

2025 学年第一学期九年级质量调研

数学样卷

(时间 100 分钟, 满分 150 分)

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题;
2. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效;
3. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

【下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

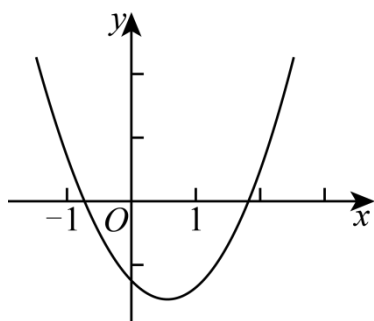
1. 下列 y 关于 x 的函数中二次函数是 ()

- A. $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ B. $y = \frac{2}{x}$
- C. $y = (x-2)^2 - x^2$ D. $y = 3x - 9$

2. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 已知 $\angle C = 90^\circ$, $AB = 4$, $BC = 2$, 那么下列各式中正确的是 ()

- A. $\tan A = \frac{1}{2}$ B. $\cot A = \frac{1}{2}$ C. $\sin A = \frac{1}{2}$ D. $\cos A = \frac{1}{2}$

3. 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 如图所示, 那么下列各式中不成立的是 ()



- A. $a > 0$ B. $b > 0$ C. $c < 0$ D. $a + b + c < 0$

4. 在 $\triangle ABC$ 中, 点 M 、 N 分别是边 AB 、 AC 上的点, 那么下列条件中不能推得 $MN \parallel BC$ 的是 ()

- A. $\frac{AM}{BM} = \frac{AN}{CN}$ B. $\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN}$ C. $\frac{BM}{AB} = \frac{CN}{AC}$ D. $\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC}$

5. 下列说法中不正确的是 ()

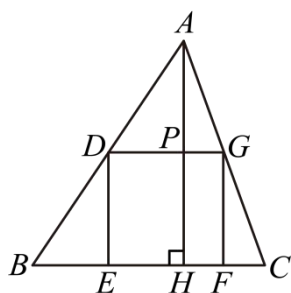
- A. 如果 k 是一个实数, $\vec{a}$ 是向量, 那么 $k\vec{a}$ 与 $\vec{a}$ 的方向相同:

B. 如果 $\vec{b}$ 与非零 $\vec{a}$ 平行, 那么存在唯一的实数 m , 使 $\vec{b} = m\vec{a}$:

C. 如果 $\vec{e}$ 是单位向量, 那么 $|\vec{e}| = 1$;

D. 如果 m, n 是实数, 那么 $(m+n)\vec{a} = m\vec{a} + n\vec{a}$.

6. 如图, 正方形 $DEFG$ 的边 EF 在 $\triangle ABC$ 的边 BC 上, 顶点 D, G 分别在边 AB, AC 上, 作 $AH \perp BC$ 于 H , 交 DG 于 P , 已知 $BC = AH$. 下列结论中不正确的是 ()



A. $\triangle ABC \sim \triangle ADG$

B. $\frac{AD}{AB} = \frac{AP}{AH}$

C. $S_{\triangle ADG} = \frac{2}{5} S_{\triangle ABC}$

D. $AP = PH$

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

【请将结果直接填入答题纸的相应位置】

7. 已知 $\frac{x}{y} = \frac{5}{2}$, 那么 $\frac{x+y}{y} =$ _____.

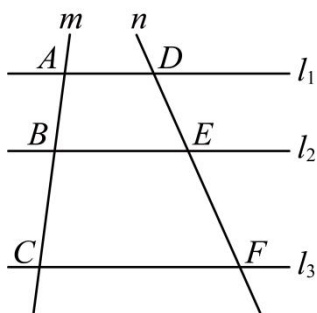
8. 已知抛物线 $y = (m+1)x^2 + 4x - 4$ 有最高点, 那么 m 的取值范围是 _____.

9. 二次函数 $y = 3x^2 - 2x + 1$ 的图象在其对称轴右侧的部分是 _____ 的 (填 “上升” 或 “下降”).

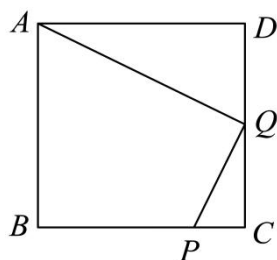
10. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图像经过 $(-1, 1)$ 和 $(3, 1)$, 那么此二次函数图像的对称轴为直线 _____.

11. 把一个三角形放大为与它相似的三角形, 如果它的面积扩大为原来的 9 倍, 那么它的周长扩大为原来的 _____ 倍.

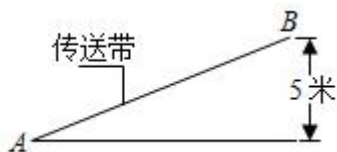
12. 如图, 已知直线 l_1, l_2, l_3 分别与直线 m 交于点 A, B, C , 与直线 n 交于点 D, E, F , 如果 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3, 3AB = 2BC, DE = 6$, 那么 $DF =$ _____.



