

浦东新区初三年级模拟考试数学试卷

考生注意：

1. 本试卷含三个大题，共 25 题.
2. 试卷满分 150 分，考试时间 100 分钟.
3. 答题时，考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答，在草稿纸、本试卷上答题一律无效.
4. 除第一、二大题外，其余各题如无特别说明，都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题（本大题共 24 分，每小题 4 分）

1. 下列实数中，是无理数的是（ ）

- A. $27^{\frac{1}{3}}$ B. $\frac{22}{7}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $0.0\dot{1}0\dot{1}$

2. 下列单项式中， ab^3 的同类项是（ ）

- A. $5ab^3$ B. $-a^3b$ C. a^2b^3 D. $-a^2b^2$

3. 不等式组 $\begin{cases} 3x-15 \leq 0 \\ \frac{4-x}{2} > 1 \end{cases}$ 的解集是（ ）

- A. $x < 2$ B. $x < 3$ C. $x \leq 5$ D. $2 < x \leq 5$

4. 下列四个函数中，图象经过原点的是（ ）

- A. $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ B. $y = -\frac{2}{x}$ C. $y = x^2 + 2x$ D. $y = (x+1)^2$

5. 下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是（ ）

- A. 直角三角形 B. 扇形 C. 平行四边形 D. 正八边形

6. 对于命题：①一个圆上所有的点都在另一个圆的外部，那么这两个圆外离；②一个圆上所有的点都在另一个圆的内部，那么这两个圆内含. 下列说法正确的是（ ）

- A. ①正确②错误 B. ①错误②正确 C. ①和②都正确 D. ①和②都错误

二、填空题（本大题共 48 分，每小题 4 分）

7. 计算： $a^{-2} \cdot a^3 =$ _____.

8. 分解因式： $16a^2 - 1 =$ _____.

9. 函数 $y = \frac{x-1}{3-x}$ 的定义域为_____.

10. 方程 $\sqrt{15-2x} = -x$ 的解是_____.

11. 如果关于 x 的方程 $x^2 - 6x + m = 0$ 有实数根, 那么实数 m 的取值范围是_____.

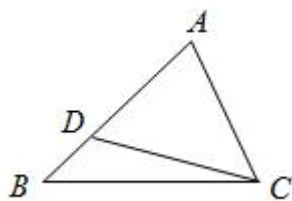
12. 在平行四边形 $ABCD$ 中, $\angle A = 2\angle B$, 则 $\angle D =$ _____.

13. 有一枚质地均匀的正方体骰子, 它的六个面上分别标有 1、2、3、4、5、6 六个数字, 掷这枚骰子, 向上的一面出现合数的概率是_____.

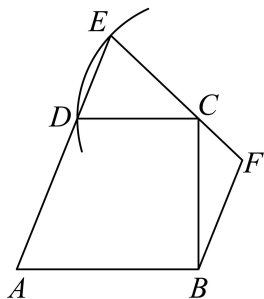
14. 如果正比例函数 $y = kx$ (k 为常数, 且 $k \neq 0$) 的图像经过点 $(-2, 3)$, 那么函数值 y 随着 x 的值增大而_____. (填“增大”或“减小”)

15. 如果一个正六边形的边心距的长度为 $\sqrt{3}\text{cm}$, 那么它的半径的长度为__ cm .

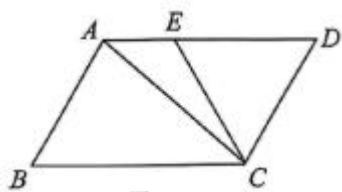
16. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在边 AB 上, $\angle ACD = \angle B$, $AD = 2$, $AC = \sqrt{6}$, 设 $\overrightarrow{BA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{CD} =$ _____. (用向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 的式子表示).



17. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $\angle ABC = 90^\circ$. 以点 C 为圆心, DC 长为半径画弧, 交边 AD 的延长线于点 E . 过点 B 作 AD 的平行线, 交线段 EC 的延长线于点 F . 如果 $BC = 5$, $\tan A = \frac{5}{2}$, 那么线段 CF 的长度是_____.



18. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $AB = 4$, $BC = 6$, 点 E 在边 AD 上, 且 $\triangle DEC$ 是等边三角形, 点 O 是对角线 AC 上一点. 如果 $\odot O$ 经过点 E 且与边 BC 没有公共点, 那么 $\odot O$ 的半径 r 的取值范围是_____.



三、解答题（本大题共 78 分）

19. 计算: $|\sqrt{3}-2|+(\pi-2025)^0-\sqrt{9}+\frac{1}{2-\sqrt{3}}$.

20. 解方程: $\frac{4x}{x^2-9}-1=\frac{2}{x+3}-\frac{2}{x-3}$.

21. 在平面直角坐标系 xOy 中, 双曲线 $y=\frac{k}{x}$ (k 为常数, 且 $k \neq 0$) 与直线 $y=3x-1$ 都经过点 $A(2,m)$.

