

2025 年上海市普陀区中考数学二模试卷数学试卷

考生注意：

1. 本试卷共 25 题.
2. 试卷满分 150 分. 考试时间 100 分钟.
3. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效.
4. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

【下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. 3 的倒数是 ()

- A. 3 B. -3 C. $\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{3}$

2. 下列各式计算结果等于 a^2b 的是 ()

- A. $a \cdot ab$ B. $a^3 \div ab$ C. $a^2b - 2a^2b$ D. $2a^2b - ab^2$

3. 某班有男生 20 人, 女生 18 人. 在一次测验中, 男生的平均分为 a 分, 女生的平均分为 b 分, 那么这个班级全体学生这次测验的平均分为 ()

- A. $\frac{a+b}{2}$ 分 B. $\frac{a+b}{38}$ 分 C. $\frac{20a+18b}{2}$ 分 D. $\frac{20a+18b}{38}$ 分

4. 2025 年“体重管理年”正式启动, 其中所涉及的体质指数“BMI”是衡量人体胖瘦程度的标准, 其计算公式为 $BMI = \frac{m}{h^2}$ (m 表示体重, 单位: 公斤; h 表示身高, 单位: 米) 成年人 BMI 标准值标准见下表:

BMI 范围	$BMI < 16$	$16 \leq BMI < 18.5$	$18.5 \leq BMI < 24$	$24 \leq BMI < 28$	$BMI \geq 28$
胖瘦程度	瘦弱	偏瘦	正常	偏胖	肥胖

已知某位成年人身高为 1.6 米, 以下说法正确的是 ()

- A. BMI 数值随着体重 m 的值的增加而减少
- B. BMI 数值与体重 m 的值之间成正比例关系
- C. BMI 数值与体重 m 的值之间的函数图像为双曲线位于第一象限的一支
- D. 如果这位成年人的体重为 64 公斤, 他的胖瘦程度属于正常
5. 已知 $\odot O_1$ 和 $\odot O_2$, $\odot O_1$ 的半径长为 3, $O_1O_2 = 5$. 如果 $\odot O_2$ 与 $\odot O_1$ 相交, 那么 $\odot O_2$ 的半径长可以是 ()

- A. 10 B. 8 C. 7 D. 2

6. 有若干个全等三角形，如果这些全等三角形恰好能拼成一个正多边形，且这个正多边形不是中心对称图形，那么下列三角形中，符合条件的是（ ）

- A. 顶角是 48° 的等腰三角形 B. 顶角是 60° 的等腰三角形
C. 有一个锐角是 24° 的直角三角形 D. 有一个锐角是 54° 的直角三角形

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. 计算： $9^{\frac{1}{2}}$ = _____.

8. 函数 $y = \frac{1}{x-5}$ 的定义域是_____.

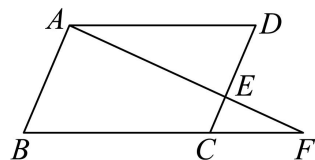
9. 方程 $\sqrt{3-2x} = x$ 的解是_____.

10. 关于 x 的一元二次方程 $(x-1)^2 = a$ 有两个相等的实数根，那么 a 的值等于_____.

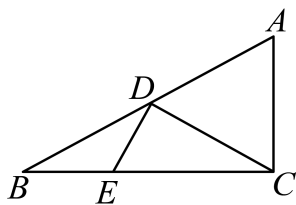
11. 苏州河是上海的“母亲河”，普陀段的岸线约有 21000 米，正好相当于半程马拉松的长度，被誉为“半马苏河”。数据 21000 用科学记数法可表示为_____.

12. 在不透明的布袋中装有 3 个红球，4 个白球，这些球只是颜色不同。如果布袋中再放进 2 个同样规格的红球，那么此时从布袋中，任意摸出一个球恰好为红球的概率是_____.

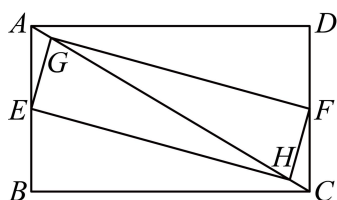
13. 如图，平行四边形 $ABCD$ 中，点 E 在边 DC 上， $DE = 2EC$ ，联结 AE 并延长交 BC 的延长线于点 F ，设 $\overrightarrow{BA} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$ 。如果向量 $\overrightarrow{EF}$ 用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示，那么 $\overrightarrow{EF} =$ _____.



