:DF = 3:2$, $BC = 21$, 那么 $CE =$ _____.



11. 如图, 从甲楼的一窗口观测点 A 处测得乙楼的楼顶端 B 的仰角是 37° , 那么从乙楼顶端 B 处看 A 处的俯角是_____°.



12. 如图, 梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 对角线 AC 、 BD 相交于点 O , 如果 $\triangle BCD$ 的面积是 $\triangle ABD$ 面积的 2 倍, 那么 $\triangle BOC$ 与 $\triangle BDC$ 的面积之比是 _____.



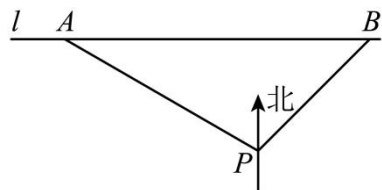
13. 如果将抛物线 $y = x^2 + 2x - 1$ 向上平移，使它经过点 $A(0, 3)$ ，那么所得新抛物线的表达式是_____.

14. 二次函数 $y = ax^2 + bx + 2$ 的自变量 x 和函数值 y 的部分取值如下表所示：

x	...	-1	0	1	2	3	...
y	...	5	2	n	p	5	...

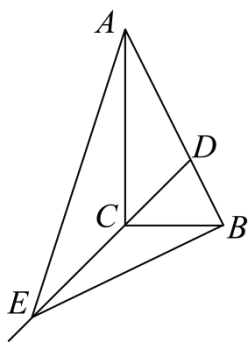
那么 n _____ p (填 “>” “<” 或 “=”).

15. 如图，监测点 P 在距离道路 l 的 100 米处，道路上的货车 A 在监测点 P 的北偏西 60° 的方向. 道路上的汽车 B 在监测点 P 的东北方向，此时货车 A 和汽车 B 相距_____米 (结果保留根号).

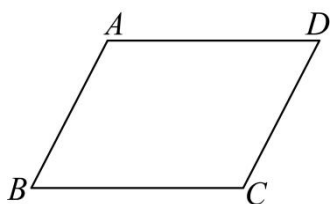


16. 广场上音乐喷泉中的喷头与地面齐平，喷出的水线呈一条抛物线，水线上水珠的高度 y (米) 关于水珠与喷头的水平距离 x (米) 的函数解析式是 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x$. 那么水珠从喷出到落地时的水平距离为_____米.

17. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\tan\angle CAB = \frac{1}{2}$. CD 平分 $\angle ACB$ ， E 为 DC 延长线上一点，且 $\angle CEA = \angle CBE$ ，那么 $\frac{CD}{CE}$ 的值为_____.



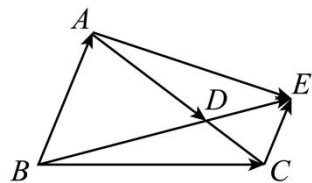
18. 如图, 在 $\square ABCD$, $AB=6$, $BC=8$, $\angle B=60^\circ$, 将 $\square ABCD$ 绕着 BC 的中点 O 旋转到 $\square A'B'C'D'$ 的位置, 当点 B' 落在边 AB 上时, 边 $A'D'$ 与边 CD 相交于点 G , 则 $\cot \angle CGB' =$ _____.



三、解答题

19. 计算: $\sqrt{6}\cot 60^\circ - |2\cos 45^\circ - 1| + 4\sin^2 30^\circ$.

20. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在边 AC 上, 且 $AD=2DC$, 点 E 在 BD 的延长线上, $CE \parallel AB$. 已知 $\overrightarrow{BA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$.

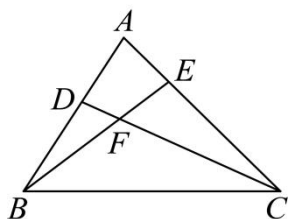


(1) 用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 分别表示向量 $\overrightarrow{AC} =$ _____, $\overrightarrow{AE} =$ _____.

(2) 作出向量 $\overrightarrow{AD}$ 分别在 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 方向上的分向量.

(写出结论, 不要求写作法).

21. 已知, 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别在边 AB 和 AC 上, $AD \cdot AB = AE \cdot AC$, 点 F 是 BE 与 CD 的交点.



(1) 求证: $\triangle FDB \sim \triangle FEC$.

(2) 如果 $AB = 15, AC = 18, AD = 6$ ，求 $EF : DF$.

22. 阅读下列材料，回答问题.

拉伸运动的“密钥”

拉伸运动对身体机能的调节起着关键作用. 从运动生理学角度来看，科学的拉伸可以改善关节活动范围，提升身体的灵活性和协调性.

