

2025 学年度第一学期期末九年级自适应练习 (2026.1)

数学试卷

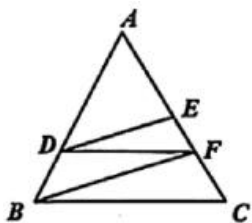
考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题. 试卷满分 150 分. 考试时间 100 分钟.
2. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效.
3. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.
4. 填空题须在对应矩形框内作答, 超出对应边框作答无效.

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

【下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. 已知 $\frac{x}{y} = \frac{5}{2}$, 下列式子一定成立的是 ()
- A. $x = 5, y = 2$ B. $5x = 2y$ C. $y = \frac{5}{2}x$ D. $\frac{x-y}{y} = \frac{3}{2}$
2. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 如果 $AC = 1$, $BC = 2\sqrt{2}$, 那么 $\sin B$ 的值是 ()
- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ C. $2\sqrt{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{4}$
3. 下列抛物线中, 能满足经过原点, 且对称轴为直线 $x = 1$ 的是 ()
- A. $y = (x+1)^2$ B. $y = x^2 + 2x$
- C. $y = -x^2 + 2x$ D. $y = x^2 - 2x + 1$
4. 设非零向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$, 如果 $\vec{a} = 2\vec{b}$, $\vec{b} = -3\vec{c}$, 那么下列说法中错误的是 ()
- A. $\vec{a} \parallel \vec{c}$ B. $\vec{a}$ 与 $\vec{c}$ 方向相反
- C. $|\vec{a}| = 6|\vec{c}|$ D. $\vec{a} - 6\vec{c} = \vec{0}$
5. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在边 AB 上, 点 E 、 F 在边 AC 上, $DF \parallel BC$. 下列条件中, 不一定能判定 $DE \parallel BF$ 的是 ()



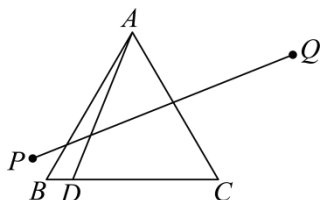
A. $\frac{AE}{EF} = \frac{AF}{FC}$

B. $\frac{DE}{BF} = \frac{DF}{BC}$

C. $\frac{EF}{FC} = \frac{DF}{BC}$

D. $\frac{CF}{AC} = \frac{EF}{AF}$

6. 如图，在等边三角形 ABC 中，点 D 在边 BC 上，点 D 关于直线 AB 、 AC 的对称点分别是点 P 、 Q ，那么关于线段 PQ 与线段 AD 之间的数量关系正确的是 ()



A. $PQ = \frac{2\sqrt{3}}{3} AD$

B. $PQ = \sqrt{3} AD$

C. $PQ = 2 AD$

D. $PQ = \frac{3\sqrt{3}}{2} AD$

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分)

7. 计算： $\sqrt[3]{8} = \underline{\hspace{1cm}}$.

8. 函数 $y = \frac{x-3}{x}$ 的定义域是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

9. 已知反比例函数 $y = \frac{k+1}{x}$ ，其图象在所在的每一个象限内 y 都随 x 的增大而增大，则 k 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

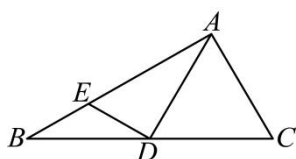
10. 已知二次函数 $y = x^2 + bx + c$ 的图像经过点 $A(1, 3)$ 、 $B(-1, 1)$ ，那么这个二次函数的解析式为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

11. 已知抛物线 $y = 2x^2 + bx + b + 3$ 的对称轴是 y 轴，那么它的顶点坐标为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

12. 将两根长度相同的细铜丝均在其黄金分割点处弯折 (不计弯折处损耗)，再首尾相接围成一个矩形 $ABCD$ ($AB < BC$)，连接 BD ，那么 $\angle DBC$ 的正切值等于 $\underline{\hspace{2cm}}$.

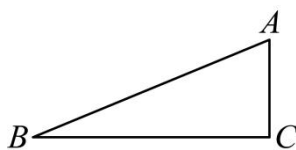
13. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， AD 为中线，点 E 在边 AB 上， $DE \perp AD$. 如果 $BC = 20$,

$\cot B = \frac{5}{3}$, 那么 $DE =$ _____.

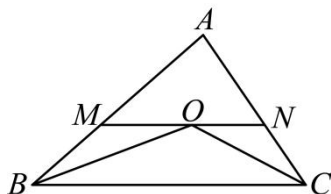


14. 已知四边形 $ABCD$ 对角线 AC 与 BD 交于点 O , $\frac{OA}{OB} = \frac{OD}{OC}$, $\angle ABD = 2\angle CAD$. 如果 $\angle ABC = 102^\circ$, 那么 $\angle ACD =$ _____度.

