

2025 学年第一学期初三数学教学质量调研试卷

(考试时间: 100 分钟 满分: 150 分)

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本调研试卷上答题一律无效.
2. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

【每题只有一个正确选项, 在答题纸相应题号的选项上用 2B 铅笔正确填涂】

1. 现有甲、乙、丙三个矩形, 矩形甲的一组邻边长为 4 与 9, 矩形乙的一组邻边长为 3 与 2, 矩形丙的一组邻边长为 4.5 与 2, 那么三个矩形间相似关系判断正确的是 ().

- A. 甲、乙相似
B. 乙、丙相似
C. 丙、甲相似
D. 甲、乙、丙都不相似

2. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的对边分别是 a 、 b 、 c , 那么下列等式中不正确的是 ()

- A. $a = b \cdot \tan A$
B. $c = a \cdot \sin A$
C. $c = \frac{b}{\sin B}$
D. $b = \frac{a}{\cot B}$

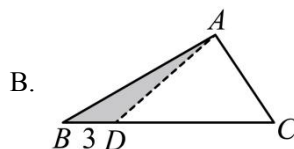
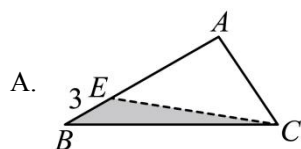
3. 宁宁同学在将某条抛物线表达式化为 $y = a(x+m)^2 + n$ 形式时, 他给出的结果是 $y = (2x+4)^2 + 4$, 那么这条抛物线的顶点坐标为 ()

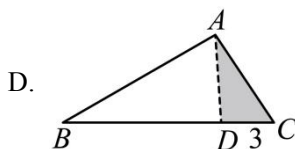
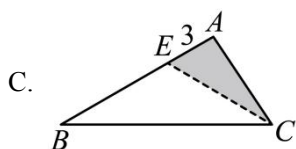
- A. $(-4, 4)$
B. $(-4, -4)$
C. $(-2, 4)$
D. $(-2, -4)$

4. 已知一个单位向量 $\vec{e}$, 设 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 都是非零向量, 那么下列等式中一定成立的是 ()

- A. $|\vec{e}| \vec{a} = \vec{a}$
B. $|\vec{b}| \vec{e} = \vec{b}$
C. $|\vec{a}| = |\vec{e}| |\vec{b}|$
D. $|\vec{b}| \vec{a} = |\vec{a}| \vec{b}$

5. 在三角形纸片 ABC 中, $AB = 10$, $BC = 12$, $AC = 6$, 那么按图中数据沿虚线剪下的阴影部分三角形与 ABC 相似的是 ()





6. 已知 m 是常数，它满足以下要求：

- (1) 抛物线 $y = (m+1)x^2$ 的最高点就是它的顶点.
- (2) 抛物线 $y = (x+m)^2 + m+1$ 的对称轴在 y 轴的右侧.
- (3) 从左往右看，抛物线 $y = (m+3)x^2 + 1$ 在 y 轴左侧部分是下降的.

那么常数 m 可以取的值是 ().

- A. -3 B. -2 C. -1 D. 0

二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）【在答题纸相应题号后的空格内直接填写答案】

7. 已知 $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} \neq 0$ ，那么 $\frac{a+3b}{2b}$ 的值为_____.

8. 计算： $\frac{3}{2}\vec{a} - 2\left(\frac{1}{4}\vec{a} - \frac{3}{2}\vec{b}\right) =$ _____.

9. 如果两个相似三角形的面积比为 0.25，那么它们的周长之比为_____.

10. 小宁同学在绘制《学校校园平面图》时，经测量得知校园内 A 、 B 两点间距离为 150 米，他考虑画一条 5 厘米的线段来表示，那么小宁同学绘制的《学校校园平面图》的比例尺是_____.

