

2024 学年第二学期模拟检测

初三数学试卷

(考试时间 100 分钟, 满分 150 分)

2025. 4

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题; 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效;
2. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

【下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确的选项并填涂在答题纸的相应位置上.】

1. 下列单项式中, 与单项式 $2xy^2$ 是同类项的是 ()

- A. $3x^2y$ B. $-4xy^2$ C. $2xy$ D. $2yx^2$

2. 下列运算一定正确的是 ()

- A. $(ab)^2 = ab^2$ B. $(\sqrt{a})^2 = a (a \geq 0)$
C. $(a^m)^2 = a^{m+2}$ (m 为正整数) D. $a^{\frac{3}{2}} = \sqrt[3]{a^2} (a \geq 0)$

3. 下列对反比例函数 $y = -\frac{2}{x}$ 的图像的描述, 正确的是 ()

- A. 经过 $(2, 1)$
B. 经过第一、三象限
C. 在每个象限内, 函数值 y 随 x 的增大而增大
D. 关于 y 轴对称

4. 某厂对一个班组生产的零件进行调查. 该班组在六天中每天所出的次品数如下 (单位: 个): 0, 2, 0, 0, 3, 2. 那么该班组在六天中产出的次品数的众数、中位数分别是 ()

- A. 2 个, 0 个 B. 2 个, 1 个 C. 0 个, 0 个 D. 0 个, 1 个

5. 已知: 在凸四边形 $ABCD$ 中, $BE \perp AC$, $DF \perp AC$, 垂足分别是点 E 、 F , 点 E 、 F 在线段 AC 上, $AF = CE$, $BE = DF$. 那么四边形 $ABCD$ 一定是 ()

- A. 平行四边形 B. 矩形 C. 菱形 D. 等腰梯形

6. 以同一个圆的内接正三角形、正四边形、正 n 边形的边心距为三边作三角形, 若一个三角形是直角三角形, 那么 n 的值可能是 ()

A. 4

B. 5

C. 6

D. 12

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

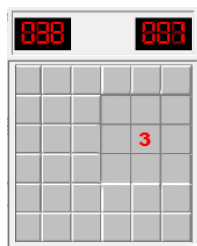
7. 分解因式: $mn^2 - m =$ _____.

8. 已知 $f(x) = \frac{1}{3}x - 1$, 那么 $f(7) =$ _____.

9. 函数 $f(x) = \frac{\sqrt{x-2}}{x-5}$ 的定义域为_____.

10. 方程组 $\begin{cases} x-y=1 \\ x^2-y^2=5 \end{cases}$ 的解为_____.

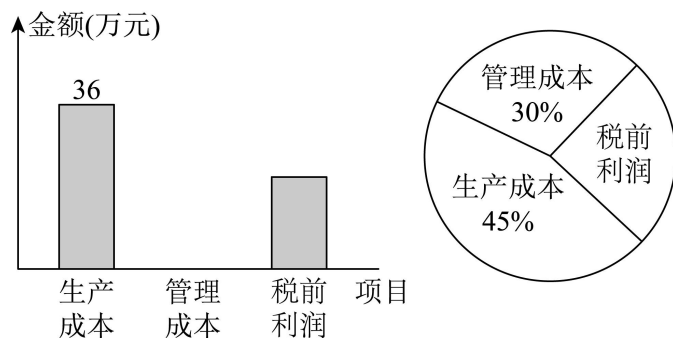
11. 如图是计算机中“扫雷”游戏的画面. 在一个 6×6 个方格的正方形雷区中, 随机埋藏着 10 颗地雷, 每个方格内最多只能埋藏 1 颗地雷. 小王在游戏开始时随机地点击一个方格, 点击后出现了如图所示的情况. 我们把与标号 3 的方格 (此方格无地雷) 相邻的方格记为相邻区域 (框线内部), 数字 3 表示在此区域有 3 颗地雷. 那么小王点击此区域的任一方格, 遇到地雷的概率是_____.



