

2024 学年第二学期期中考试九年级数学试卷

考生注意：

1. 本试卷共 25 题.
2. 试卷满分 150 分. 考试时间 100 分钟.
3. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效.
4. 除第一、二大题外, 其余各题如无特殊说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分) 【下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. 下列实数中, 无理数是 ()

- A. π B. $\frac{1}{7}$ C. $\sqrt{16}$ D. 0.1

2. 下列运算正确的是 ()

- A. $3a^2 - 2a^2 = 1$ B. $(a+1)^2 = a^2 + 1$ C. $(2a)^3 = 6a^3$ D. $(a^3)^2 = a^6$

3. “任意画一个三角形, 它的内角和为 360° ” 属于 ()

- A. 必然事件; B. 随机事件 C. 不可能事件 D. 以上都不是

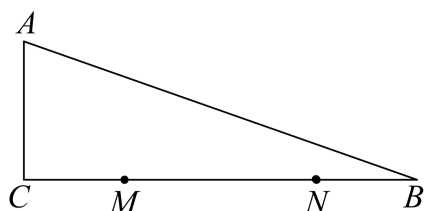
4. 如果一个正多边形的内角和为 1800° , 那么这个正多边形的中心角度数是 ()

- A. 10 B. 12 C. 18 D. 30

5. 《孙子算经》中有一道题, 原文是: “今有木, 不知长短, 引绳度之, 余绳四尺五寸; 屈绳量之, 不足一尺, 木长几何?” 意思是: 用一根绳子去量一根木头的长, 绳子还剩余 4.5 尺; 将绳子对折再量木头, 则木头还剩余 1 尺, 问木头长多少尺? 如果设木头长为 x 尺, 那么下列方程正确的是 ()

- A. $0.5(x-4.5) = x+1$ B. $0.5(x+4.5) = x-1$ C. $x+4.5 = 2x-1$ D. $x-4.5 = 2x+1$

6. 如图, 已知 $\triangle ABC$, $\angle C = 90^\circ$, $\sin B = \frac{1}{3}$, $BC = 12$, M 、 N 是 BC 边上的点, $CM = BN$, 如果以 MN 为直径的圆与以 AC 为直径的圆相离, 且以 MN 为直径的圆与边 AB 有公共点, 那么 CM 的值可以是 ()



A. 1

B. $\sqrt{2}$

C. $2\sqrt{2}$

D. $3\sqrt{2}$

二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）【请将结果直接填入答题纸的相应位置上】

7. -2 的相反数是_____.

8. 计算: $\sqrt{2} \times \sqrt{6} =$ _____.

9. 因式分解: $y^3 - 16y =$ _____.

10. 分式方程 $\frac{3}{x-2} = 1$ 的解是 $x =$ _____.

11. 如果 $x = 1$ 是一元二次方程 $x^2 + x + a = 0$ 的解, 那么 $a =$ _____.

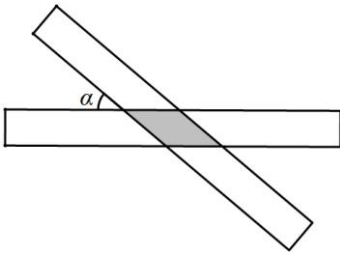
12. 从 2, 3, 5 三个数中, 随机选取两个不同的数, 其积是偶数的概率是_____.

13. 已知正比例函数 $y = \left(1 - \frac{k}{2}\right)x$, y 的值随 x 的值增大而减小, 那么 k 的值可以是_____. (写出一个符合题意的 k 的值即可)

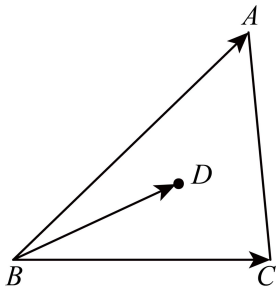
14. 为了解学生的消防安全意识, 学校随机抽取了 22 名学生进行相关知识测试, 测试成绩如表所示. 已知全校共有 900 名学生, 如果成绩不低于 95 分为“优秀”, 请估计该校学生中消防安全意识水平为“优秀”的人数是_____.