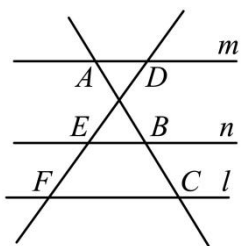
11. 在下列给定的 y 关于 x 的函数中：① $y = \pi x^2 - 1$ ，② $y = ax^2 + bx + c$ ，③ $y = (\sqrt{3} - 1)^2 x + 1$ ，

④ $y = \frac{1}{x^2 + 1}$ ，一定是二次函数的是_____。（填写序号）

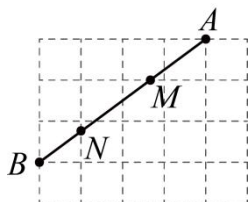
12. 若将抛物线 $y = 2(x+m)^2 + 5$ 沿 x 轴向左平移 2 个单位后，所得抛物线的顶点恰好落在 y 轴上，那么 m 的值为_____.

13. 若点 P 是线段 AB 上的一点，满足 $AP^2 = BP \cdot AB$ ，已知 $BP = \sqrt{5} - 1$ ，那么 AB 的长为_____.

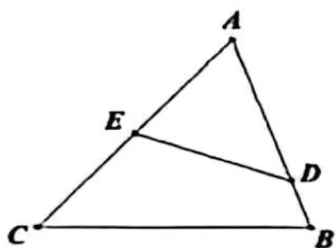
14. 如图，两条直线被三条平行线 m 、 n 、 l 所截，分别相交于点 A 、 B 、 C 、 D 、 E 、 F ，若 $AB = \frac{3}{2}BC$ ，那么当 $EF = \frac{3}{2}$ 时， DF 的长为_____.



15. 如图，在由大小相同的小正方形组成的网格图中，连接格点 A 、 B 的线段交网格线于 M 、 N 两点，那么 $AM: MN: BN =$ _____.



16. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 60^\circ$ ， $\angle B = 70^\circ$ ， D 、 E 分别是边 AB 、 AC 上的点，满足 $\frac{AD}{AB} = \frac{4}{5}$ ，若 E 为 AC 的中点，且 $\angle ADE = 50^\circ$ ，那么 $\frac{AB}{AC}$ 的值为_____.

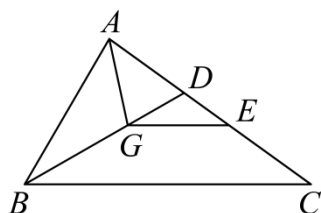


17. 若抛物线 C_1 的顶点在抛物线 C_2 上，而抛物线 C_2 的顶点又在抛物线 C_1 上（两个顶点不重合），那么称抛物线 C_1 和 C_2 互为“和谐抛物线”. 已知抛物线 $C: y = 2(x-1)^2 + 2$ 与 y 轴交于点 A ，点 B 与点 A 关于抛物线 C 的对称轴对称，那么以点 B 为顶点的抛物线 C 的“和谐抛物线”的表达式为_____.
18. 在矩形 $ABCD$ 中， $AB = CD = 6$ ， $AD = BC = 5$ ， E 为射线 AB 上一点，将 $\triangle ADE$ 沿 DE 翻折，得到 $\triangle A_1DE$ （点 A 的对应点为 A_1 ）. 联结 A_1A 、 A_1B ，当 $\triangle A_1AB$ 为等腰三角形时， AE 长是_____.

三、解答题（本大题共 7 题，满分 78 分）【将下列各题的解答过程，写在答题纸的相应位置上】

19. 计算：
$$\frac{\sin 30^\circ}{\cos^2 30^\circ - \frac{1}{2}} + \tan 60^\circ - \frac{1}{\cot 30^\circ + 2\cos 45^\circ}.$$

20. 如图，已知点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心，连接 BG 并延长交边 AC 于点 D ，连接 AG ，过点 G 作 $GE \parallel BC$ 交边 AC 于点 E .



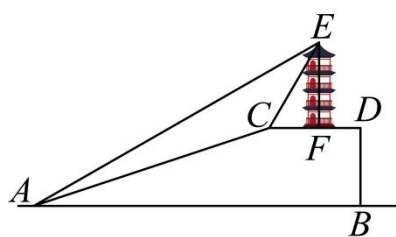
- (1) 如果设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, 试用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示 $\overrightarrow{BG}$.
- (2) 当 $AG \perp BD$, $BG = 9$, $\angle GAD = 30^\circ$ 时, 求 $\triangle DGE$ 的面积.

