

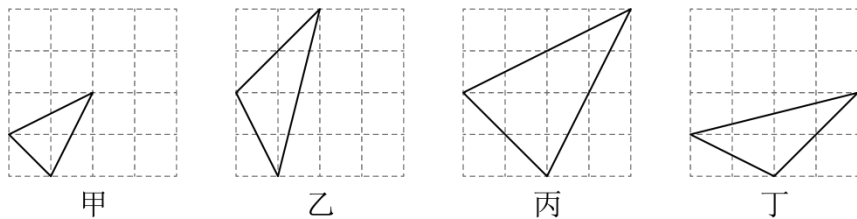
2025 学年第一学期徐汇区学习能力诊断卷

初三数学试卷 2026.1

(时间: 100 分钟 满分: 150 分)

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分) 下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的

1. 下列网格中各个小正方形的边长均为 1, 阴影部分图形分别记作甲、乙、丙、丁, 其中互为相似形的是 ()



- A. 甲和乙 B. 甲和丙 C. 甲和丁 D. 丙和丁

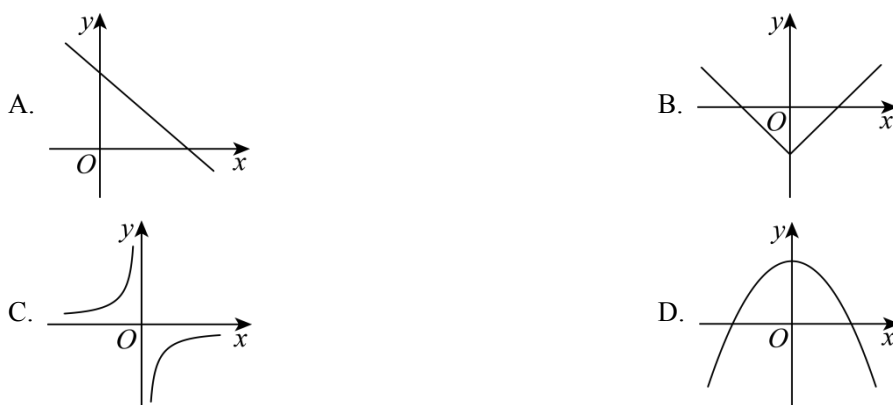
2. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 已知 $\angle C = 90^\circ$, $AB = 5$, $BC = 3$, 那么 $\angle B$ 的余切值为 ()

- A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{4}{3}$

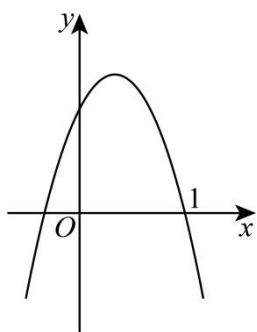
3. 已知 $\vec{a} = 3\vec{c}$, $\vec{b} = -2\vec{c}$, 且 $\vec{c}$ 是非零向量, 那么下列说法中不正确的是 ()

- A. $\vec{b} \parallel \vec{c}$ B. $\vec{a} \parallel \vec{b}$ C. $|\vec{a}| = \frac{3}{2}|\vec{b}|$ D. $\vec{a} = \frac{3}{2}\vec{b}$

4. 已知点 $A(-2, m)$ 、 $B(2, m)$ 、 $C(4, m+1)$ 在同一个函数的图像上, 这个函数图像可能是 ()

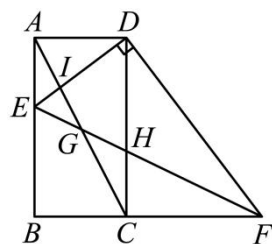


5. 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象如图所示, 那么下列各式中成立的是 ()



- A. $a > 0$ B. $c < 0$ C. $b < 0$ D. $a + b + c = 0$

6. 如图，矩形 $ABCD$ 中，点 E 在边 AB 上，点 F 在边 BC 的延长线上， $DF \perp DE$ ， DE 与对角线 AC 交于点 I ， EF 与对角线 AC 交于点 G ，与边 DC 交于点 H 。则下列结论不一定成立的是（ ）



- A. $\triangle DFH \sim \triangle GAE$ B. $\triangle ADE \sim \triangle DCA$
C. $\triangle DAI \sim \triangle GEI$ D. $\triangle DFH \sim \triangle GCH$

二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. 如果 $\frac{a}{b} = \frac{3}{2}$ ，那么 $\frac{2a}{3a-b}$ 的值为_____.

