

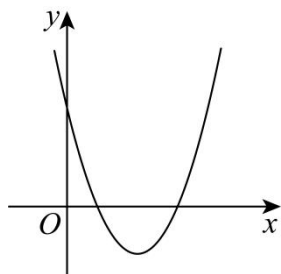
九年级期终考试数学试卷

2026 年 1 月

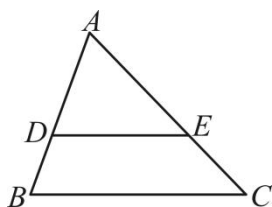
(满分: 150 分, 考试时间: 100 分钟)

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分) 【下列各题的四个选项中, 有且只有一个正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.】

1. 在比例尺为 $1:200$ 的地图中, 某广场的面积约为 20 平方分米, 那么这个广场的实际面积约为 ()
A. 400 平方米 B. 4000 平方米 C. 8000 平方米 D. 80000 平方米
2. 已知点 A 为抛物线 $y = 2x^2$ 上一点, 如果点 A 的横坐标为 $a(a > 0)$, 记 AO 与 x 轴的夹角为 α , 那么 $\tan \alpha$ 为 ()
A. 2 B. $\frac{1}{2}$ C. $2a$ D. $\frac{1}{2a}$
3. 已知直角坐标平面内点 $A(1,0)$, $B(0,1)$, 记向量 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, 如果 $\overrightarrow{OC} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$, 那么点 C 的坐标是 ()
A. (2,3) B. (2,-3) C. (-2,3) D. (-2,-3)
4. 如图, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 经过第一、二、四象限, 那么下列不等式中, 不可能成立的是 ()



- A. $a > 0$ B. $b > 0$ C. $c > 0$ D. $b^2 - 4ac > 0$
5. 小明和小丽家在同一幢楼, 小明住 8 楼, 小丽住 9 楼. 小明在家里看对面一幢楼的顶部 A 处的仰角为 α_1 , 看底部 B 处的俯角为 β_1 ; 而小丽在家里看对面这幢楼的顶部 A 处的仰角为 α_2 , 看底部 B 处的俯角为 β_2 , 那么下列结论中, 正确的是 ()
A. $\alpha_1 > \alpha_2$ 且 $\beta_1 > \beta_2$ B. $\alpha_1 > \alpha_2$ 且 $\beta_1 < \beta_2$
C. $\alpha_1 < \alpha_2$ 且 $\beta_1 > \beta_2$ D. $\alpha_1 < \alpha_2$ 且 $\beta_1 < \beta_2$
6. 如图, D 、 E 是 $\triangle ABC$ 边 AB 、 AC 上的两点, 在下列条件中, 能够判定 $DE \parallel BC$ 的是 ()



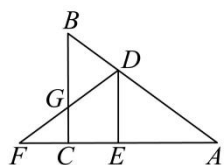
- A. $DB=1$, $CE=2$, $AD=3$, $AE=4$ B. $DB=1$, $CE=2$, $AB=3$, $AC=4$
 C. $DB=1$, $CE=2$, $AD=3$, $AC=4$ D. $DB=1$, $CE=2$, $AB=3$, $AE=4$

二、填空题: (本大题共 10 题, 每题 4 分, 满分 40 分) 【各题答案, 请填写在答题纸的相应题号位置中.】

7. 已知: $a+b+c=90$, $a:b:c=2:3:4$, 那么 $a+b-c=$ _____.

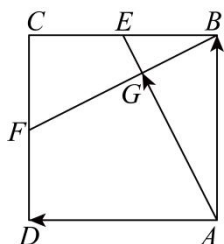
8. 我们知道抛物线 $L_1: y=x^2+2x+4$ 与 $L_2: y=x^2+4x+2$ 通过平移是可以重合的, 那么要使这两条抛物线平移后重合, 平移的距离至少是_____.

9. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AC=8$, $BC=6$, D 、 E 是边 AB 、 AC 上的点, 且 $DE \parallel BC$, 将 $\triangle ADE$ 沿 DE 翻折至 $\triangle FDE$, DF 与 BC 交于点 G . 如果 $\triangle FCG$ 的面积是 $\triangle ADE$ 面积的 $\frac{1}{4}$, 那么线段 DE 的长是_____.



