

2025 学年第一学期期末学业质量调研

九年级数学

(满分 150 分, 完卷时间 100 分钟)

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效.

2. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分) 下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上

1. 如果两个相似三角形的面积比为 $1:4$, 那么这两个三角形的对应中线的比为 ()

- A. $1:2$ B. $1:4$ C. $1:8$ D. $1:16$

2. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AB = 10$, $AC = 6$ 那么下列说法正确的是 ()

- A. $\sin A = \frac{3}{5}$ B. $\cos A = \frac{3}{5}$ C. $\tan A = \frac{3}{5}$ D. $\cot A = \frac{3}{5}$

3. 将抛物线 $y = 3x^2$ 平移, 使顶点移到点 $M(-2, 1)$ 的位置, 所得新抛物线的表达式是 ()

- A. $y = 3(x+2)^2 - 1$ B. $y = 3(x-2)^2 - 1$

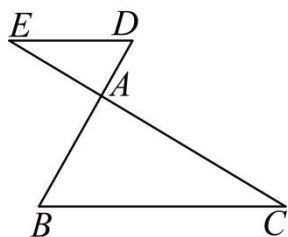
- C. $y = 3(x+2)^2 + 1$ D. $y = 3(x-2)^2 + 1$

4. 下列命题正确的是 ()

- A. 如果 $|\vec{a}| = |\vec{b}|$, 那么 $\vec{a} = \vec{b}$ B. 如果 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 都是单位向量, 那么 $\vec{a} = \vec{b}$

- C. 如果 $\vec{a} = -\vec{b}$, 那么 $\vec{a} \parallel \vec{b}$ D. 如果 $m = 0$ 或 $\vec{a} = \vec{0}$, 那么 $m\vec{a} = \vec{0}$

5. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别在 AB 、 AC 的反向延长线上, 已知 $AC = 2AE$, 下列条件中能判定 $DE \parallel BC$ 的是 ()



- A. $\frac{AD}{AB} = \frac{1}{3}$ B. $\frac{AB}{BD} = \frac{2}{3}$ C. $\frac{AD}{BD} = \frac{2}{3}$ D. $\frac{DE}{BC} = \frac{1}{2}$

6. 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中, $AB = AC, DE = DF$, 根据下列条件, 一定能判断 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 相似的是 ()

- A. $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}$ B. $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{EF}$ C. $\angle B = \angle D$ D. $\angle C = \angle E$

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. 如果 $\frac{a}{b} = \frac{3}{2}$, 那么 $\frac{a}{a+b}$ 的值为_____.

8. 计算: $2(\vec{a} + 2\vec{b}) - 3\vec{a} =$ _____.

9. 已知线段 $AB = 4$, 点 P 是线段 AB 的黄金分割点 ($AP > BP$), 则线段 AP 的长为_____.

10. 如果抛物线 $y = (a+1)x^2 + 4$ 开口向下, 那么 a 的取值范围是_____.

11. 已知点 $A(-1, y_1)$ 、 $B(-3, y_2)$ 为二次函数 $y = -(x-1)^2 + k$ 图像上的两点, 那么 y_1 _____ y_2 (填“>”、“=”或“<”)

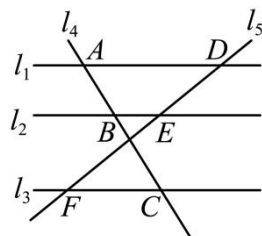
12. 小杰沿着坡度 $i = 1:2.4$ 的斜坡向上行走了 65 米, 那么他距离地面的垂直高度升高了_____米.

13. 用“描点法”画二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图像时, 列出了如下的表格:

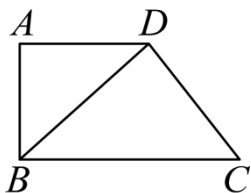
x	...	0	1	2	3	4	...
$y = ax^2 + bx + c$	...	-3	0	1	0	-3	...