成绩 (单位: 分)	75	80	85	90	95	100
人数	1	1	4	5	6	5

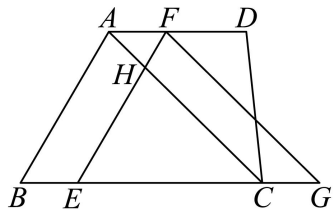
15. 如图, 将宽均为 1 的两张矩形纸片, 交叉放置, 形成的锐角为 α ($0 < \alpha < 90^\circ$), 那么重叠部分 (阴影部分) 的周长是_____. (结果用含 α 的三角比的代数式表示)



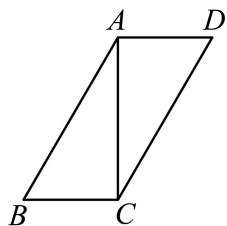
16. 如图，点 D 是 $\triangle ABC$ 的重心，连接 BD ，如果 $\overrightarrow{BA} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$ ，那么 $\overrightarrow{BD} =$ _____.



17. 如图，梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， E 、 F 分别是边 BC 、 AD 上的点，且 $AF = BE = \frac{1}{4}BC$ ， $FG \parallel AC$ ，交 BC 的延长线于点 G ， EF 与 AC 交于点 H ，如果 $AC - AB = a$ ，那么四边形 $CGFH$ 与四边形 $ABEH$ 周长的差是 _____。（结果用含 a 的代数式表示）



18. 如图，平行四边形 $ABCD$ ， $AB = 2BC$ ，对角线 $AC \perp BC$ ，将 $\triangle ABC$ 绕点 B 旋转，使得点 A 落在直线 CD 上的点 A' 处，那么 $S_{\triangle A'BC} : S_{\triangle ABC}$ 的值是 _____.

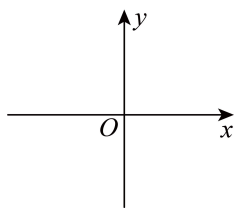


三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. 计算： $(-\sqrt{2})^2 + \left(-\frac{1}{3}\right)^{-1} + |1 - \sqrt{3}| - 2\sin 60^\circ$.

20. 解方程组：
$$\begin{cases} x - y = 2, \\ x^2 - 2xy - 3y^2 = 0. \end{cases}$$

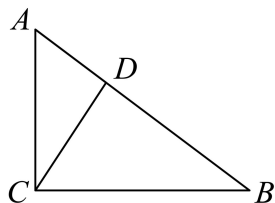
21. 在平面直角坐标系 xOy 中 (如图), 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 是常数, 且 $k \neq 0$) 的图像经过点 $A(k-4, 1-k)$.



(1) 求 k 的值;

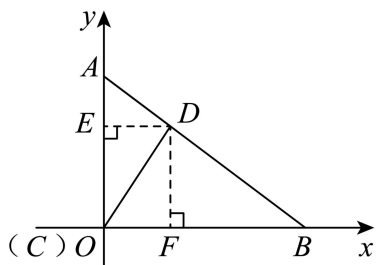
(2) 点 B 在该反比例函数图像上 (点 B 与点 A 在不同的象限内), 联结 AB , 与 x 轴交于点 P , 且 $BP = 3AP$, 求 $\angle BPO$ 的正切值.

22. 【问题】如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 3$, $BC = 4$, D 是边 AB 上的点, 连接 CD , $AD = \frac{1}{3}AB$, 求 CD 的长.



【发现】某数学兴趣小组在讨论解决上述问题的过程中, 运用了如下方法:

解: 如图, 以 C 为原点, CB 、 CA 所在的直线为 x 轴、 y 轴, 建立平面直角坐标系 xOy .