10. 已知一个斜坡的坡比是 $1:2.4$, 如果某人从坡底沿这个斜坡走了 s 米到达坡顶, 那么坡底与坡顶间的垂直距离是_____. (用 s 的代数式表示)

11. 如图, 正方形 $ABCD$ 中, E 、 F 分别为边 BC 、 CD 的中点, AE 与 BF 交于点 G . 设 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AD}=\vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{AG}=$ _____. (用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示)

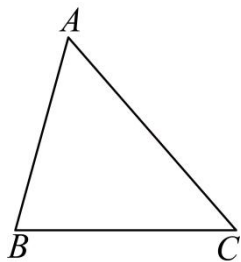


12. 已知 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 相似, 相似比为 $\frac{3}{2}$, 如果 $\triangle DEF$ 的面积是 36, 那么 $\triangle ABC$ 的面积是_____.

13. 已知 α 是锐角, 且 $\tan \alpha = \frac{3}{2}$, 那么 $(\sin \alpha - \cos \alpha)$ 的值为_____.

14. 如果一个直角三角形的某一边长恰好是另两边长之和的一半, 那么该三角形较小锐角的正弦值是_____.

15. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 2\angle C$, $AB = 4$, $AC = 6$, 那么边 BC 的长是_____.



16. 对于抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 及其所在坐标平面内的点 P , 当过点 P 垂直于抛物线对称轴的直线与该抛物线有两个交点, 且这两个交点位于点 P 的两侧时, 我们把点 P 称为抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的内点. 现有抛物线 $L_1: y = -x^2 + 2x + 2$ 和 $L_2: y = \frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{4}x - \frac{1}{2}$, 如果点 M 既是抛物线 L_1 的内点, 又是抛物线 L_2 的内点, 那么点 M 的纵坐标 y_M 的取值范围是_____.

三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 86 分)

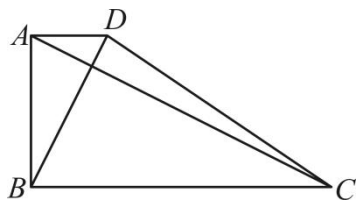
17. 计算: $\frac{2}{\tan 60^\circ + 1} + \cot^2 30^\circ - 2\sin 45^\circ \cdot \cos 45^\circ$.

18. 已知抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 经过点 $(1, 2)$ 和 $(0, 4)$.

(1) 求此抛物线的表达式;

(2) 指出此抛物线的开口方向、对称轴和顶点坐标, 并说明这条抛物线的变化情况.

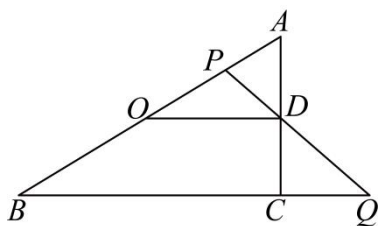
19. 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle ABC = 90^\circ$, $AD:AB:BC = 1:2:4$.



(1) 求证: $AC \perp BD$;

(2) 求 $\cot \angle ACD$ 的值.

20. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, OD 是 $\triangle ABC$ 的中位线, P 是线段 OA 上一点, 连接 PD 并延长交 BC 的延长线于点 Q .

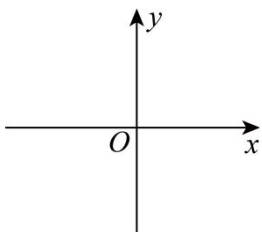


(1) 如果 $CQ = OD$, 求证: $\angle PDO = \angle POD$;

(2) 过点 P 作 $PT \parallel BC$ 交 AC 于点 T ，连接 TO 并延长交 CB 的延长线于点 S ，再连接 OQ ，求证：

$$OS = OQ.$$

21. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图像经过点 $A\left(\frac{5}{2}, 0\right)$ 、 $B(0, 5)$ 。



(1) 试用字母 a 的代数式表示 b ；

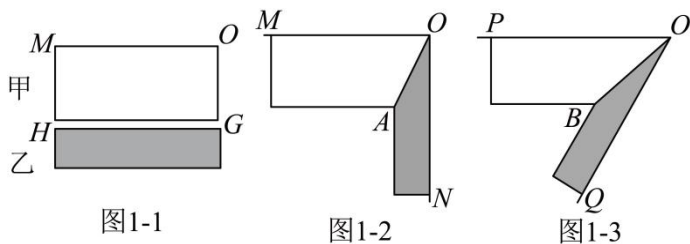
(2) 如果二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 图像上存在点 C ，使得直线 AB 垂直平分线段 OC ，求此二次函数的解析式；

