

静安区 2024 学年度第二学期期中教学质量调研

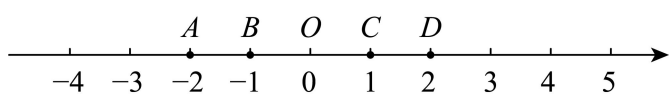
九年级数学试卷

(满分 150 分, 用卷时间 100 分钟)

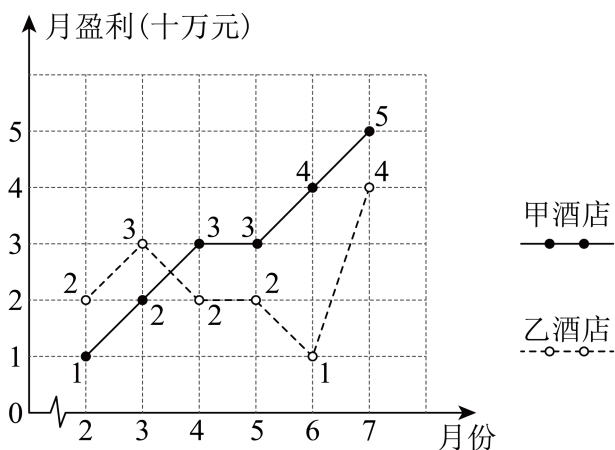
考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题;
2. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效;
3. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分, 下列各题的四个选项中, 有且只有一个是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.)

1. 单项式 $\frac{-x^3y}{3}$ 的系数是 ()
- A. $-\frac{1}{3}$ B. 4 C. $\frac{1}{3}$ D. -1
2. 下列运算的结果等于 x^5 的是 ()
- A. $x^2 + x^3$ B. $x^2 \cdot x^3$ C. $(x^3)^2$ D. $x^{10} \div x^2$
3. 如图, 数轴上的点 A 、 B 、 O 、 C 、 D 分别表示数 -2 、 -1 、 0 、 1 、 2 , 那么表示数 $\sqrt{3}-2$ 的点应落在 ()
- 
- A. 线段 AB 上 B. 线段 BO 上 C. 线段 OC 上 D. 线段 CD 上
4. 下列命题中, 真命题是 ()
- A. 对角线相等的四边形是平行四边形
- B. 对角线互相垂直的四边形是矩形
- C. 对角线互相垂直平分的四边形是菱形
- D. 对角线平分一组对角的平行四边形是正方形
5. 甲、乙两家酒店规模相当, 去年 2~7 月的月盈利折线统计图如图所示. 下列说法中, 不正确的是 ()

甲、乙两家酒店 2~7 月的月盈利折线统计图



- A. 甲酒店每月盈利呈现不断增长的趋势
 B. 乙酒店经营状况有可能很快超过甲酒店
 C. 甲酒店月盈利的平均数大于乙酒店月盈利的平均数
 D. 甲酒店月盈利的方差小于乙酒店月盈利的方差

6. 已知 $\odot O_1$ 和 $\odot O_2$ 的半径分别是 5 和 7, 那么下列说法中正确的是 ()

- A. 当 $O_1O_2 = 2$ 时, 两圆没有公共点
 B. 当 $O_1O_2 = 5$ 时, 两圆有一个公共点
 C. 当 $O_1O_2 = 0$ 时, 两圆有公共点
 D. 当 $O_1O_2 = 7$ 时, 两圆有两个公共点

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. 计算: $|-3| - 3 = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. 在比例尺为 1:1000000 的地图上甲地到乙地的距离是 5 厘米, 则甲乙两地的实际距离是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 千米.

9. 若代数式 $\frac{1}{\sqrt{x}-1}$ 在实数范围内有意义, 则 x 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

10. 分解因式: $a^2 - 5 = \underline{\hspace{2cm}}$.

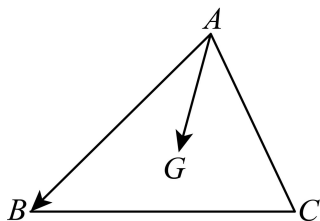
11. 方程 $\sqrt{x-12} = 2$ 的解是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

12. 某件商品进行促销活动, 打八折后的售价为 120 元, 那么原价是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 元.

13. 已知点 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ 在双曲线 $y = -\frac{\sqrt{6}}{x}$ 上, 如果 $x_1 < 0 < x_2$, 那么 $y_1 \underline{\hspace{1cm}} y_2$. (填 “>”、“<” 或 “=”)

14. 数学老师在统计一个班 35 人的数学考试成绩时, 算出中位数是 80 分, 但后来发现其中一位同学的成绩记录有误, 将 75 分写成了 55 分, 那么实际这次考试成绩的中位数是_____分.

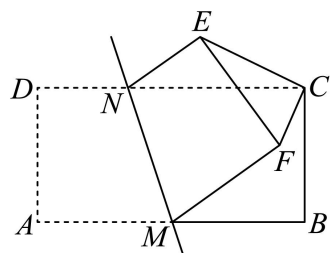
15. 如图, 点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心, 已知 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AG} = \vec{b}$, 那么向量 $\overrightarrow{BC} =$ _____. (用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示)



16. 有一斜坡的坡度 $i = 1:0.75$, 斜坡上最高点到地面的距离为 2.4 米, 那么这个斜坡的长度为_____米.

17. 同时抛掷红、绿两枚六面编号分别是 1~6 (整数) 的质地均匀的正方体骰子, 如果将红色骰子正面朝上的编号作为方程 $x^2 + mx + n = 0$ 的一次项系数 m 的值, 绿色骰子正面朝上的编号作为常数项 n 的值, 那么得到的方程有两个相等的实数根的概率是_____.

