

# 2024 学年第二学期初三数学教学质量调研试卷

(考试时间: 100 分钟 满分: 150 分)

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本调研卷上答题一律无效.
2. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

【每小题只有一个正确选项, 在答题纸相应题号的选项上用 2B 铅笔正确填涂】

1. 下列分数中, 能化为有限小数的是 ( )

A.  $\frac{5}{6}$                       B.  $\frac{6}{7}$                       C.  $\frac{7}{8}$                       D.  $\frac{8}{9}$

2. 已知方程组  $\begin{cases} x+2y=1 \\ 2x-y=2 \end{cases}$ , 那么代数式  $x-3y$  的值是 ( )

A. 2                      B. 1                      C. -1                      D. -2

3. 以下运算结果等于  $a^9$  的是 ( )

A.  $a^3 + a^6$                       B.  $a \cdot a^9$                       C.  $(-a^3)^3$                       D.  $a^{11} \div a^2$

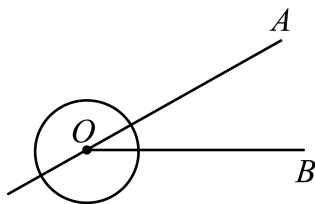
4. 已知某篮球队有 15 名队员, 他们身高的平均数和中位数都是 185 厘米, 后来发现在登记身高时, 将一名队员的身高由 174 厘米误写成 184 厘米, 再经过重新计算后, 正确的身高平均数为  $m$  厘米, 中位数为  $n$  厘米, 那么下列结论中正确的是 ( )

A.  $m < 185, n < 185$                       B.  $m < 185, n = 185$                       C.  $m > 185, n > 185$                       D.  $m > 185, n = 185$

5. 边长为  $a$  的正十边形的半径是 ( )

A.  $\frac{a}{2\cos 72^\circ}$ ;                      B.  $\frac{a}{2}\cos 72^\circ$                       C.  $\frac{a}{2}\tan 72^\circ$                       D.  $\frac{a}{2\tan 72^\circ}$

6. 如图, 已知  $\angle AOB = 30^\circ$ ,  $\odot O$  的半径为 3. 点  $P$  在射线  $OB$  上,  $\odot P$  的半径为  $r$ . 如果直线  $OA$  与  $\odot P$  相切, 且  $\odot P$  与  $\odot O$  相交, 那么  $r$  的值可以是 ( )



A. 4                      B. 3                      C. 2                      D. 1

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. 计算:  $\sqrt{81} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

8. 如果  $f(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$ , 那么  $f(2) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

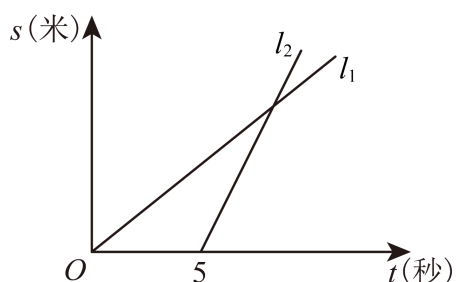
9. 在大自然中充满着数学之美, 向日葵上的螺旋线顺时针有 21 条, 逆时针有 13 条, 那么顺时针条数和逆时针条数的比值约为  $\underline{\hspace{2cm}}$ . (结果保留三位有效数字)

10. 如果关于  $x$  的方程  $x^2 + 3x + a = 0$  有两个相等的实数根, 那么  $a$  的值是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

11. 如果反比例函数  $y = \frac{1+k^2}{x}$  ( $k$  是常数) 的图像经过点  $A(3, y_1)$ ,  $B(5, y_2)$ , 那么  $y_1$  和  $y_2$  的大小关系是:  $y_1 \underline{\hspace{1cm}} y_2$ . (填 “>”、“=” 或 “<”)

12. 布袋里有 2 个红球、3 个黄球、4 个白球, 它们除颜色外其他都相同. 从布袋里摸出一个球恰好为红球的概率是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

13. 甲、乙两人在同一起点出发, 乙比甲晚 5 秒, 图中  $l_1$ 、 $l_2$  分别表示甲、乙两人在赛跑中的路程  $s$  (米) 与时间  $t$  (秒) 的关系 (图像不完整), 已知  $l_2$  的表达式为  $s = 6t - 30$ , 如果在  $t = 10$  秒时乙追上甲, 那么  $l_1$  的表达式为  $\underline{\hspace{2cm}}$ . (不要求写定义域)



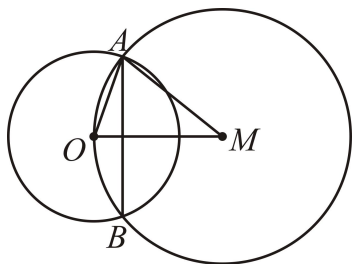
14. 为了解区内 AI 赋能教学实践的情况, 从 3000 名九年级学生中, 随机抽取 100 名学生进行了关于 AI 辅助教学工具使用满意度的调查, 调查结果如下:

| 满意度 | 不满意 | 一般   | 比较满意 | 满意 | 非常满意 |
|-----|-----|------|------|----|------|
| 频数  | 5   |      | 15   |    |      |
| 频率  |     | 0.05 |      |    | 0.35 |