(1) 求 m 与 k 的值;

(2) 过点 $B(0,n)$ ($n>0$) 作平行于 x 轴的直线, 与双曲线 $y=\frac{k}{x}$ 相交于点 C , 与直线 $y=3x-1$ 相交于点 D ,

在 $\triangle ACD$ 中, 当 $AC=AD$ 时, 求边 CD 的长度.

22. 小明乔迁的新居使用的是分时电表, 按平时段 (06:00~22:00) 和谷时段 (22:00~次日 6:00) 分别计费. 为了解 2025 年 4 月新居的平时段用电量, 小明连续 8 天, 每天 22:00 记录了电表平时段的读数, 如下表:

星期	日	一	二	三	四	五	六	日
平时段的读数 (单位: 千瓦时)	109	121	133	149	156	173	201	221

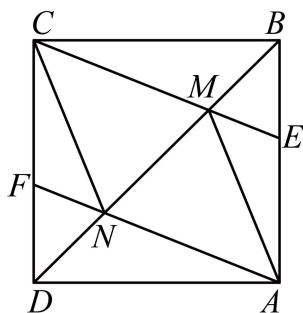
根据表格提供的信息, 解答下列问题:

(1) 小明家这几天中, 平时段单日电量最大的那天的用电量是_____千瓦时;

(2) 计算小明家 4 月份平时段用电总量约是多少千瓦时?

(3) 小明计算出这几天平时段单日电量的中位数和众数都是 16 千瓦时, 你认为正确吗? 请简要说明理由.

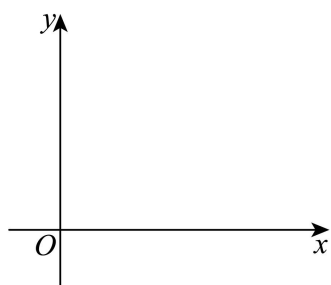
23. 已知: 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, 点 E 、 F 分别在边 AB 、 CD 上, 且 $AF=CE$. 对角线 BD 分别交 EC 、 AF 于点 M 、 N , 联结 AM 、 CN .



(1) 求证：四边形 $AMCN$ 是菱形；

(2) 过点 C 作 $CP \perp CE$ 交 BD 的延长线于点 P ，如果 $CM^2 = MN \cdot NB$ ，求证： $\frac{NC}{NP} = \frac{PD}{PC}$ 。

24. 在平面直角坐标系 xOy 中（如图），顶点为 $A(6,6)$ 的抛物线 C_1 经过原点，直线 $y=6$ 交 y 轴于点 B 。



(1) 求抛物线 C_1 的表达式；

(2) 将抛物线 C_1 先向右平移 $m(m > 0)$ 个单位，再向下平移 $n(n > 0)$ 个单位，使得新抛物线 C_2 的顶点 D 恰好落在抛物线 C_1 上。抛物线 C_2 的对称轴交直线 AB 于点 E 。连接 BD 。

①连接 AD ，当线段 BD 的中垂线经过点 A 时，求 $\sin \angle DAE$ 的值；

②线段 BD 交抛物线 C_1 的对称轴于点 F ，当 $\triangle ADF$ 与 $\triangle ADB$ 相似时，求代数式 $m^3 - 36m$ 的值。

25. 如图 1， AB 和 CD 是半径为 2 的 $\odot O$ 的两条直径，点 P 是 BA 延长线上的一点。连接 PC 交 $\odot O$ 于点 E （点 E 在线段 PC 上，且不与点 P 、点 C 重合）。

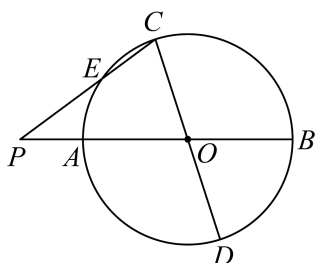


图1

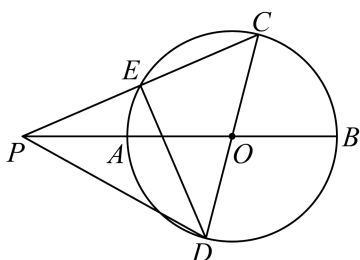
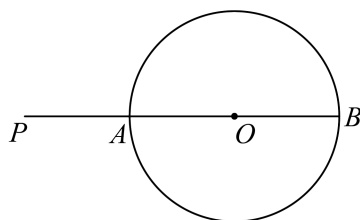


图2



备用图

(1) 当 $PC = PO$ 时，求证： $CO^2 = CE \cdot CP$ ；

(2) 连接 DE ，交半径 OA 于点 M ，已知 $PA = 2$ 。

- ①连接 PD ，如图 2，当点 M 是 $\triangle PCD$ 的重心时，求 $\angle BOC$ 的余弦值；
- ②连接 BD 、 BE ，当 BDE 为等腰三角形时，求线段 PE 的长.