那么当 $x = 5$ 时, 该二次函数 y 的值为_____.

14. 如图, 已知直线 l_1, l_2, l_3 分别与直线 l_4 交于点 A, B, C , 与直线 l_5 交于点 D, E, F , 如果 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$, $AB = 2, AC = 5, EF = 4$, 则 DE 的长是_____.

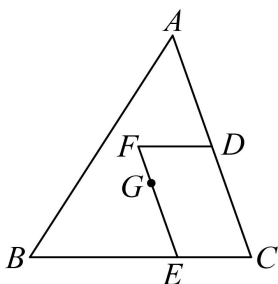


15. 如图, 已知在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC, \angle ABD = \angle C$, 如果 $AD = 3, BD = 4$, 那么 $BC =$ _____.

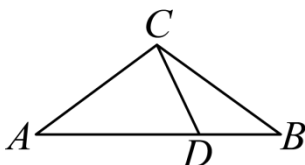


16. 在 $\triangle ABC$ 中, $\sin A = \frac{\sqrt{10}}{10}$ ($\angle A$ 是锐角), $\angle B = 45^\circ$, $AC = \sqrt{10}$, 那么 AB 的长为_____.

17. 如图, 点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心, 点 D 是边 AC 的中点, $GE \parallel AC$ 交 BC 于点 E , $DF \parallel BC$ 交 EG 于点 F , 则 $\frac{S_{\text{四边形}CDFE}}{S_{\triangle ABC}}$ 的比值为_____.



18. 定义: 当一个三角形有两个内角的差为 90° 时, 这个三角形叫做“差直角三角形”. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AC = BC = 10$, $AB = 16$, 点 D 是边 AB 上的一动点 (且 $AD > BD$), 若 $\triangle BCD$ 是“差直角三角形”, 则 CD 的长为_____.



三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

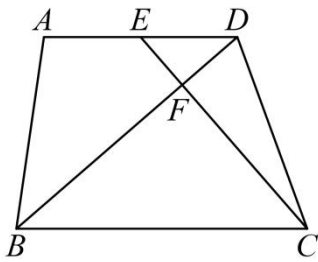
19. 计算: $\frac{2 \tan 60^\circ}{\cot 30^\circ - 2 \sin 30^\circ} + \cos^2 45^\circ$

20. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 经过点 $A(3, -1)$ 、 $B(0, -4)$

(1) 求抛物线的表达式;

(2) 若将该抛物线向上平移 m ($m > 0$) 个单位长度, 使得平移后的抛物线与 x 轴只有一个公共点, 求 m 的值.

21. 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 且 $\frac{AD}{BC} = \frac{2}{3}$, 点 E 是边 AD 的中点, 连接 CE 交对角线 BD 于点 F .



- (1) 当 $BD = 6$ 时, 求 DF 的长;
- (2) 设 $\overrightarrow{BA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$, 请用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示 $\overrightarrow{BF}$.

22. 长兴岛风电基地的巨型风电机将源源不断的清洁风能转化为电能, 实现海岛能源的绿色转型(如图1). 某校初三数学兴趣小组在完成解直角三角形应用知识的学习后, 围绕“风叶长度的实地测算”这一课题开展数学实践活动, 已知三片风叶 OA 、 OB 、 OC 两两所成的角为 120° , 在实地测量中(如图2), 当其中一片风叶 OC 与塔架 OD 叠合时(即 O 、 C 、 D 在同一直线上), 在与塔底 D 水平距离为 200 米的 E 处, 测得塔架顶部 O 的仰角为 37° , 风叶 OA 的端点 A 的仰角为 59° , 点 A 、 B 、 C 、 D 、 E 、 O 在同一平面内. (参考数据: $\sin 37^\circ \approx 0.6$, $\tan 37^\circ \approx 0.75$, $\tan 59^\circ \approx 1.7$, $\sqrt{3} \approx 1.7$.)