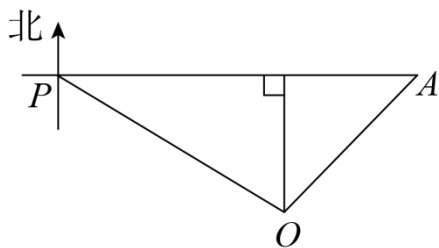
13. 如图, 点 P 是正方形 $ABCD$ 边 BC 上一点, 且 $BP = 3\sqrt{2}$, $PC = \sqrt{2}$, 点 Q 是边 DC 的中点, 那么 $\frac{AQ}{QP}$ 的值为_____.



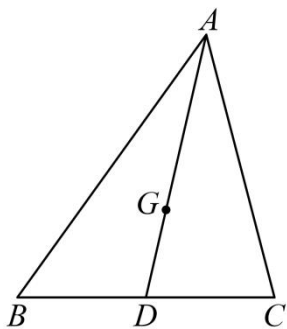
14. 如图, 某传送带与地面所成斜坡的坡度为 $i = 1:2.4$, 它把物品从地面 A 送到离地面 5 米高的 B 处, 则物体从 A 到 B 所经过的路程为_____.



15. 如图, 在港口 P 的南偏东 60° 方向有一座小岛 Q , 一艘船从港口 P 出发沿正东方向行驶 24 海里后到达 A 处, 在 A 处测得小岛 Q 恰在其西南方向, 那么小岛 Q 与港口 P 相距_____海里. (结果保留根号)

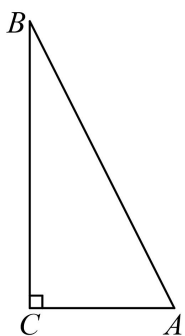


16. 如图, 点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心, 连接 AG 并延长交边 BC 于点 D . 如果 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{AG} =$ _____ (用含向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的式子表示)



17. 在平面直角坐标系中，我们规定一种变换：将平面内任意一点 P ，绕原点 O 顺时针旋转 α ($0^\circ < \alpha < 360^\circ$) 得到对应点 P_1 ，点 P_2 在射线 OP_1 上，且 $OP_2 = kOP_1$ ($k > 0$)，得到最终的对应点 P_2 ，称点 P_2 为点 P 经过 $[a, k]$ 变换后的对应点. 例如，点 $A(1, 1)$ 经过 $[45^\circ, \sqrt{2}]$ 变换后的对应点为 $A_2(2, 0)$ ，那么点 $A_2(2, 0)$ 经过 $[30^\circ, \frac{\sqrt{3}}{2}]$ 变换后的对应点坐标为_____.

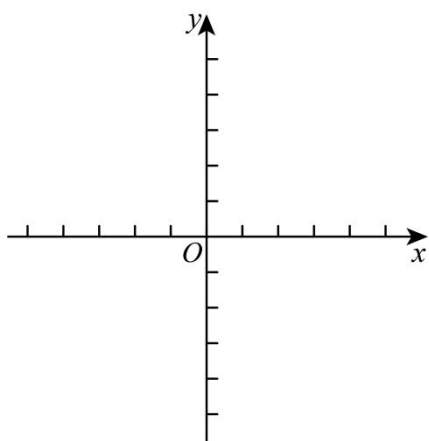
18. 如图， $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，已知 $\angle C = 90^\circ$, $AC = 2$, $BC = 4$ ，将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转 α ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$) 得到 $\triangle AB'C'$ ，点 B 、 C 的对应点分别为 B' 、 C' ，连接 $B'C$. 如果直线 $B'C$ 垂直于 AB ，连接 $B'B$ ，那么此时 $\triangle AB'B$ 的面积是_____.



三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. 计算: $\frac{\tan^2 60^\circ - \cot 45^\circ}{2\sin^2 60^\circ - \cos 60^\circ}$.

20. 在平面直角坐标系 xOy 中，将抛物线 $y = x^2$ 向右平移 2 个单位，再向下平移 1 个单位后得到的新抛物线 L 与 x 轴交于点 A 和 B (点 A 在点 B 左侧)，与 y 轴交于点 C ，新抛物线 L 的顶点为 D ，连接 BC , CD .

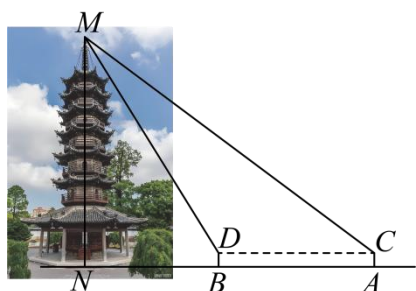


(1) 请求出平移后新抛物线 L 的表达式及点 C 的坐标;

(2) 求 $\angle BCD$ 的正切值.

