

2024 学年第二学期九年级质量调研

数学样卷

(时间 100 分钟, 满分 150 分)

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题;
2. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效;
3. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分) 【下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. 下列式子中, 属于最简二次根式的是 ().

- A. $\sqrt{\frac{1}{2}}$ B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{0.2}$ D. $\sqrt{12}$

2. 下列关于 x 的方程一定有实数解的是 ().

- A. $x^2 - x + 2 = 0$ B. $x^2 + 1 = 0$
C. $\frac{2}{x-2} = \frac{x}{x-2}$ D. $x^2 - mx - 1 = 0$ (m 为常数)

3. 已知正比例函数 $y = (a-2)x$ 的图像经过第一、三象限, 那么 a 的取值范围是 ().

- A. $a > 2$ B. $a < 2$ C. $a > -2$ D. $a < -2$

4. 下列数学符号中, 既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()

- A.  B.  C.  D. 

5. 某校在“阅读之星”的评选活动中, 5 位评委给小王同学的综合表现打分, 分别是: 9.2、9.3、8.8、9.3、9.1. 如果每位评委的打分都提高 0.1, 那么比较前后两组数据, 统计量一定不会发生改变的是 ().

- A. 中位数 B. 众数 C. 方差 D. 平均数

6. 如果 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 内含, 圆心距 $O_1O_2 = 3$, $\odot O_1$ 的半径长是 5, 那么 $\odot O_2$ 的半径长 r 的取值范围是 ().

- A. $0 < r < 2$ B. $2 < r < 8$ C. $0 < r < 2$ 或 $r > 8$ D. $r > 8$

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分) 【请将结果直接填入答题纸的相应位置】

7. $\frac{1}{4}$ 的倒数是_____.

8. 因式分解: $x^2 - 9 =$ _____.

9. 不等式组 $\begin{cases} x-3 > 5 \\ \frac{1}{3}x > 2 \end{cases}$ 的解集是_____.

10. 方程 $\sqrt{2x+3} = x$ 的解为_____.

11. 已知反比例函数 $y = \frac{k+1}{x}$, 其图象在所在的每一个象限内 y 都随 x 的增大而增大, 则 k 的取值范围是_____.

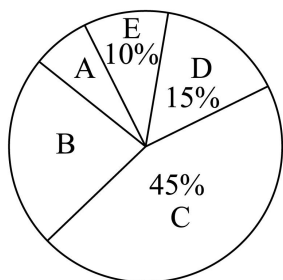
12. 如果一次函数的图像经过点 $(-1, 3)$, 且与直线 $y = 2x + 1$ 平行, 那么这个一次函数的解析式是_____.

13. 已知一个多边形的外角和与内角和的比为 1:2, 则这个多边形的边数为_____.

14. 十二生肖是悠久的中国民俗文化符号, 世界多国在春节期间发行生肖邮票, 以此来表达对中国新年的祝福. 甲同学购买了一套生肖邮票, 他把“虎”、“兔”、“龙”、“蛇” 4 张邮票背面朝上放在桌面上 (邮票背面完全相同), 让乙同学随机抽取 2 张, 那么乙同学随机抽到的 2 张邮票恰好是“虎”和“龙”的概率是_____.

15. 为了解学生的体育技能水平, 某校随机抽取了 200 名学生开展一分钟跳绳测试, 并将结果绘制成扇形统计图 (如图所示). 如果该校学生共有 800 人, 请估计全校一分钟跳绳次数不低于 180 个的学生有_____人.

类别	跳绳次数 x
A	$x \geq 200$
B	$180 \leq x < 200$
C	$160 \leq x < 180$
D	$140 \leq x < 160$
E	$x < 140$

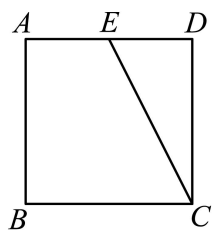


16. 某二次函数一部分自变量 x 和函数值 y 的对应情况如表所示. 如果将这个二次函数的图像向右平移 $m(m > 0)$ 个单位后, 图像经过原点, 那么 m 的值是_____.

x	...	0	1	2	3	...
y	...	3	4	3	0	...

17. 点 E 是 $\triangle ABC$ 的重心, $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{BE} =$ _____ (用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示).

18. 如图, 在正方形纸片 $ABCD$ 中, 点 E 是边 AD 的中点. 将该纸片的右下角向上翻折, 使点 C 与点 E 重合, 边 BC 翻折至 $B'E$ 的位置, $B'E$ 与 AB 交于点 P , 那么 $\frac{AP}{PB}$ 的值是_____.



三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. 计算: $(\sqrt{2} + 1)^{-1} + 4\cos 45^\circ + |\sqrt{3} - 2| - (3.14 - \pi)^0$.

