

2025 年上海市徐汇区中考二模数学试卷

(时间 100 分钟 满分 150 分)

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题; 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效;

2. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分) 【下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的】

1. 下列运算中, 计算正确的是 ()

A. $a^2 + a^3 = a^5$ B. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ C. $(a^2)^3 = a^5$ D. $(ab)^2 = a^2b^2$

2. 将抛物线 $y = 2x^2 - 1$ 向左平移 2 个单位, 再向上平移 2 个单位后所得抛物线的表达式是 ()

A. $y = 2(x - 2)^2 + 1$ B. $y = 2(x - 2)^2 - 3$

C. $y = 2(x + 2)^2 + 1$ D. $y = 2(x + 2)^2 - 3$

3. 已知正比例函数 $y = kx (k \neq 0)$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图象交于 A, B 两点, 如果点 A 的坐标是 $(1, 1)$, 那么点 B 的坐标是 ()

A. $(-1, -1)$ B. $(-1, 1)$ C. $(1, -1)$ D. $(1, 1)$

4. 下列调查中, 最适宜采用普查方式的是 ()

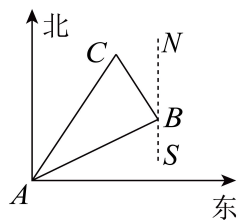
A. 对我国初中学生视力状况的调查

B. 对量子科学通信卫星上某种零部件的调查

C. 对一批节能灯管使用寿命的调查

D. 对“最强大脑”节目收视率的调查

5. 一次游学活动中, 小杰从营地 A 出发, 沿北偏东 60° 方向走了 $500\sqrt{3}$ 米到达 B 处, 然后再沿北偏西 30° 方向走了 500 米到达目的地 C 处 (如图所示), 那么 A, C 两地的距离是 ()

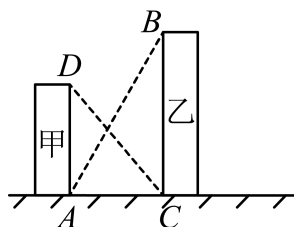


A. $1000\sqrt{3}$ 米 B. 1500 米 C. $500\sqrt{6}$ 米 D. 1000 米

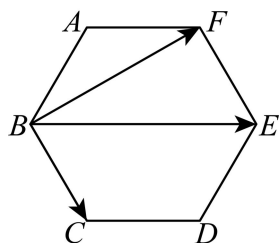
6. 某校组织学生步行到科技展览馆参观, 学校与展览馆相距 6 千米, 返回时由于步行速度比去时每小时少 1 千米, 结果时间比去时多用了半小时, 那么学生返回时步行速度是 ()
- A. 2 千米 / 小时 B. 3 千米 / 小时 C. 4 千米 / 小时 D. 5 千米 / 小时

二、填空题(本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

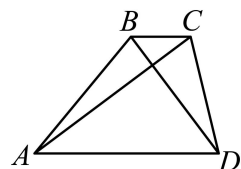
7. 方程 $\sqrt{x+1} = 3$ 的解的是 $x =$ _____.
8. 函数 $y = -\frac{2}{x+3}$ 的定义域是 _____.
9. 方程组 $\begin{cases} x^2 - y^2 = 0 \\ x - 2y = 6 \end{cases}$ 的解是 _____.
10. 如果关于 x 的方程 $x^2 - x - m = 0$ 有两个实数根, 那么 m 的取值范围是 _____.
11. 若抛物线 $y = mx^2 - 4mx + 1$ 在直线 $x = 2$ 右侧部分是下降的, 则 m 的取值范围是 _____.
12. 如果抛物线 $y = x^2 - 3x + 2$ 上的点 $A(-1, 6)$ 和 B 关于它的对称轴对称, 那么点 B 的坐标是 _____.
13. 三张外观相同的卡片分别标有数字 1, 2, 3, 从中随机一次抽出两张, 这两张卡片上的数字恰好都小于 3 的概率是 _____.
14. 如图, 甲、乙两楼的楼间距 AC 为 10 米, 小杰在甲楼楼底 A 处测得乙楼楼顶 B 的仰角为 60° , 在乙楼楼底 C 处测得甲楼楼顶 D 的仰角为 45° , 那么乙楼比甲楼高 _____ 米 (结果保留根号).