(3) 试问：二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 图像的对称轴是否可能平分线段 AB ？如果能，请求出此时二次函数的解析式；如果不能，请说明理由。

22. 在铺设地板时，为了使地面转角处的拼接式样显得美观，工人通常会采用先对地板进行切割后再拼接的方法。现有甲乙两种规格的木质地板，其宽度之比为 $2:1$ （如图 1-1），工人准备用这两种地板的组合来铺设室内某区域的地板（假设每块地板均无正反面之分）。

场景 1：如图 1-2，当遇到转角为直角的地面时（ $\angle MON = 90^\circ$ ），可分别对甲乙两种地板按图中方法沿 OA 切割后拼接铺入该转角处；

场景 2：如图 1-3，当遇到转角为 60° 的地面时（ $\angle POQ = 60^\circ$ ），可分别对甲乙两种地板采用类似方法沿 OB 切割后拼接铺入该转角处。



在场景 1 中，小明观察到工人采用了以下确定地板切割线的方法：先将甲种地板推至转角并紧贴 $\angle MON$ 的两边，再将乙种地板的长边紧贴 $\angle MON$ 的一边 ON 推至紧靠甲种地板（如图 2-1），此时两种地板的接触面即为一-条线段，该线段不在边 ON 上的端点即可标记为 A ，此时 OA 即为甲种地板的切割线；用类似方法（如图 2-2），也可在乙种地板上确定切割线 OA 。

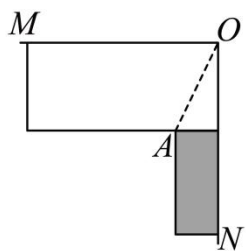


图2-1

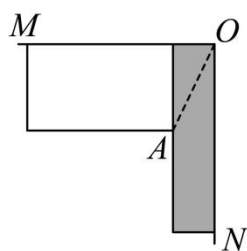


图2-2

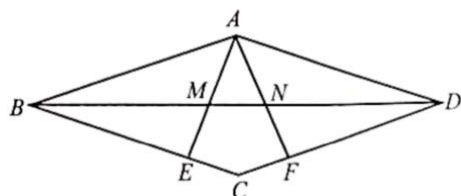
- (1) 在场景 1 中，写出乙种地板切割后产生的锐角的正切值，即 $\tan \angle AON =$ _____；
- (2) 在场景 2 中（图 1-3），求乙种地板切割后产生的锐角 $\angle BOQ$ 的正切值；
- (3) 小明注意到，工人在场景 2 中确定甲乙两种地板的切割线时，依然没有采用任何刻度尺、量角器、圆规等工具，那么工人是如何确定两种地板的切割线位置的呢？于是小明就将这个问题带给了数学学习小组的同学们，很快小华给出了一种确定乙种地板切割线的方案：

步骤	示意图
1. 将甲种地板的长边 CF 紧贴墙边 OP 推至其短边 CD 的一个顶点 D 落在 OQ 上为止；	
2. 将乙种地板的长边 GJ 紧贴由第一步所固定的甲种地板的长边 DE 推至其短边 GH 的一个顶点 H 落在 OQ 上为止，标记此时该顶点 H 的位置；	
3. 将前两步中的地板都取走，重新拿一块乙种地板，将长边 KR 紧贴墙边 OQ 推至其短边 TK 的一个顶点 T 落在 OP 上为止，此时	

顶点 T 与前一步标记 的点 H 的连线即为切 割线.	
---------------------------------------	--

请问：此方案所作的乙种地板的切割线是否符合场景 2 的要求？请说明你的理由.

23. 如图，过菱形 $ABCD$ 顶点 A 分别作边 BC 、 CD 的垂线，垂足为 E 、 F ，交对角线 BD 于点 M 、 N .



- (1) 求证： $BM = DN$ ；
- (2) 连接 EN ，如果 $EN \parallel AB$ ，求 $\cos \angle ABC$ 的值；
- (3) 如果 $\triangle ABM$ 与五边形 $CFNME$ 的面积均为 1，求菱形 $ABCD$ 的面积.