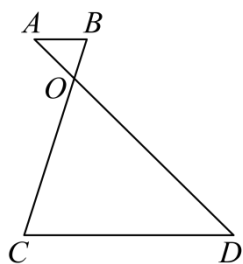
8. $\sin 45^\circ \cdot \tan 60^\circ =$ _____.

9. 如果两个相似三角形的对应角平分线之比为 1: 4，那么它们的周长之比是_____.

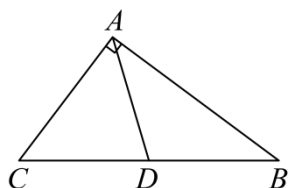
10. 将抛物线 $y = x^2$ 向右平移 3 个单位，向下平移 1 个单位后的抛物线的表达式是_____.

11. 已知 $A(-1, y_1)$ 、 $B(4, y_2)$ 是抛物线 $y = x^2 - 2x + c$ 上的两点，那么 y_1 _____ y_2 （填“>”、“=”或“<”）.

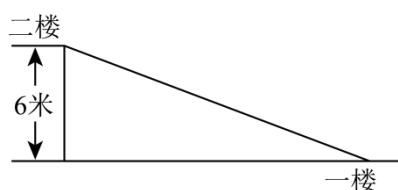
12. 如图，线段 AD 与 BC 相交于点 O ，已知 $\frac{AO}{AD} = \frac{1}{4}$ ，已知 $BO = 2$ ，当 $OC =$ _____时， $AB \parallel CD$.



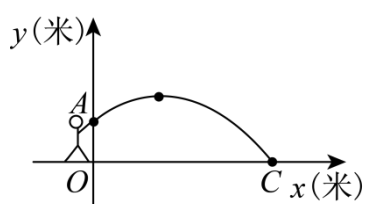
13. 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle CAB = 90^\circ$, $AC = 3$, $AB = 4$, AD 为斜边 BC 上的中线, 则 $\cos \angle CAD$ 的值为_____.



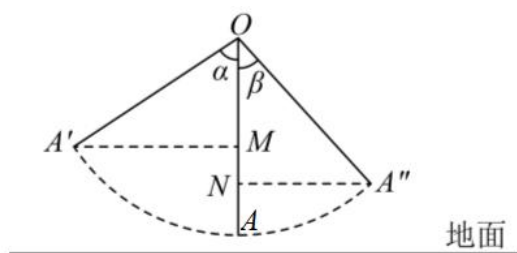
14. 如图, 顾客站在某商场内的自动扶梯上从一楼移动到二楼, 已知商场第一层楼的高度大约为 6 米, 那么此自动扶梯斜坡的坡比是_____.



15. 如图, 小明推铅球, 已知铅球运行时离地面的高度 y (米) 关于水平距离 x (米) 的函数解析式为 $y = -\frac{1}{8}x^2 + bx + c$, 如果小明铅球出手的高度为 1.5 米, 成绩为 6 米, 那么可以推断铅球在运行中的高度最高大约为_____米.



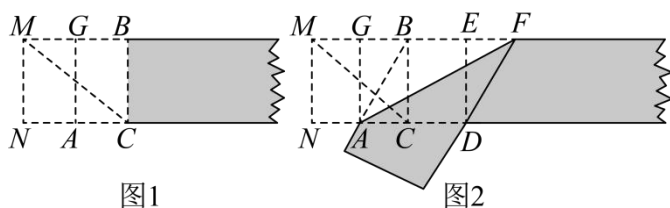
16. 某公园有一秋千, 如图所示, 将秋千从与竖直方向夹角为 α 的位置 OA' 处释放, 秋千摆动到另一侧与竖直方向夹角为 β 的地方 OA'' , 在某次秋千释放的过程中, 已知 $\cos \alpha = \frac{1}{2}$, $\tan \beta = \frac{3}{4}$, 且两侧位置的高度差 MN 为 0.6 米, 根据信息可求出秋千 OA 的长度为_____米.