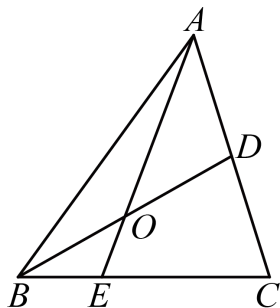
15. 如图, 正六边形 $ABCDEF$ 中, $\overrightarrow{BC} = \vec{a}$, $BE = b$, 那么 $\overrightarrow{BF} =$ _____ (用含 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 的式子表示).



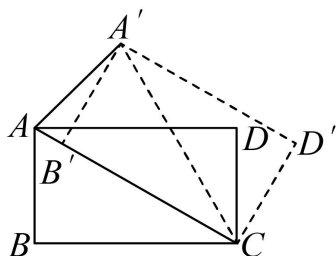
16. 如图, 梯形 $ABCD$ 中, $BC \parallel AD$, $AC \perp BD$, $AC = 4$, $BD = 3$, 那么 $\sin \angle BDA$ 的值是 _____.



17. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 是边 AC 的中点, 点 E 在边 BC 上, $CE = 2BE$, AE 和 BD 交于点 O , 那么 $\triangle BOE$ 和四边形 $OECD$ 的面积比是_____.



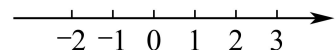
18. 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $BC = 2$, 将矩形 $ABCD$ 绕着点 C 顺时针旋转得矩形 $A'B'CD'$, $B'C$ 恰好落在对角线 AC 上, 连接 $A'A$, 如果 $A'C$ 与边 AD 相交, 且 $\angle A'CB = \angle A'AC$, 那么 AC 的长是_____.



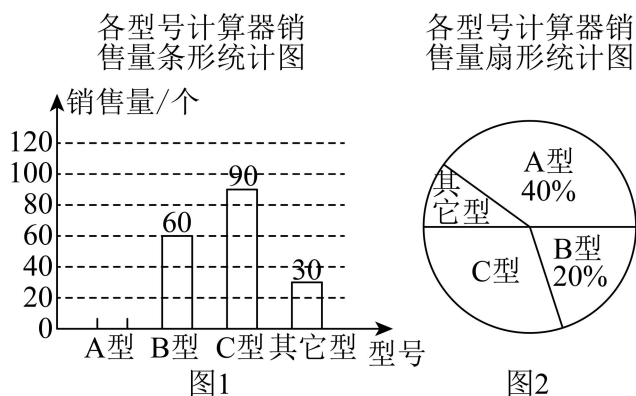
三、(本大题共 7 题, 第 19-22 题每题 10 分;第 23、24 题每题 12 分;第 25 题 14 分;满分 78 分)

19. 先化简, 再求值: $\left(1 + \frac{2}{x-1}\right) \div \frac{x+1}{x^2-2x+1}$, 其中 $x = \frac{1}{\sqrt{2}-1}$.

20. 解不等式组:
$$\begin{cases} 2(x-3) + x \leq 3, \\ \frac{x+5}{3} < \frac{x}{2} + 2, \end{cases}$$
 并在数轴上把解集表示出来.



21. 某文具商店为了了解 3 月份计算器的销售情况, 对 3 月份各种型号计算器的销售情况进行调查, 并将调查的结果绘制成如图 1、图 2 所示的两幅不完整的统计图.



- (1) 根据图中提供的信息，求 3 月份各种型号计算器的销售总量；
- (2) 求 3 月份 A 型计算器的销售量，并将条形统计图补充完整；
- (3) 该店 4 月份准备只购进 A、B、C 三种型号的计算器，总数量和 3 月份各型号计算器销售的总量相同，结果恰好用完进货款 8200 元，设购进 A 型计算器 x 个、B 型计算器 y 个，求 y 关于 x 的函数关系式。其中，三种型号的计算器的进价如下表：

	A 型	B 型	C 型
进价 (单位: 元 / 个)	50	30	20

22. “数学探究小组”研究如下问题：如图 1，点 M 是矩形 $ABCD$ 内一点，求作一个四边形，使得四边形的四边分别等于 AM 、 BM 、 CM 、 DM ，并且两条对角线互相垂直。