过点 D 分别作 x 轴、 y 轴的垂线, 垂足为点 E 、 F ,

由 DE 平行 x 轴, 可得 $\frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB}$,

由 $AD = \frac{1}{3}AB$, $BC = 4$, 可得 $DE = \frac{4}{3}$,

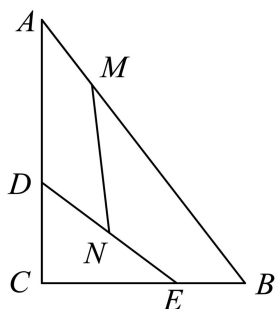
同理可得, $DF = 2$, 于是点 D 坐标是 $(\frac{4}{3}, 2)$,

$$\therefore CD = \sqrt{\left(\frac{4}{3} - 0\right)^2 + (2 - 0)^2} = \frac{2\sqrt{13}}{3}.$$

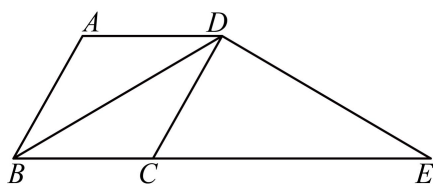
【运用】根据上述解答给你的启发, 解答下面的问题:

如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 8$, $BC = 6$, 点 D 、 E 分别在边 AC 、 BC 上, $CD = 3$, $CE = 4$,

连接 DE ，点 M 、 N 分别在线段 AB 、 DE 上， $AM = \frac{1}{4}AB$ ， $DN = \frac{1}{2}DE$ ，连接 MN ，求 MN 的长.



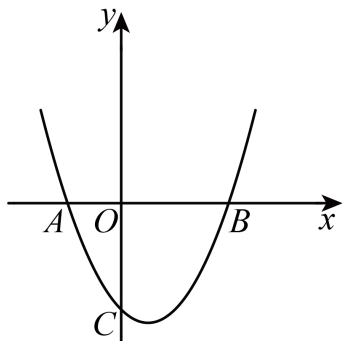
23. 如图，已知平行四边形 $ABCD$ ， E 是 BC 延长线上一点， $BD = DE$ ，且 $BD^2 = AD \cdot BE$.



(1) 求证：四边形 $ABCD$ 是菱形；

(2) 如果 $CE = 2BC$ ，求证： $CD \perp DE$.

24. 在平面直角坐标系 xOy 中 (如图)，已知抛物线 $y = ax^2 - 2ax - 4$ 与 x 轴交于 A 、 B 两点 (点 A 在点 B 的左侧)，与 y 轴交于点 C ，且 $OB = OC$.



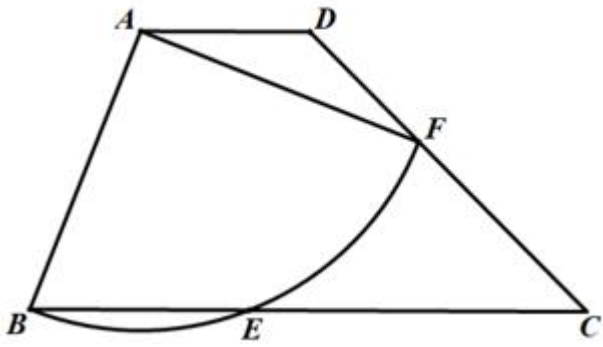
(1) 求抛物线的表达式；

(2) 将该抛物线沿射线 CB 方向平移，点 A 、 B 的对应点分别是点 A' 、 B' ，且 $\triangle A'BB'$ 的面积比 $\triangle ABC$ 的面积大 3.

① 求新抛物线的对称轴方程；

② P 是新抛物线上一点，如果 $\angle PB'B = \angle ACB$ ，求点 P 的坐标.

25. 如图，已知梯形 $ABCD$ ， $AD \parallel BC$ ， $\angle C = 45^\circ$ ，以点 A 为圆心、 AB 为半径画弧，与 BC 、 CD 分别交于点 E 、 F ，且 $\angle BAF = 90^\circ$.



- (1) 如果设 $CF = 4$, $DF = 2$, 求 AB 的长;
- (2) 求 $\frac{AD}{CE}$ 的值;
- (3) 如果 E 是弧 $\widehat{BF}$ 的中点, 求 $\frac{DF}{FC}$ 的值.