15. 如图, 斜坡 AB 的坡度为 $1:2.4$, 如果将斜坡的铅垂高度从 A 处沿射线 CA 的方向延伸 2 米, 并保持坡度不变, 那么需从 B 处沿射线 CB 的方向延伸_____米.

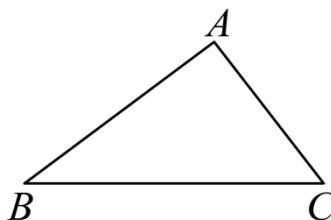


16. 如图, $\triangle ABC$ 中, OB 、 OC 分别平分 $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$, 点 M 、 N 分别在边 AB 、 AC 上. 过点 O 的线段 $MN \parallel BC$. 如果 $AB = 5$, $AC = 4$, $BC = 6$, 那么 $MN =$ _____.



17. 我们把一个三角形一条边上的中线与另一条边上的高的交点称为这个三角形的中垂点. 已知在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\cos \angle ABC = \frac{1}{4}$, AD 为 BC 边上的高, 点 O 在 AD 上, 连接 CO 并延长交 AB 于点 E , 如果点 O 是 $\triangle ABC$ 的中垂点, 那么 $\frac{OE}{OC}$ 的值为_____.

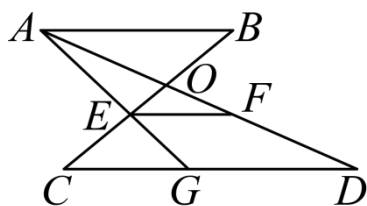
18. 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AC = 3$, $AB = 4$, 点 D 在边 AB 上, 将 $\triangle ACD$ 沿着 CD 翻折得 $\triangle A'CD$, 其中点 A 与点 A' 对应, 连接 $A'B$, 如果 $\angle ACD = \angle A'BA$, 那么 $AD =$ _____.



三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. 计算: $\sin 60^\circ \cdot \tan^2 60^\circ - \frac{2}{\cot 30^\circ + 2 \sin 45^\circ}$.

20. 如图, 已知线段 AD 与 BC 交于点 O , 点 E, F 分别在 OC 和 OD 上, $AB \parallel EF \parallel CD$, 射线 AE 与 CD 交于点 G , $AO:OF:FD = 2:1:2$, $AB = 6$.

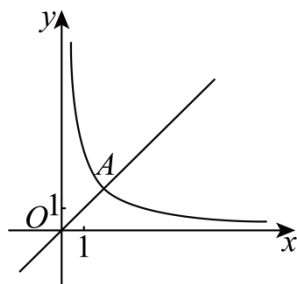


(1) 求 CG 的长;

(2) 连接 ED , 设 $\overrightarrow{EA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{EF} = \vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{EB} =$ _____, $\overrightarrow{ED} =$ _____. (用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示)

21. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $y = kx$ ($k \neq 0$) 与反比例函数 $y = \frac{4}{x}$ 在第一象限内的图像交于点

$A(2, a)$, 点 $B(b, 8)$ 在直线 OA 上.



(1) 求点 A 、 B 的坐标;

(2) 点 C 在反比例函数 $y = \frac{4}{x}$ ($x > 2$) 的图像上, 如果 $\angle ABC = 45^\circ$, 将直线 OA 平移, 使其经过点 C , 求平移后所得直线的表达式.

22. 【发现问题】顺次连接对角线相等的四边形的四条边的中点, 就可以得到一个菱形. 小普同学进一步思考: 如果一个四边形的对角线不相等, 那么能否在这个四边形中画出一个菱形, 使其满足四个顶点分别落在四边形的四条边上, 且两组对边分别与四边形的两条对角线平行?

【提出问题】小普同学把这个想法改写成如下的一段数学语言: 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AC \neq BD$, 点 E, F, G, H 分别在边 AB, BC, CD, AD 上, 且 $EH \parallel BD \parallel FG$, _____, 如果四边形 $EFGH$ 是菱形, 那么怎样画出这个菱形呢?

