

上海市宝山区 2025-2026 学年九年级上学期 1 月期末数学试题

考生注意：

1. 本试卷共 25 题.
2. 试卷满分 150 分. 考试时间 100 分钟.
3. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效.
4. 除第一、二大题外, 其余各题如无特殊说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分) 【下列各题的四个选项中, 有且只有一个是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上. 】

1. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 已知 $\angle C = 90^\circ$, $AC = 4$, $BC = 3$, 则 $\cos A$ 等于 ()

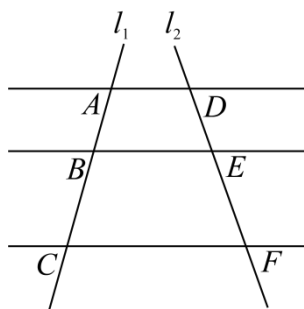
A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{4}{5}$ D. $\frac{3}{5}$

2. 如图, 用放大镜观察一个三角形, 下列说法错误的是 ()



- A. 三角形各角的度数扩大 B. 三角形的各边的长度扩大
C. 三角形的周长扩大 D. 三角形的面积扩大

3. 如图, $AD \parallel BE \parallel CF$, 直线 l_1 、 l_2 与这三条平行线分别交于点 A 、 B 、 C 和点 D 、 E 、 F , 则下列结论不正确的是 ()



- A. $\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$ B. $\frac{AB}{AC} = \frac{BE}{CF}$ C. $\frac{BC}{AC} = \frac{EF}{DF}$ D. $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}$

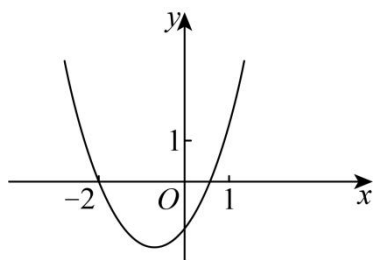
4. 下列关于向量的说法中, 正确的是 ()

- A. 如果 $k\vec{a} = \vec{0}$, 那么 $k = 0$ B. 如果 $\vec{a} = -3\vec{b}$ ($\vec{b}$ 为非零向量), 那么 $\vec{a} \parallel \vec{b}$

C. 如果 $\vec{e}$ 是单位向量, 那么 $\vec{e} = 1$

D. 如果 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 互为相反向量, 那么 $\vec{a} + \vec{b} = 0$

5. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图像如图所示, 那么下列各式中, 成立的是 ()



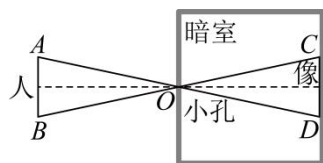
A. $a < 0$

B. $b < 0$

C. $a + b + c < 0$

D. $a - b + c < 0$

6. 我国古书《墨经》中记载了世界上最早的“小孔成像”的现象. 墨子曾进行如下实验: 在暗室的墙上开一个小孔, 一人立于墙前, 当阳光照射时, 屋内对面墙壁上会呈现一个倒立的人像. 已知初始状态下, 小孔 O 到人 AB 的距离、小孔 O 到所成像 CD 的距离均为 6 米, 要使像 CD 的长度变为原来的 1.5 倍, 下列操作正确的是 ()



A. 人向暗室后退 2 米

B. 人向暗室前进 2 米

C. 人向暗室后退 4 米

D. 人向暗室前进 4 米

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分) 【请将结果直接填入答题纸的相应位置上, 超出答题区域书写的答案无效】

7. 计算: $2(\vec{a} - 2\vec{b}) + 3\vec{b} =$ _____.

8. 如果 $\frac{x}{y} = \frac{3}{5}$ 那么 $\frac{x+y}{y} =$ _____

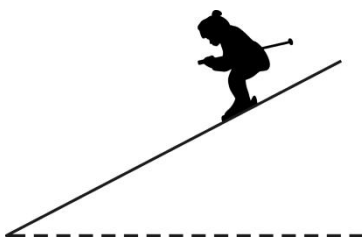
9. 已知抛物线 $y = (m-1)x^2 + 3x - 1$ 开口向下, 那么 m 的取值范围是_____.

10. 已知线段 $a = 3, b = 5$, 如果线段 c 是线段 a 和 b 的比例中项, 那么线段 c 的长为_____.