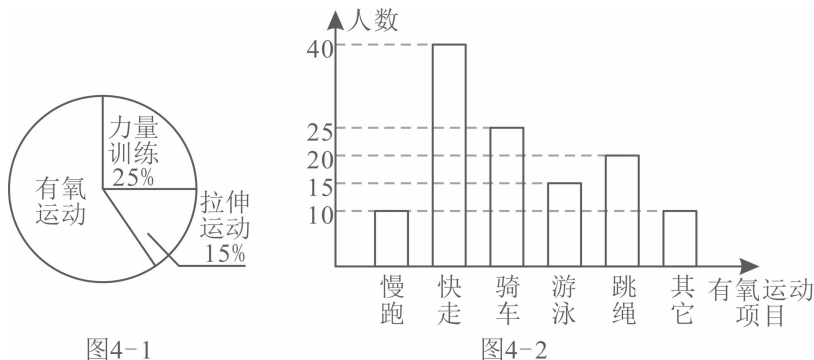
14. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， D 是边 AB 的中点，过点 D 作 $DE \perp DC$ 交边 BC 于点 E ，如果 $\angle ABC = 30^\circ$ ， $AC = 3$ ，那么 $DE =$ _____.



15. 在矩形 $ABCD$ 中， $AB = 6$ ， $BC = 10$ ， E 、 F 分别是边 AB 、 DC 的中点，点 G 、 H 在对角线 AC 上（如图）。如果四边形 $EGFH$ 是矩形，那么 AG 的长等于_____.

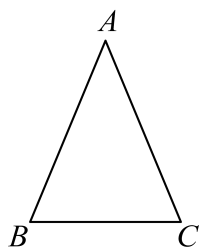


16. 常见的运动健身方式有三种：有氧运动、力量训练和拉伸运动. 某社区为了解本社区居民的健身情况，对居民进行了随机抽样调查，得到了一个样本，制成了样本统计图：图 4-1 是三种运动健身方式占比的扇形图（每人只能选一种健身方式）；图 4-2 是选择有氧运动的居民，对有氧运动有关项目选择的条形图（每人只能选一种项目）. 如果该社区居民约有 8000 人，那么根据抽样调查结果，估计该社区最喜欢快走的居民大约有_____人.



17. 已知抛物线 $y = -(x+m)^2 + k$ 的顶点为 P ， A 、 B 、 C 、 D 是抛物线上的四点，且线段 AB 、 CD 都垂直于抛物线的对称轴. 如果 $AB=2$ ， $CD=3$ ，那么 $S_{\triangle PAB} : S_{\triangle PCD}$ 的值等于_____.

18. 在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC=8$ ， $BC=6$ （如图）. 点 D 在边 BC 上， $DE \perp AB$ ， E 为垂足，将 $\triangle BDE$ 绕点 D 按顺时针方向旋转后得到 $\triangle B'DE'$ ，点 B 、 E 分别与点 B' 、 E' 对应， $\angle B'DB = \angle B$ ，射线 $B'E'$ 与边 AC 交于点 P . 如果 $B'E' = 3PE'$ ，那么 BD 的长是_____.

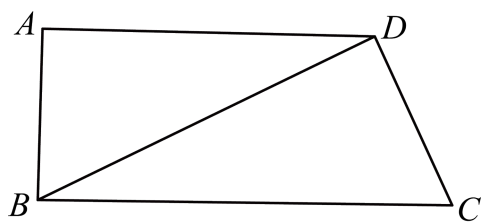


三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. 先化简，再求值： $\frac{4a}{a^2+a} - \frac{a-1}{a^2-1}$ ，其中 $a = \sqrt{3}$.

20. 解不等式组：
$$\begin{cases} 2+3(x-1) < 4x \\ \frac{2x-1}{2} + 1 > \frac{2x}{3} \end{cases}$$

21. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $BD \perp DC$, $AB=2$, $AD=4$, $DC=\sqrt{5}$, $\cot \angle CBD=2$.



(1) 求 $\tan \angle ADB$ 的值;

(2) 连接 AC 交 BD 于点 O , 求 BO 的长.

22. 【问题背景】

我们学过用尺规作图平分一条线段, 小普同学想借助所学过的函数知识平分线段.

在如图 1 中, 已知线段 MN , 为了平分线段 MN , 小普同学进行了如下的操作:

①在平面直角坐标系 xOy 中, 画出函数 $y = \frac{1}{2}x$ 的图像;

②在 x 轴的正半轴上截取 $OA = MN$, 过点 A 作 $AD \perp x$ 轴交函数 $y = \frac{1}{2}x$ 的图像于点 D ;

③以点 M 为圆心, AD 长为半径作弧, 交 MN 于点 P .

所以点 P 平分线段 MN .