21. 上海市嘉定区法华塔被列为上海市文物保护单位, 是“教化嘉定”的重要象征. 小海想利用所学知识测量法华塔的高度, 由于法华塔被防护栏保护起来, 小海只能在防护栏外进行测量. 如图, 小海在 A 处用测角仪测得塔顶 M 的仰角为 37° , 再往塔的方向前进 30 米至 B 处 (点 N 为塔底中心, 且点 A 、 B 、 N 在同一水平线上), 测得此时塔顶 M 的仰角为 60° , 已知测角仪的高度为 1.5 米. 请估算法华塔的高度.

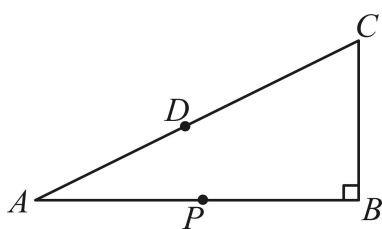
(参考数据: $\sin 37^\circ \approx \frac{3}{5}$, $\cos 37^\circ \approx \frac{4}{5}$, $\tan 37^\circ \approx \frac{3}{4}$, $\sqrt{3} \approx 1.73$, 结果精确到 0.1 米).



22. 如何用尺规把一条线段进行黄金分割呢? 教材 54 页的阅读材料给出了一种方法, 请阅读材料并回答问题:

怎样用尺规把线段 AB 黄金分割呢? 下面给出一种方法.

作法: 如图



1. 过点 B 作 $BC \perp AB$, 使 $BC = \frac{1}{2} AB$.

2. 连接 AC ，在线段 AC 上截取 $CD = CB$ 。

3. 在线段 AB 上截取 $AP = AD$ 。

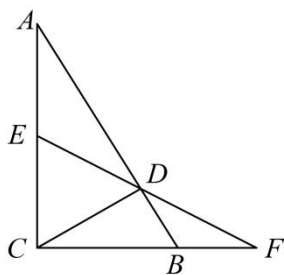
则 $AP^2 = AB \cdot PB$ 。

(1) 请写出图中 $\frac{AP}{AB}$ 的值是_____；

(2) 我们把顶角为 36° 的等腰三角形称为黄金三角形，它的底边与腰的比是黄金分割数。请利用无刻度直尺和圆规，作出以线段 EF 为底边的黄金三角形 EFG （不必写出作法，保留作图痕迹并写出结论）。



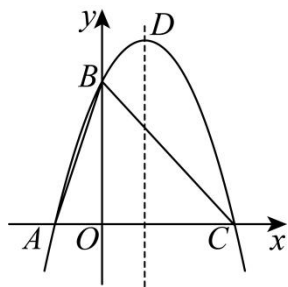
23. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，点 D 是边 AB 上一点，满足 $AC^2 = AD \cdot AB$ ，点 E 是 AC 的中点，连接 ED 并延长交 CB 的延长线于点 F 。求证：



(1) $CD \perp AB$ ；

(2) $BC \cdot CF = AC \cdot DF$ 。

24. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，已知抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于点 $A(-1, 0)$ 和 C ，与 y 轴交于点 $B(0, 3)$ ，顶点为 D ，连接 AB 、 BC 。



(1) 求抛物线的表达式；

(2) 点 P 是抛物线上对称轴右侧的点。

①当点 P 在 x 轴上方时，连接 PB 、 PC ，如果 $S_{\triangle PBC} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC}$ ，求点 P 的坐标；

②如果点 E 在对称轴上，且使 $\triangle PDE$ 与 $\triangle AOB$ 相似，请直接写出点 P 的坐标。

25. 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 中, 点 E 在 $\triangle ABC$ 内, $BA = BC, DA = DE, \angle ADE = \angle ABC$, 连接 EC , EB 和 BD , DE 与 AB 相交于点 O .

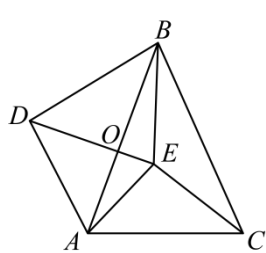


图1

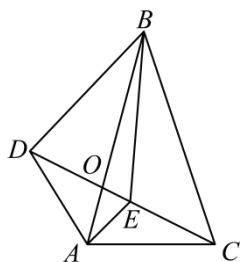


图2

(1) 求证: $\triangle DBA \sim \triangle ECA$;

(2) 已知 $AE = 2$, $AC = 4$, 如图 2, 当 D 、 E 、 C 三点共线时,

①求 $\frac{OB}{OD}$ 的值:

②如果 $EC = 3$, 求 $\angle ABC$ 的正弦值.