21. 宁宁同学用“描点法”画二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图像时, 列表如下:

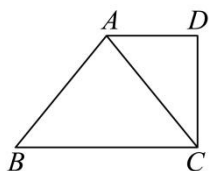
x	...	-2	-1	0	1	2	3	4	...
y	...	5	0	3	4	3	0	-5	...

- (1) 由于计算粗心, 宁宁算错了其中的一个 y 值, 请指出这个算错的 y 值所对应的 $x =$ _____.
- (2) 上述函数图像的对称轴是 _____, 且当 $y \geq 0$ 时, x 的取值范围是 _____.
- (3) 若 $A\left(\frac{5}{4}, m\right)$ 、 $B(-3, n)$ 都在这个函数图像上, 比较 m 、 n 的大小, 并说明为什么?

22. 如图, 已知水平地面 AB 上方有一水平的平台 CD , 该平台上有一个竖直的建筑物 EF , 满足 $EF \perp CD$. 从 A 到 C 处的斜坡 AC 的坡度 $i = 1:3$, 且 $AC = 20\sqrt{10}$ 米. 已知在 A 处测得建筑物顶端 E 的仰角为 30° , 在 C 处测得 E 的仰角为 60° . 假设 A 、 B 、 C 、 D 、 E 、 F 在同一竖直平面内.



- (1) 求平台 CD 的高度.
- (2) 求建筑物 EF 的高度. (结果保留根号)
23. 已知, 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle BAC = \angle ADC = 90^\circ$, $AD = m$, $BC = n$, $AC = \sqrt{mn}$. 其中 $n > m$.



(1) 求证: $\triangle ACD \sim \triangle CBA$.

(2) 如果 $S_{\text{四边形}ABCD} : S_{\triangle ABC} = 3:2$, 求证: $BC = 2AD$.

24. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = -x^2 + mx + 2$ 与 x 轴的负半轴交于点 A , 与 y 轴交于点 C .

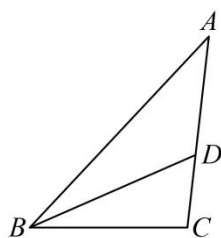
(1) 已知 $\tan \angle ACO = \frac{1}{2}$.

①求抛物线的表达式.

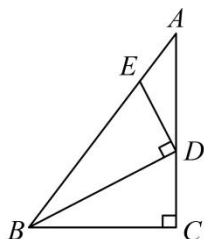
②若点 B 为该抛物线上一点, 且 $\triangle ABC$ 的重心恰好落在 x 轴上, 求点 B 的坐标.

(2) 坐标平面内有点 $M(0,3)$ 、 $N(2,3)$, 如果抛物线 $y = -x^2 + mx + 2$ 与线段 MN 有且只有一个公共点, 求 m 的值或取值范围.

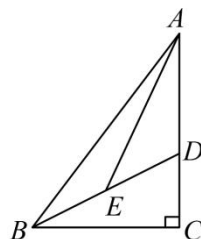
25. 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, D 为 AC 边上一点, 始终满足 $\frac{AB}{BC} = \frac{AD}{CD}$.



(图1)



(图2)



(图3)

(1) 求证: $\angle ABD = \angle CBD$.

(2) 在 $\triangle ABC$ 中, 当 $\angle C = 90^\circ$ 时.

①如图 2, 已知 $\sin A = \frac{3}{5}$, 过点 D 作 $ED \perp BD$ 交 AB 于点 E , 若 $\triangle BDE$ 的面积为 5, 求 AC 长.

②如图 3, E 为 BD 中点, 如 $\angle ABC = 2\angle DAE$, 设 BE 长为 x , 记 AB 与 BC 的差为 y , 求 y 关于 x 的函数关系式及函数定义域.