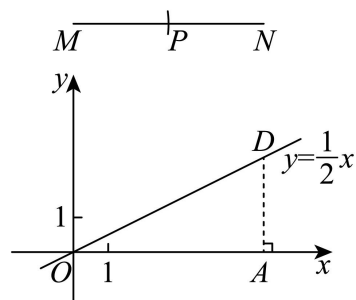


图1

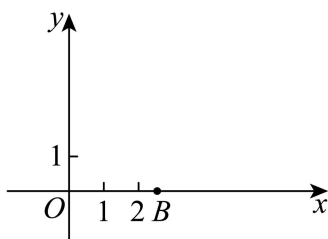


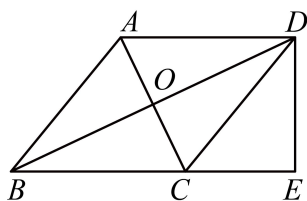
图1

【解决问题】

(1) 根据小普同学的做法, 如果要将线段 MN 三等分, 那么可以借助函数_____的图像在图 7-1 中的线段 AD 上, 找到点 C , 使 $AC = \frac{1}{3}MN$, 于是可作出线段 MN 上的一个三等分点. (填函数解析式)

(2) 平面内的点可以用有序实数对来表示. 在图 2 中, 点 B 在 x 轴的正半轴上, $OB = b$. 运用我们学过的函数知识, 在图 7-2 中作出坐标为 $\left(\frac{4}{b}, \frac{2}{b}\right)$ 的点 Q , 写出画图步骤. (保留作图痕迹)

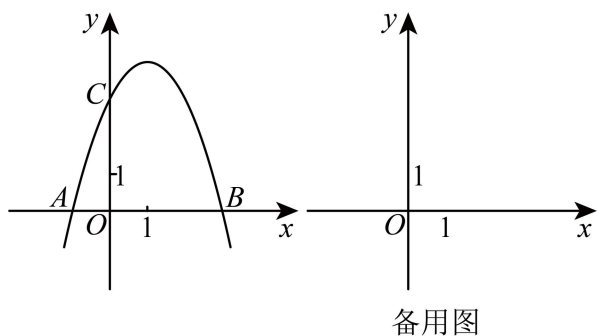
23. 已知: 如图, 平行四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 和 BD 相交于点 O , $DE \perp BC$ 交 BC 的延长线于点 E , $BO \cdot BD = BC \cdot BE$.



(1) 求证：四边形 $ABCD$ 为菱形；

(2) 连结 AE 交 DC 于点 F ，如果 $AE \perp CD$ ，求证： $\frac{CF}{DE} = \frac{OC}{BO}$ 。

24. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知抛物线 $y = ax^2 + bx + 3$ ($a \neq 0$) 的开口向下，与 x 轴交于点 A 和 $B(3, 0)$ ，与 y 轴交于点 C 。直线 $x = m$ ($0 < m < 3$) 交抛物线于点 P 。



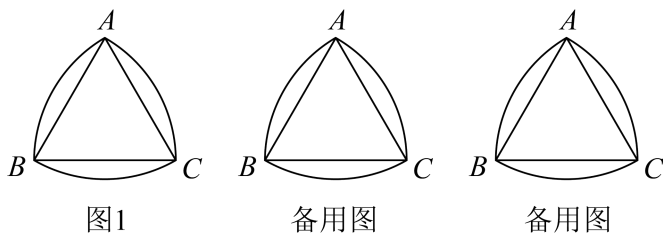
(1) 如图，抛物线 $y = ax^2 + bx + 3$ ($a \neq 0$) 的对称轴是直线 $x = 1$ 。

①求此时抛物线的表达式；

②如果 $\angle CPB = 90^\circ$ ，求点 P 的横坐标；

(2) 如果点 P 关于直线 BC 的对称点恰好是 $\triangle AOC$ 的重心 G ，求 a 的值。

25. 如图，分别以等边三角形 ABC 的每个顶点为圆心，以等边三角形的边长 a 为半径，以另两个顶点为端点画圆弧，由首尾相连的三段圆弧可组成一个曲线图形，这个曲线图形叫做莱洛三角形 ABC 。



(1) 下面结论中，正确的是_____。(写出所有正确结论的序号)

① 莱洛三角形 ABC 是轴对称图形；

② 莱洛三角形 ABC 上的任意一点到等边三角形 ABC 的中心的距离相等；

③ 莱洛三角形 ABC 的每段圆弧所对的圆心角都为 60° ；

④ 莱洛三角形 ABC 的面积等于 $\frac{1}{2}\pi a^2$.

(2) 如果 D 、 E 是莱洛三角形 ABC 上的两点, 连接 AD 、 DE , 满足 $DE \parallel BC$ 且 $DE = \frac{1}{2}BC$, 求此时 $\angle ADE$ 的正切值;

(3) 已知 M 、 N 分别是 $\widehat{AB}$ 、 $\widehat{AC}$ 上的两个动点: 点 M 沿 $\widehat{AB}$ 从点 A 运动到点 B , 点 N 沿 $\widehat{CA}$ 从点 C 运动到点 A , 它们同时出发且速度相同, 连接 MN . 试表述线段 MN 的中点 F 的轨迹.