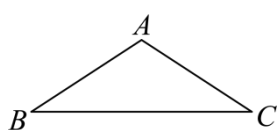
17. 我们将宽和长之比为 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ (约为 0.618) 的矩形称为“黄金矩形”, 它可以通过折纸获得. 如图 1

所示, 将长方形纸片第一次沿 MC 折叠, 使点 N 和点 B 重合, 展开后再将纸片沿 AG 对折叠, 使点 M 和点 B 重合; 如图 2 所示, 展开后连接 AB , 再将纸片第三次沿 AF 折叠, 使得 AB 落在长方形纸片的边上且

点 B 落在点 D 处，再次展开，过点 D 作 MB 的垂线，垂足为点 E 。请在阅读理解的基础上写出图中的“黄金矩形”：_____。

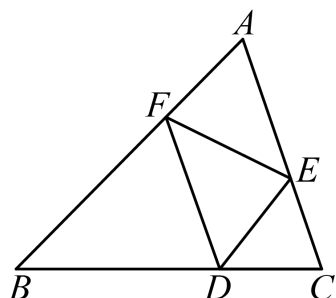


18. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 5$, $\cos C = \frac{4}{5}$ ，将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转得到 $\triangle ADE$ ，点 B 、 C 分别与点 D 、 E 对应，边 AD 、 DE 分别与原三角形底边 BC 交于点 F 、 G 。当 $\triangle DFG$ 是等腰三角形时， FG 的长为_____。



三、解答题（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. 如图， $\triangle ABC$ 中， D 、 E 、 F 分别是边 BC 、 AC 、 AB 上的点，已知 $BD = 2CD$ ，且四边形 $AEDF$ 是平行四边形。设 $\overrightarrow{BA} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$ 。



(1) 用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 分别表示下列向量：

$\overrightarrow{BD} =$ _____； $\overrightarrow{AC} =$ _____； $\overrightarrow{EF} =$ _____；

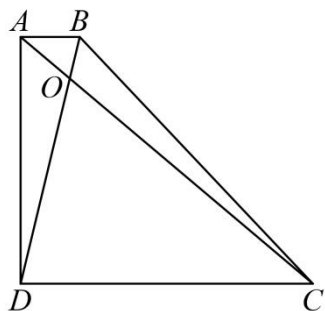
(2) 连接 BE 交 DF 于点 G ，在图中求作 $\overrightarrow{BG}$ 分别在 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 方向上的分向量（不要求写作法，但要指出所作图中表示结论的分向量）

20. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 中，函数 y 与自变量 x 的部分对应值如下表所示。

x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	...
y	...	0	m	4	4.5	4	2.5	0	...

- (1) 求 m 的值和二次函数的解析式;
- (2) 将该二次函数的图像上下或左右平移后得到新的抛物线, 如果新抛物线经过原点, 请直接写出三种平移的方式;
- (3) 选择 (2) 中一种平移方式说明你是如何获得解题思路的.

21. 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $\angle ADC = 90^\circ$, 对角线 AC 与 BD 相交于点 O . 已知 $AB = 2$, $AD = 8$, $BC = 10$.



- (1) 求 $\triangle AOB$ 与 $\triangle COD$ 的面积之比;
- (2) 求 $\angle DBC$ 的正弦值.
22. 某餐厅在门外走廊安装了遮阳棚, 通过实地测得相关数据, 并画出了侧面示意图 (如图 1), 遮阳棚 AB 长为 3.9m, 其与墙面的夹角为 α ($\cos \alpha = \frac{5}{13}$), 靠墙端离地面高 AD 为 5m.