12. 利用根的判别式判断方程 $2x^2 - mx - 2 = 0$ (m 为常数) 的根的情况是_____.

13. 已知直线 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 与 y 轴的交点在 x 轴下方且函数值 y 随着 x 的增大而减小, 那么这条直线的表达式是_____. (写出一种情况即可)

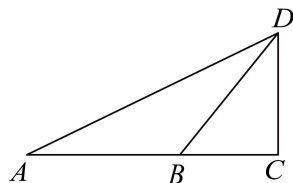
14. 某企业 10 月份的产值的分配, 画成不完整的扇形图和条形图如图所示. 那么该企业的税前利润是_____万元.



15. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, D 是 AB 的中点, 连接 CD , 设 $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CD} = \vec{b}$, 那么向量 $\overrightarrow{AB}$ 用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示为_____.

16. 圆 O 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, $OM \perp AB$, $ON \perp AC$, 垂足分别是点 M 、 N , 如果 $BC=3$, 那么 $MN =$ _____.

17. 如图, 小海想测量塔 CD 的高度, 塔在围墙内, 小海只能在围墙外测量. 这时无法测得观测点到塔的底部 C 的距离, 于是小海在观测点 A 处仰望塔顶, 测得仰角为 α , 再往塔的方向前进 $m(m > 0)$ 米至观测点 B 处, 测得塔顶的仰角为 $\beta(\beta > \alpha > 0)$, 点 A 、 B 、 C 在一直线上, 小海测得塔的高度为 _____ 米 (小海的身高忽略不计, 用含 α 、 β 的三角比和 m 的式子表示).



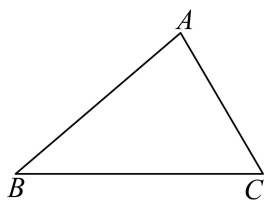
18. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 6$, $BC = 8$, $\triangle ABC$ 重心为点 G , 直线 l 经过边 AB 的中点, 将 $\triangle ABC$ 沿直线 l 翻折得到 $\triangle DEF$ (点 A 、 B 、 C 分别与点 D 、 E 、 F 对应), $\triangle DEF$ 的重心点 P 在 $\triangle ABC$ 的内部. 若点 P 到 AB 的距离与点 G 到 AB 的距离相等, 那么 D 到直线 l 的距离为 _____.

三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. 计算: $|\sqrt{3}-2| - 27^{\frac{1}{3}} + \frac{2}{\sqrt{3}+1} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$.

20. 解方程: $\frac{x-2}{x} - \frac{3x}{x-2} = 2$.

21. 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, $BC = 6$, $AC = 4$, $\angle C = 60^\circ$.



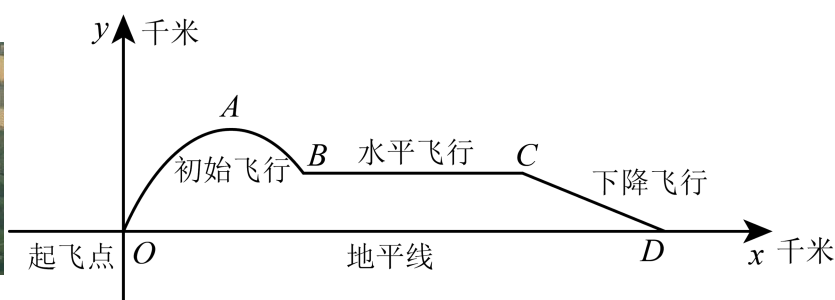
(1) 尺规作图: 请用无刻度的直尺和圆规, 在线段 AB 上作点 D , 使得 $DB = DC$ (要求: 不写作法, 保留作图痕迹);

(2) 求 AD 的长.

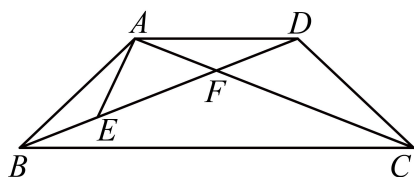
22. 请根据以下素材, 完成探究任务.