小组成员小杰提出了如下的作法：1. 过点 M 作 $MN \parallel AB$ 并截取 $MN = AB$ ；2. 分别连接 BN 、 CN 。那么四边形 $MBNC$ 就是所求作的四边形。

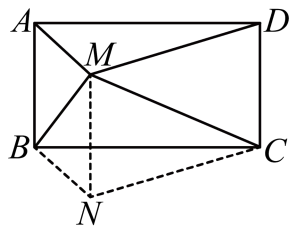


图1

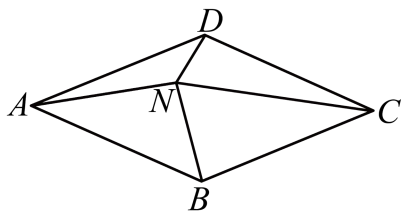
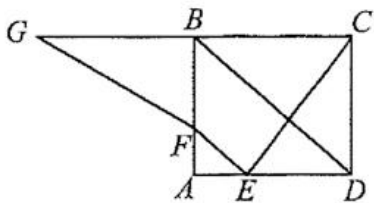


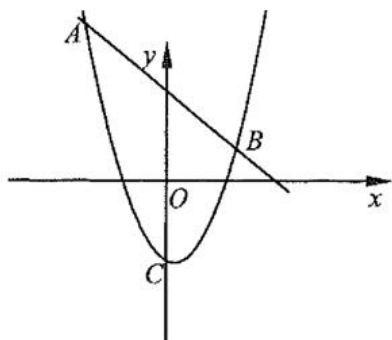
图2

- (1) 请判断小杰的作法是否正确，并说明理由；
- (2) 如图 2，点 N 是菱形 $ABCD$ 内一点，请根据上述信息提出一个类似问题，并予以解决（只需写出作法或画出图形、结论，不必说明理由）。
23. 如图， BD 是正方形 $ABCD$ 的对角线，点 E 、 F 分别在边 AD 、 AB 上， $EF \parallel BD$ ，延长 CB 到 G ，且 $BG = BC$ ，连接 GF 、 CE 。



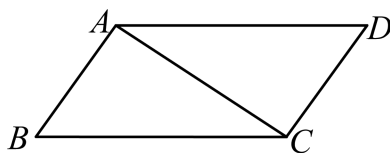
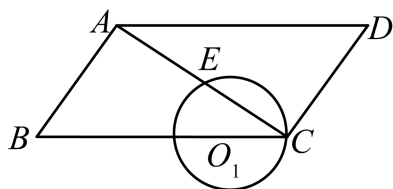
- (1) 求证： $GF = CE$ ；
- (2) 延长 GF 交 CE 于点 H ，连接 BH ，求证： $2BH^2 = GH \cdot GF$ 。

24. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 + bx - 2$ 与 y 轴交于点 C , 与直线 $y = -\frac{3}{4}x + \frac{5}{2}$ 交于点 $A(-2, n)$ 和 $B(m, 1)$.



- (1) 求抛物线的表达式;
- (2) 已知点 D 在 y 轴上, 当以点 A 、 B 、 O 、 D 为顶点的四边形是矩形时, 求点 D 到直线 AC 的距离;
- (3) 设直线 $y = -\frac{3}{4}x + \frac{5}{2}$ 与 x 轴交于点 E , 已知点 P 、 Q 在直线 CE 上且在直线 AB 的下方 (点 P 在点 Q 的右侧), 如果 $PQ = \sqrt{34}$, $BQ = AP$, 求点 P 、 Q 的坐标.

25. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $AC \perp AB$, $AB = 6$, $BC = 10$, 点 O_1 是边 BC 上的动点, 以点 O_1 为圆心, O_1C 为半径的圆交边 AC 于点 E . 设 $O_1C = r$.



(备用图)

- (1) 当点 E 是边 AC 的中点时, 求 r 的值;
- (2) 已知点 O_2 是线段 AE 的中点 (规定: 当点 E 与点 A 重合时, 点 O_2 也与点 A 重合), 以点 O_2 为圆心、 O_1O_2 为半径作 $\odot O_2$
 - ① 当 $\odot O_2$ 与边 AD 有公共点时, 求 r 的取值范围;
 - ② 如果 $\odot O_2$ 经过边 AD 的中点, 求此时 $\odot O_2$ 与 $\odot O_1$ 的公共弦长.