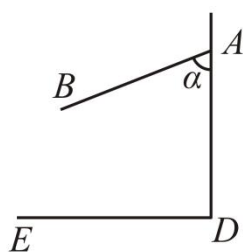


图1

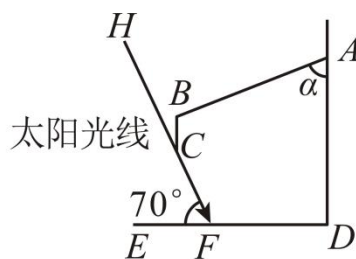
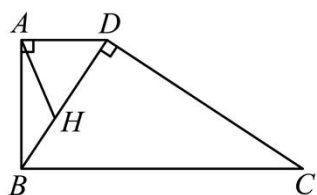


图2

- (1) 求出遮阳棚前端 B 到墙面 AD 的距离;
- (2) 到了旺季客流激增, 走廊也要摆放餐桌加大供应量. 为了加强遮阳效果, 要在遮阳棚前端加装一块挡板 BC (竖直方向), 示意图如图 2 所示, 已知旺季当地正午的太阳高度角 (太阳光线与地面夹角) 为 70° , 为了走廊上用餐的顾客不受阳光照射, 走廊的遮阳宽度 DF 至少要 2.6m. 根据以上信息, 请你计算挡板 BC 至少要多长才能确保遮阳效果. (结果精确到 0.01m, 参考数据: $\sin 70^\circ \approx 0.940$, $\cos 70^\circ \approx 0.342$, $\tan 70^\circ \approx 2.747$)
23. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle BAD = 90^\circ$, $CD \perp BD$, $BD^2 = AD \cdot BC$, 点 H 在边 BD 上, 且 $\angle DBC = \angle C + \angle BAH$.

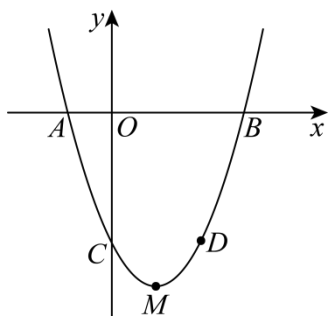


(1) 求证: $AH = AD$;

(2) 过点 B 作射线 BE 交边 CD 于点 F , 交 AD 的延长线于点 E . 若 $\angle DBE = \angle ABD$, 求证:

$$BD \cdot DE = EF \cdot CD.$$

24. 如图, 抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于 A 、 B 两点, 与 y 轴交于点 C . 已知 $A(-2, 0)$ 、 $D(4, -6)$.



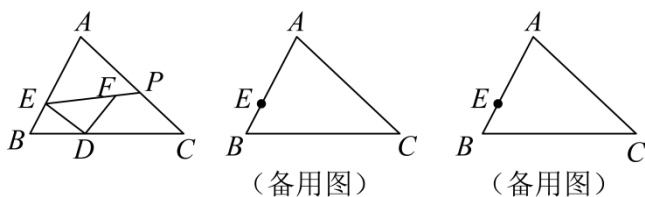
(1) 求抛物线的表达式及顶点 M 的坐标;

(2) 将抛物线向上平移, 设点 D 的对应点为点 E , 射线 BE 交线段 AD 于点 F .

①如果 AD 恰好平分 $\angle CAE$, 求平移之后的抛物线的表达式;

②如果 $\triangle DEF$ 与 $\triangle ABD$ 相似, 求平移的距离.

25. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AC = 4\sqrt{2}$, $BC = 6$, $\angle C = 45^\circ$, 点 E 在边 AB 上且 $AE = 2BE$, 点 D 是边 BC 上的动点, 以 D 为直角顶点; DE 为腰在其右侧作等腰直角三角形 DEF , 射线 EF 与边 AC 交于点 P .



(1) 当 $EF \parallel BC$ 时, 求 $\triangle DEF$ 的面积;

(2) 当点 F 落在 $\triangle ABC$ 内部 (不含边界) 时, 求 BD 的取值范围;

(3) 连接 CF , 如果 $\triangle DFC$ 是直角三角形, 请直接写出 DP 的长.