18. 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AB = 6$, $BC = 3$, 点 M 是 AB 的中点, 点 N 是 CD 边上的动点 (不与端点重合), 如果把四边形 $AMND$ 沿直线 MN 翻折, 得到四边形 $EFMN$ (点 E 、 F 分别与点 D 、 A 对应), 连接 EC 、 FC , 当 $EC \perp FC$ 时, $\triangle ECF$ 的周长为_____.

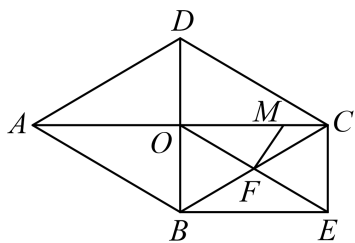


三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. 解不等式组:
$$\begin{cases} (x+2)(x-2) \leq (x-1)^2 & \text{①} \\ \frac{x-1}{2} < 3 + \frac{2x}{3} & \text{②} \end{cases};$$

20. 先化简, 再求值: $\left(\frac{x+1}{x} - 1\right) \div \frac{x^2-1}{x^2-x}$, 其中 $x = \sqrt{3} + 1$.

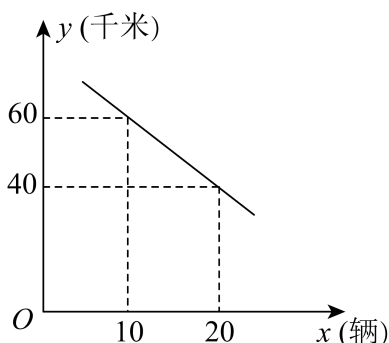
21. 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 与 BD 相交于点 O , 点 F 是 BC 的中点, 连接 OF 并延长到点 E , 使得 $EF = OF$, 连接 BE 、 CE .



(1) 求证：四边形 $OBEC$ 是矩形；

(2) 点 M 在 OC 边上，连接 MF ， $\angle OBC = \angle FOC + \angle MFC$ ， $AC = 10$ ， $BD = 6$ ．求 OM 的长．

22. 某地区交通管理部门通过对道路流量的大数据分析可知，某高架路上车辆的平均速度为 y （千米/时）与高架路上每百米车的数量 x （辆）的关系如图所示．



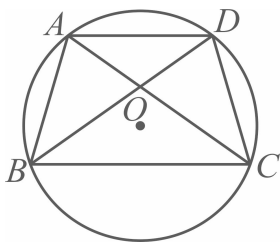
(1) 求 y 关于 x 的函数解析式，并写出 x 的取值范围；

(2) 如果某时刻监测到这一高架路上车辆的平均速度为 30 千米/时．

①求该时刻高架路上每百米车的数量；

②如果车辆的平均速度小于 20 千米/时，高架路将严重拥堵，需启动限流措施．而此刻开始这一高架路上每百米车辆数每 4 分钟增加 1 辆，为了避免严重拥堵，那么最晚几分钟需启动限流措施？

23. 已知，四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$ ， $AC = BD$ ．

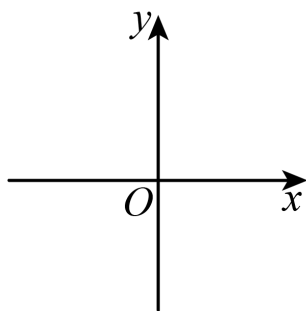


(1) 求证： $AD \parallel BC$ ；

(2) 小明说：四边形 $ABCD$ 一定是等腰梯形，你认为他的说法正确吗？为什么？

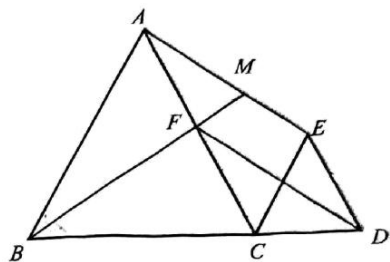
(3) 如图所示，已知 $AB = 10$ ， $AC = BC = 13$ ，求 $\odot O$ 的半径．

24. 已知抛物线 $y_1 = 4ax^2 + 8ax + m$ ， $y_2 = ax^2 - 4ax + n$ ($a > 0$) 的顶点分别为 A 、 B ，且它们都经过 y 轴上的点 C ．



- (1) 如果抛物线 y_1 经过点 $(-2, 2)$ ，抛物线 y_2 经过点 $(3, -1)$ ，求这两个抛物线的表达式；
- (2) 已知 $\angle OCB = 45^\circ$ ，求 a 的值；
- (3) 当 $\angle ACB = 90^\circ$ 时，能否确定系数 a 、 m 、 n 的值？如果能，请求出相应的值；如果不能，请简要说明理由。

25. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ，点 D 在 BC 的延长线上， $CE \parallel AB$ ， $DE \parallel AC$ ，点 F 在边 AC 上， $FD \parallel AE$ ， BF 的延长线交线段 AE 于点 M 。



- (1) 求证： $\triangle ABF \cong \triangle CAE$ ；
- (2) 当点 M 是 AE 的中点时，求证： $BF^2 = 4BM \cdot FM$ ；
- (3) 已知 $\cos \angle ABC = \frac{\sqrt{5}}{5}$ ， $BC = 2$ ，设 $CD = x$ ， $\frac{EM}{AM} = y$ ，求 y 关于 x 的函数解析式，并写出 x 的取值范围。