【分析问题】小普同学在与 AI 的交流中, AI 给出了一种解决问题的思考路径:

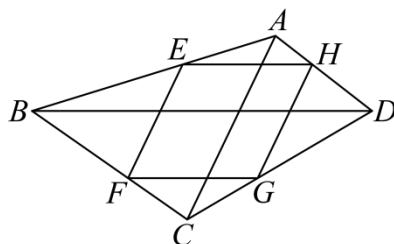
解决问题的思考路径

从条件中可知 $EFGH$ 已经是平行四边形，所以要画出这个菱形，只要确定点 E 在 AB 上的位置，使 $EH = EF$ 即可。根据这个想法，设

$\frac{AE}{BE} = k$ ，通过 确定 k 的值，使 $EH = EF$ 。

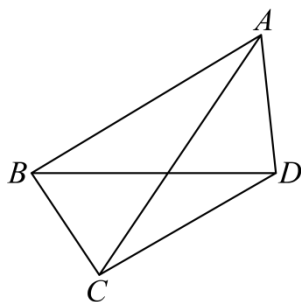
思考路径中提到的 k 的值与什么值相关？

k 的值主要与四边形的对角线 AC 和 BD 的长度相关。

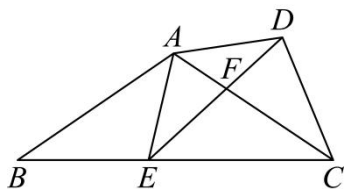


【解决问题】

- (1) 根据图，将【提出问题】中缺失的条件补充完成（即“_____”）；
- (2) 根据小普同学与AI的对话，设 $AC = a$ ， $BD = b$ ，用含 a 、 b 的代数式表示 k ；
- (3) 在图中，画出符合要求的菱形 $EFGH$ ，写出确定点 E 的作图步骤，并保留确定点 E 的作图痕迹。

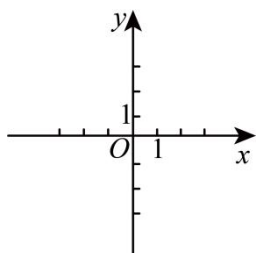


23. 已知：如图，四边形 $ABCD$ 中，点 E 在边 BC 上， DE 交 AC 于点 F ， $\angle AED = \angle B$ ， $AE^2 = AF \cdot AC$ 。



- (1) 求证： $\triangle ABE \sim \triangle ECF$ ；
- (2) 如果 $\frac{AD}{EF} = \frac{AC}{EC}$ ，求证： $DE \cdot AC = AE \cdot BC$ 。

24. 在平面直角坐标系 xOy 中（如图），已知抛物线 $y = a(x+2)^2 + k$ ($a > 0$) 与 x 轴交于点 $A(-5, 0)$ ，与 y 轴交于点 B ，顶点为 P 。



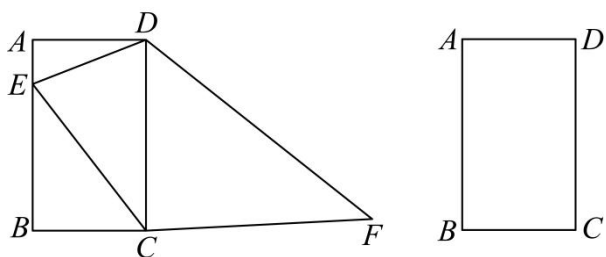
(1) 用含 a 的代数式分别表示点 B 、点 P 的坐标;

(2) 作过点 B 和点 P 的直线交 x 轴于点 C .

①当 a 取不同的数值时, 点 C 是否会移动? 如果不会, 试求出点 C 的坐标; 如果会, 试用含 a 的代数式表示 OC 的长;

②当 a 取 1 时, 抛物线与 y 轴的交点记作 B_1 , 顶点记作 P_1 , 当 a 取 $m(0 < m < 1)$ 时, 此时抛物线与 y 轴的交点和顶点分别记作 B_m 和 P_m , 如果 $\angle P_1 P_m B_m$ 的补角等于 $\angle P_m P_1 B_1$ 的两倍时, 求 m 的值.

25. 如图, 已知矩形 $ABCD$ 中, 点 E 是边 AB 上一动点, 在 $\triangle DEC$ 右侧作 $\triangle DCF$, 使得 $\triangle DCF \sim \triangle DEC$, 其中点 C 、 F 分别与点 E 、 C 对应. 已知 $AB = 2\sqrt{3}$, $BC = 2$.



(1) 当点 E 与点 B 重合时, 求四边形 $DECF$ 的面积;

(2) 点 E 由点 A 向点 B 移动的过程中 (点 E 不与点 B 重合), 研究以下 3 个量的变化情况, 完成填空并说明编号为②的量的变化情况的理由:

① $\angle EDF$ 的大小; ② DF 的长度; ③ $\tan \angle DFC$ 的值.

其中, 变大的量是 _____; 变小的量是 _____. (请在横线处填入编号)

(3) 当四边形 $DECF$ 的一条对角线平分另一条对角线时, 求 AE 的长.