根据统计表中的信息, 估计区内九年级学生中, 选择 “满意” 的人数是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

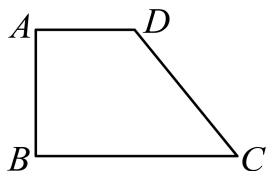
15. 在菱形  $ABCD$  中,  $\angle ABC = 60^\circ$ ,  $AB = 1$ , 那么  $|BA + BC| = \underline{\hspace{2cm}}$ .

16. 如图, 已知  $\odot O$  与  $\odot M$  相交于  $A$ 、 $B$  两点,  $\odot O$  的半径长为 2,  $\odot M$  的半径长为 3, 如果  $\odot O$  的圆心在  $\odot M$  上, 那么公共弦  $AB$  的长为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .



17. 我们把一个三角形的重心与外心之间的距离叫做该三角形的“变形值”. 已知等腰三角形的腰长为 5, 底边长为 8, 那么它的“变形值”等于  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

18. 如图, 在梯形  $ABCD$  中,  $AD \parallel BC$ ,  $\angle A = 90^\circ$ ,  $AD = 3$ ,  $AB = 4$ ,  $BC = 6$ . 点  $E$  在边  $BC$  上, 将  $\triangle ABE$  沿着  $AE$  翻折, 点  $B$  的对应点为点  $F$ . 如果  $EF \perp CD$ , 那么  $EC$  的长为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

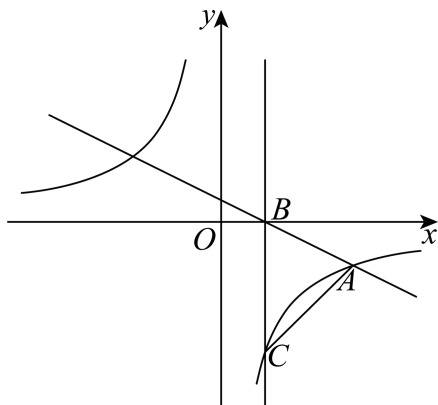


三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分) 【将下列各题的解答过程, 做在答题纸的相应位置上】

19. 计算:  $|\sqrt{2} - 2| + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} - \left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{1}{2}} - \frac{\sqrt{3}}{2025^0}$ .

20. 解不等式组  $\begin{cases} 2x + 3 \geq -4 - 3x \\ \frac{x-1}{3} + \frac{x+1}{2} < 0 \end{cases}$ , 并写出该不等式组的整数解.

21. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 直线  $y = -\frac{1}{2}x + 1$  与双曲线  $y = \frac{k}{x}$  ( $k$  是常数, 且  $k \neq 0$ ) 交于点  $A(6, m)$ .



(1) 求  $k$  与  $m$  的值:

(2) 直线  $y = -\frac{1}{2}x + 1$  与  $x$  轴交于点  $B$ ，过点  $B$  作  $y$  轴的平行线，交双曲线  $y = \frac{k}{x}$  于点  $C$ ，求  $\triangle ABC$  的面积。

22. 我们知道“顺次连接四边形各边中点所得的四边形是平行四边形”。小明是个爱动脑筋的同学，他提出了如下问题：如果点  $E$ 、 $F$ 、 $G$ 、 $H$  分别在四边形  $ABCD$  的边  $AB$ 、 $BC$ 、 $CD$ 、 $AD$  上，它们都不是中点且都不与端点重合，那么能否使四边形  $EFGH$  仍然是平行四边形？

稍作思考后，他给出了如下的构造方法（如图1）：

- ①在边  $AB$  上任取符合条件的一点  $E$ ，作  $EF \parallel AC$ ，交边  $BC$  于点  $F$ ；
- ②作  $FG \parallel BD$ ，交边  $CD$  于点  $G$ ；③作  $GH \parallel AC$ ，交边  $AD$  于点  $H$ ；④连接  $HE$ 。