飞行汽车	
背景	飞行汽车是一种结合了传统汽车和飞行器功能的交通工具, 旨在实现地面行驶与空中飞行的双重模式. 它被视为未来城市交通的重要解决方案之一, 尤其在缓解交通

	拥堵和拓展三维交通空间方面具有潜力.
建模	某数学小组运用信息技术模拟飞行汽车飞行过程. 如图, 以飞行汽车的地面起飞点为原点 O, 地平线为 x 轴, 垂直于地面的直线为 y 轴, 建立平面直角坐标系. 它在起飞后的初始飞行路径呈现抛物线形状, 当飞行汽车到达抛物线最高点 A 后下降到点 B. 此时点 B 距离地面 0.3 千米, 保持这个高度以 100 千米/时的速度水平飞行一定距离后到达点 C, 切换到直线下降飞行模式降落至地面点 D. 得到抛物线 $y = ax^2 + 2x (a < 0)$、直线 $y = 0.3$ 和直线 $y = -0.4x + b$.
任务	(1) 若仪表监测到水平飞行时间为 0.09 小时, 此时点 C 距离起飞点 O 的水平距离为 10 千米, 求 a 和 b 的值; (2) 若飞行汽车在最高点 A 时, 距离起飞点 O 的水平距离为 0.4 千米. 水平飞行了 $t (0.08 \leq t \leq 0.1)$ 小时到达点 C 后降落, 求 b 的取值范围.

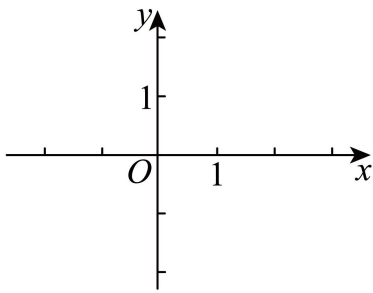


23. 如图, 已知在等腰梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB = CD$, $AD < BC$, 联结 AC 、 BD 交于点 F , E 为 BF 上一点, $\angle AED = \angle ABC$.



- (1) 求证: $AB^2 = BE \cdot BD$;
- (2) 若 $BE = DF$, 求证: $AB = AD$.

24. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $C(m, -1)$ 在直线 $y = -x + 2$ 上, 已知抛物线 $y = x^2 - 2kx + k^2 - 1$ (k 为常数), 抛物线与 x 轴的两个交点为点 E 、点 F (其中点 E 在点 F 左侧), 顶点为 D .

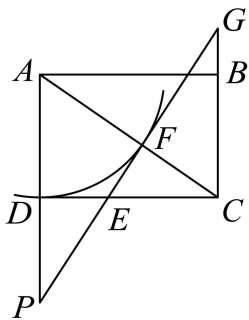


(1) 若抛物线经过点 C ，求抛物线的表达式；

(2) 求证： $\triangle DEF$ 的面积是一个定值，并求出这个值；

(3) 已知点 $N\left(\frac{3}{5}, 0\right)$ ，抛物线的顶点 D 恰好落在 $\angle CNO$ 的平分线上，点 G 在抛物线上，若四边形 $DEGF$ 为梯形，求点 G 的坐标。

25. 已知：矩形 $ABCD$ 的对角线 AC 与以 A 为圆心 AD 为半径的圆弧相交于点 F ，过点 F 作 AC 的垂线分别与直线 BC 、 AD 、 CD 交于点 G 、 P 、 E 。



(1) 当点 G 在边 CB 延长线上时，如图所示。

①联结 AE ，与 $\widehat{DF}$ 交于点 M ，求证： $\widehat{DM} = \widehat{MF}$ ；

②若 $GB:CG = 1:10$ ，求 $AB:AD$ 的比值；

(2) 联结 AG ，若 $\triangle PAG$ 为等腰三角形，求 $\tan^2 \angle ACD$ 的值。