拉伸板是一种有效的拉伸工具，其侧面结构可以看作一个三角形（如图）. 脚踏板 AB 可绕底座铰链 B 转动，支撑杆 CD 的上端位于脚踏板的点 D 处. 通过移动支撑杆 CD 下端点 C 的位置，可以改变脚踏板的倾斜角度，从而调节拉伸强度. 当人站在倾斜的脚踏板上时，身体重量会产生一个沿着踏板方向的拉伸力 F ，这个力的大小决定了拉伸的强度. 拉伸力 F 的大小可用公式表示为 $F = mg \cdot \sin \alpha$ ，其中 m （单位：千克）为体重， $g \approx 10$ 牛/千克. α 是脚踏板与水平地面之间的夹角，这个公式可以帮助我们科学地选择档位，避免过度拉伸或拉伸不足.

如图，小海有一款三档可调节拉伸板，三档的夹角 α 度数分别为 $20^\circ, 25^\circ, 30^\circ$. 已知 $BD = 30\text{cm}$.

(1) 小海的体型是 50 千克，如果拉伸力 F 在 180 牛至 220 牛可以达到锻炼的目的. 结合计算说明，在这三档之中，小海选择哪个档位能达到锻炼的目的.

(2) 当档位夹角为 30° 时，支撑杆 CD 恰好与底座 BM 垂直，求此时支撑杆下端点 C 与铰链 B 点的距离为多少厘米（结果保留根号）？

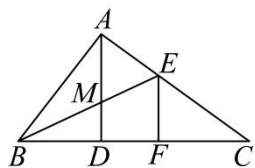
(3) 当档位夹角从 30° 调到 20° ，即支撑杆的位置变化到 D_1C_1 时，支撑杆 CD 的端点 D 在竖直方向下降约为多少厘米？

参考数据（精确到 0.01）：

α	20°	25°
$\sin \alpha$	0.34	0.42
$\cos \alpha$	0.94	0.91

23. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AD \perp BC$ ，垂足为点 D ，点 E 是边 AC 上一点， $EF \perp BC$ ，

垂足为点 F ， AD 、 BE 交于点 M 。

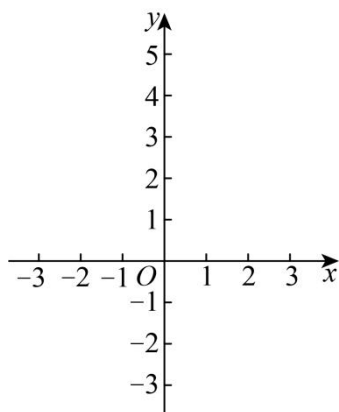


(1) 如果 BE 平分 $\angle ABC$ ，求证： $BM \cdot CE = AM \cdot BE$ ；

(2) 如果 $BD = CF$ ，求证： $\frac{EF}{AD} = \frac{AB^2}{AC^2}$ 。

24. 新定义：在平面直角坐标系中，抛物线上的点和它的顶点的连线，与这条抛物线的对称轴所夹的角的正切值称为抛物线上这个点的开口程度。规定抛物线顶点的开口程度为 0。根据上述定义，解决以下问题：

如图，在平面直角坐标系 xOy 中。



(1) 如果抛物线 $y = x^2 - 4x + 5$ 与 y 轴交于点 P ，求此抛物线上点 P 的开口程度 k_P

(2) 已知抛物线 $y = x^2 - 4x + a$ 与 x 轴交于 A 、 B 两点 (A 在 B 的左侧)，如果此抛物线上点 A 的开口程度 $k_A = 1$ ，求 a 的值；

(3) 将抛物线 $C_1: y = mx^2 - 2mx + n (m > 0)$ 平移，使平移后的抛物线 C_2 经过抛物线 C_1 的顶点 M ，记抛物线 C_2 的顶点为 N ， C_2 的对称轴交 C_1 于点 Q ，如果 C_1 上点 Q 的开口程度与 C_2 上点 M 的开口程度相等，均为 2，且 $\triangle QMN$ 的面积为 8，试求 m 的值。

25. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC \geq 90^\circ$ ，点 D 为边 AC 上一点， $\angle ABD = \angle ACB$ ， $CD = 2$ 。将 $\triangle ABD$ 沿 BD 翻折得到 $\triangle A_1BD$ ，点 A_1 恰好落在边 BC 的垂直平分线上。

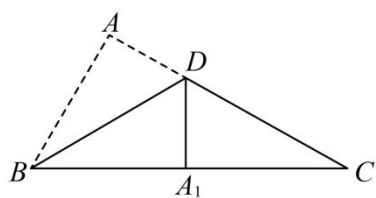


图1

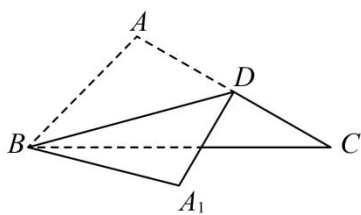


图2

- (1) 如图 1, 如果点 A_1 在边 BC 上, 求 $\frac{AD}{AB}$ 的值;
- (2) 如图 2, 如果 $AD = CD$, 求 BD 的长;
- (3) 如果 $AB = CD$, 求 $\angle BAC$ 的度数.