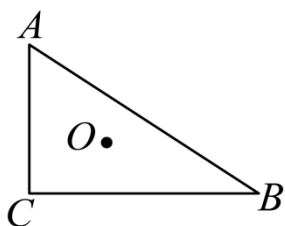
11. 如果 $A(-1, y_1)$ 、 $B(2, y_2)$ 是抛物线 $y = (x-1)^2 + 1$ 图像上的两点, 那么 y_1 _____ y_2 . (填 “>”、“<” 或 “=”)

12. 已知线段 MN 的长为 4, 点 P 是线段 MN 的黄金分割点, 那么较长线段 MP 的长是_____.

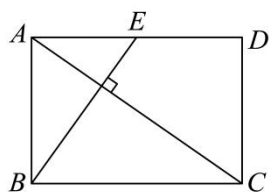
13. 如图, 某滑雪爱好者沿着坡比为 1:2.4 的斜坡笔直滑下 52 米, 那么他下降的高度是_____米.



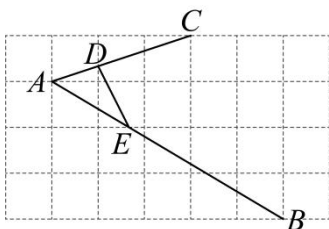
14. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，点 O 是 $\triangle ABC$ 的重心，如果 $AB = 10$ ，那么点 C 与点 O 的距离为_____.



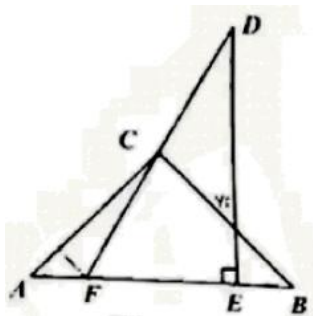
15. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB = 2\sqrt{2}$ ， E 是边 AD 的中点，连接 BE ， AC ，如果 $BE \perp AC$ ，那么 BE 的长为_____.



16. 如图所示的正方形网格中，每个小正方形的边长均为 1，点 A 、 B 、 C 都在网格小正方形的顶点上. D 、 E 是线段 AC 、 AB 与小正方形边的交点. 那么 DE 的长为_____.



17. 将一副直角三角板如图放置，已知 $\angle ACB = \angle DEF = 90^\circ$ ， $\angle A = 45^\circ$ ， $\angle D = 30^\circ$ ， $AB = DE$ ，点 C 在边 DF 上，点 E 、 F 在边 AB 上，如果 $EF = 2$ ，那么 AF 的长为_____.



18. 定义：有两个内角的差为 90° 的三角形叫做“差直角三角形”，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B > 90^\circ$ ， $\tan C = \frac{3}{4}$ ，

$BC = 4$ ，如果 ABC 是“差直角三角形”，那么 AB 的长为_____.

三、解答题（本大题共 7 题，满分 78 分）

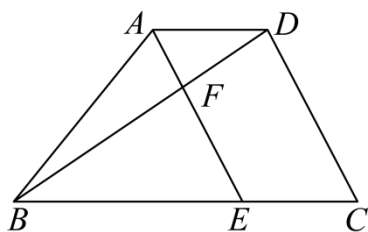
19. 计算： $|\cos 60^\circ - \tan 60^\circ| - \frac{4 \sin 30^\circ}{3 \tan 30^\circ - \cot 45^\circ}$.

20. 将抛物线 $y = -x^2$ 平移，使平移后的抛物线经过点 $A(0, -10)$ ， $B(8, -10)$.

(1) 求平移后的抛物线的表达式；

(2) 说明由抛物线 $y = -x^2$ 如何平移得到新抛物线.

21. 如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AD = 3$ ， $BC = 9$ ，连接 BD ，过点 A 作 $AE \parallel CD$ 交 BC 、 BD 于点 E 、 F .



(1) 设 $\overrightarrow{BC} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{DC} = \vec{b}$ ，试用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的线性组合表示向量 $\overrightarrow{AB}$ ；

(2) 已知 $\angle BDC = 90^\circ$ ， $\cos C = \frac{2}{3}$ ，求 $\tan \angle ABD$ 的值.