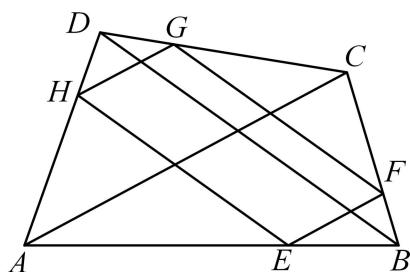


图1

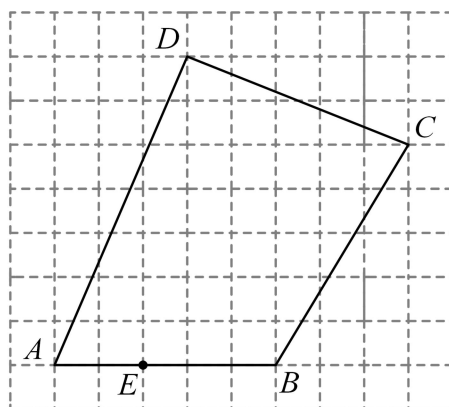
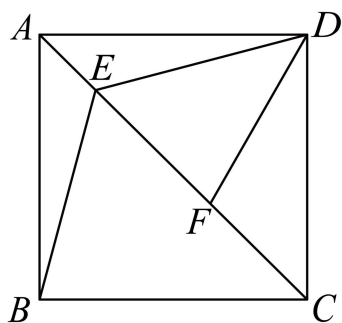


图2

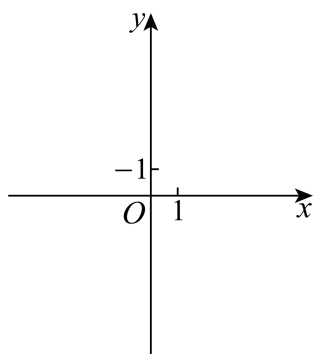
- (1) 求证：小明画出的四边形  $EFGH$  是平行四边形；
- (2) 如图2，在  $10 \times 9$  的网格中，每个小正方形的边长都为1，四边形  $ABCD$  的顶点均在格点上，点  $E$  在边  $AB$  上， $AE = 2$ ，请你仅用一把无刻度的直尺（只能作经过两点的直线），画一个平行四边形  $EFGH$ ，使点  $F$ 、 $G$ 、 $H$  分别在边  $BC$ 、 $CD$ 、 $AD$  上，且此平行四边形的边与  $AC$  或  $BD$  平行。（不写画法，画图过程用虚线表示，画图结果用实线表示）

23. 如图，在矩形  $ABCD$  中，点  $E$  在对角线  $AC$  上， $AE < EC$ ， $BE = DE$ 。



- (1) 求证：四边形  $ABCD$  是正方形；
- (2) 点  $F$  在对角线  $AC$  上，且  $\angle ADF = \angle BEC$ ，求证： $BE \cdot DF = EF \cdot AB$ 。

24. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，顶点为  $A$  的抛物线  $y = -\frac{1}{2}x^2 + mx - \frac{1}{2}m^2 + m + 1$  与  $y$  轴交于点  $B$ .



- (1) 如果抛物线经过点  $(2, -1)$ ，且不过第二象限，求抛物线的表达式；
- (2) 如果抛物线与坐标轴共有两个公共点，且在  $y$  轴右侧是下降的，求  $m$  的值；
- (3) 点  $A$  在第一象限，点  $B$  关于抛物线对称轴的对称点为点  $C$ ，将抛物线沿着射线  $CA$  方向平移，点  $A$ 、 $B$ 、 $C$  的对应点分别为点  $A'$ 、 $B'$ 、 $C'$ ，线段  $B'C'$  与线段  $AB$  交于点  $D$ ，如果  $\tan \angle A'DB' = 4$ ， $\frac{S_{\triangle ADC'}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{9}$ ，求点  $A$  的坐标.

25. 已知在  $\triangle ABC$  中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $BD$  是边  $AC$  上的中线. 以点  $B$  为圆心， $BD$  为半径的圆交线段  $CD$  于点  $E$  (点  $E$  不与点  $C$ 、点  $D$  重合).

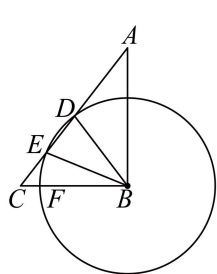


图1

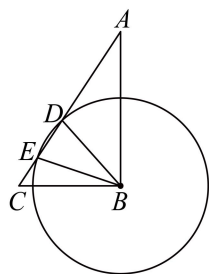


图2

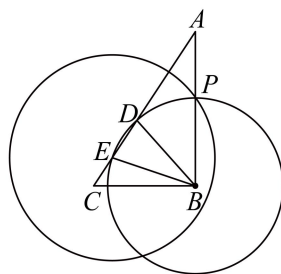


图3

- (1) 如图 1，如果  $\odot B$  与边  $BC$  交于点  $F$ ， $\widehat{FE} = \widehat{DE}$ ，求  $\angle DBE$  的度数；
- (2) 如图 2，当  $AE = 5EC$  时，求  $\angle C$  的正切值；
- (3) 如图 3，以点  $E$  为圆心， $BC$  为半径的  $\odot E$  与  $\odot B$  相交，其中一个交点  $P$  在边  $AB$  上. 如果  $BD = 1$ ，求  $AE$  的长.