图1

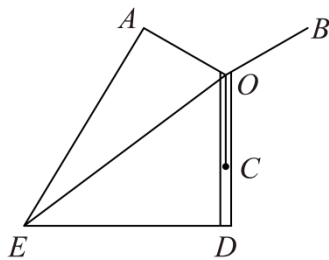
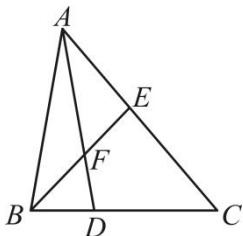


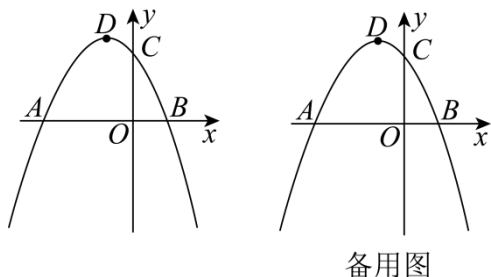
图2

- (1) 求塔架 OD 的长度;
- (2) 求风叶 OA 的长度. (精确到 1 米)
23. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别在边 BC 、 AC 上, $AB = AD$, AD 与 BE 交于点 F , 且 $BC^2 = AC \cdot EC$.



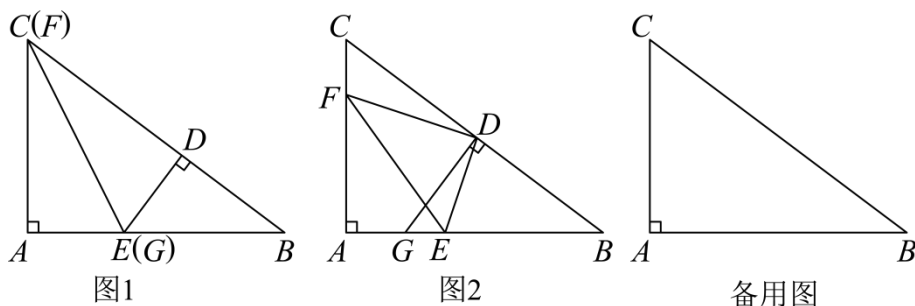
- (1) 求证: $\angle ADB = \angle BEC$;
- (2) 如果 $AB = BC$, 求证: $AE \cdot AD = AF \cdot BE$.

24. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，已知抛物线 $y = ax^2 + 2ax - 3a$ ($a < 0$) 与 x 轴交于 A 和 B 两点 (点 A 在点 B 的左侧)，与 y 轴交于点 C ，抛物线的顶点为 D 。



- (1) 求点 A 和点 B 的坐标；
- (2) 若点 E 与点 C 关于抛物线的对称轴对称，连接 AE, AC ，若 AC 平分 $\angle EAO$ ，求抛物线的表达式；
- (3) 若点 P 是抛物线第四象限上一动点，连接 AD, AC, DP, CP ，线段 DP 与线段 AC 交于点 F ，与 x 轴交于点 G ，当 $S_{\triangle ADF} = S_{\triangle CFP}$ 时，求 $\frac{DG}{GP}$ 的值。

25. 已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle A = 90^\circ$ ， $AB = 8$ ， $\tan B = \frac{3}{4}$ ，点 E 是 AB 边上的一点，将 $\triangle ABC$ 沿着过点 E 的直线翻折，点 A 落在 BC 边上，记作点 D ，折痕所在的直线与射线 AC 交于点 F ，过点 D 作 $DG \perp BC$ ，交射线 BA 于点 G 。



- (1) 如图 1，当点 F 和点 C 重合时，求 AE 的长；
- (2) 如图 2，当点 F 在边 AC 上时，设 $BD = x$ ， $\tan \angle AFE = y$ ，求 y 关于 x 的函数解析式并写出定义域；
- (3) 延长 DG ，交 CA 的延长线于点 H ，当 $\triangle DFH$ 是以 DH 为腰的等腰三角形时，求 EG 的长。