22. 某辆自行车（图 1）放置地面（水平面）时，侧面示意图如图 2 所示，已知座椅 EF 、上管 AC 都平行于地面，下管 BC 的长为 50cm，后叉脚 AG 的长为 40cm，上下管的夹角 $\angle ACB$ 为 53° ，座管 AB 与上管 AC 的夹角 $\angle CAB$ 为 64° 、与后叉脚 AG 的夹角 $\angle BAG$ 为 56° ，车座顶端 D 到牙盘中心 B 的距离 DB 为 110cm，车轮半径均为 30cm.（参考数据： $\sin 53^\circ \approx 0.80$ ， $\cos 53^\circ \approx 0.60$ ， $\cot 53^\circ \approx 0.75$ ， $\sin 64^\circ \approx 0.90$ ， $\cos 64^\circ \approx 0.44$ ， $\tan 64^\circ \approx 2.05$ ， $\sqrt{3} \approx 1.7$ ）



图1

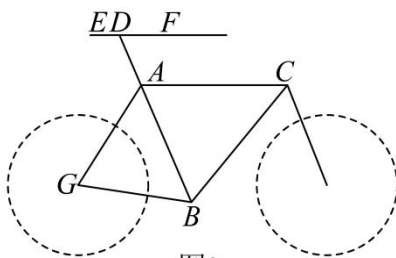
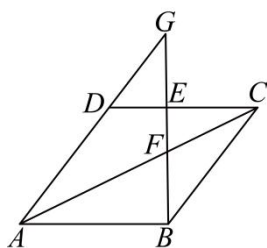


图2

(1) 求座管 AB 的长：（精确到 0.1cm）

(2) 求座椅 EF 到地面的距离.（精确到 1cm）

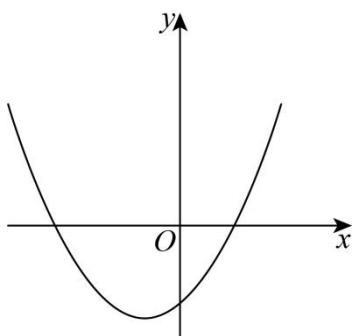
23. 如图，在菱形 $ABCD$ 中， E 是 CD 上一点，联结 BE 并延长交 AD 的延长线于点 G ，交 AC 于点 F .



(1) 求证: $BE \cdot BF = BG \cdot EF$;

(2) 若 E 是 CD 的中点, 且 $AF \cdot CF = 2BF^2$, 求证: $BE \perp CD$.

24. 在平面直角坐标系 xOy 中, 将抛物线 C_1 绕其顶点旋转 180° 后再适当平移得到抛物线 C_2 , 如果抛物线 C_2 经过抛物线 C_1 的顶点, 那么称抛物线 C_2 是抛物线 C_1 的“子抛物线”. 已知抛物线 $C_1: y = \frac{1}{3}x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于点 $A(2, 0)$ 、 $B(-4, 0)$, 顶点为 D .



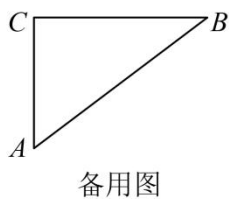
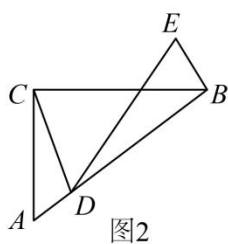
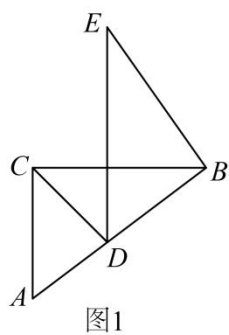
(1) 求抛物线 C_1 的表达式和点 D 的坐标;

(2) 如果抛物线 C_2 是 C_1 的“子抛物线”, 且 C_2 经过原点, 顶点为 E .

①求证: 抛物线 C_1 也是抛物线 C_2 的“子抛物线”;

②设直线 $x = k$ 与抛物线 C_1 、 C_2 分别交于点 M 、 N , 是否存在 k , 使得四边形 $DMEN$ 是平行四边形? 如果存在, 试求 k 的值; 如果不存在, 试说明理由.

25. 如图, 已知 $\triangle ABC$, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 3$, $BC = 4$, D 是边 AB 上一点 (不与点 A 、 B 重合), $BE \perp AB$, 且 $\angle CDE = \angle A$.



- (1) 当 $DE \parallel AC$ 时, BE 的长;
- (2) 当点 D 在边 AB 上运动时, $\frac{CD}{DE}$ 的值是否保持不变, 如果不变, 试求出这个不变的值; 如果会发生变化, 试说明理由;
- (3) 当直线 DE 与直线 AC 相交时, 记交点为点 F , 如果 CDF 是等腰三角形, 求 EF 的长.