20. 已知分式方程 $\frac{1}{x-2} - \frac{4}{x^2-4} = 1$. 甲同学的解答过程如下:

解: (第①步) 去分母, 得: $x + 2 - 4 = 1$,

(第②步) 解这个整式方程, 得: $x = 3$,

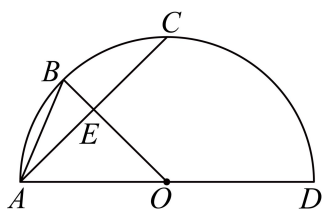
(第③步) 检验: 当 $x = 3$ 时, $x^2 - 4 \neq 0$,

(第④步) 所以, 原方程的根是 $x = 3$.

(1) 甲同学的解答过程是从第_____步开始出现错误的, 请简要说明错误的原因: _____

(2) 请写出正确且完整的解答过程.

21. 如图，已知 AD 是半圆 O 的直径，半径 OB 垂直于弦 AC ，垂足为点 E ，联结 AB ， $CD = 2AB$ 。



(1) 求 $\angle AOB$ 的度数；

(2) 求 $\tan \angle BAC$ 的值。

22. 已知正五边形 $ABCDE$ ，请仅用无刻度的直尺作图，并完成相应的任务（保留作图痕迹，不写作法）。

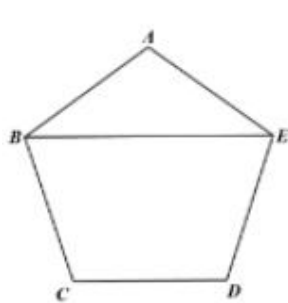


图1

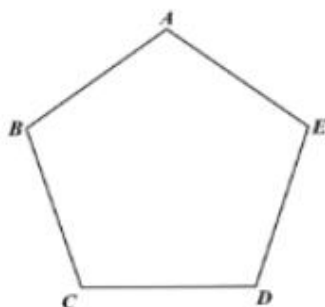


图2

【初步感知】

(1) 如图 1，请直接写出 $\angle ABE$ 的度数；

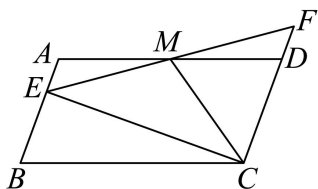
【实践探究】

(2) 请在图 2 中作出以 BE 为对角线的菱形 $ABME$ ，并证明你的结论；

【拓展延伸】

(3) 请在图 2 正五边形 $ABCDE$ 的基础上再设计一个新的正五边形 $A_1B_1C_1D_1E_1$ 。（不需要证明）

23. 如图，平行四边形 $ABCD$ 中，已知 $AD = 2AB$ ， M 是边 AD 的中点，联结 MC 。 $CE \perp AB$ ，垂足 E 在边 AB 上，联结 EM 并延长，交 CD 延长线于点 F 。

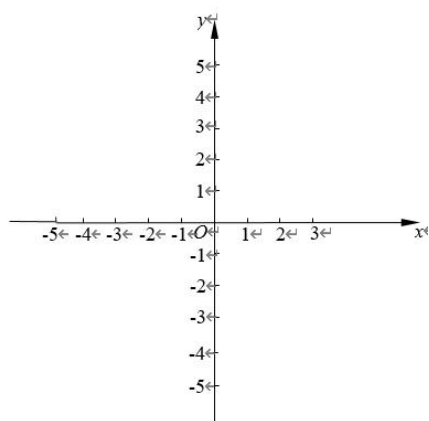


(1) 求证： $\angle EMC = 2\angle DMC$ ；

(2) 求证： $CM^2 = AB \cdot CF$ 。

24. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $C_1: y = ax^2 + 2ax - 3a$ ($a < 0$) 与 x 轴相交于 A 、 B 两点，且点 A

在点 B 左侧，与 y 轴交于点 C ，顶点为点 D 。



- (1) 求线段 AB 的长；
- (2) 把抛物线 C_1 向右平移 3 个单位，再向上平移 4 个单位，平移后得到抛物线 C_2 ，抛物线 C_2 的顶点为点 E 。如果点 A 、 D 、 E 在同一直线上，求抛物线 C_1 的表达式；
- (3) 当四边形 $ABCD$ 的面积为 9 时，若点 P 是 x 轴上一点（点 P 不与点 B 重合），且 $\triangle ACP$ 与 $\triangle ABC$ 相似，求点 P 的坐标。

25. ABC 为 $\odot O$ 的内接等腰三角形， $AB = AC$ 。连接 BO 并延长，交 AC 于点 D ，交 $\odot O$ 于点 E ，过点 B 作 $BF \perp AC$ ，垂足为点 F （点 F 不与点 A 重合）。

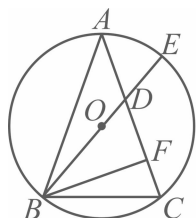


图1

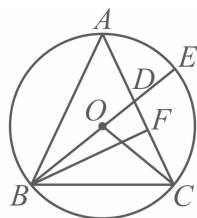
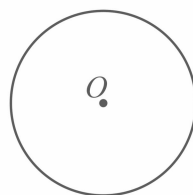


图2



备用图

- (1) 如图 1，如果 $\angle CBF = 20^\circ$ ，求 $\angle DBF$ 的大小；
- (2) 如图 2，连接 OC ，如果 $\sin \angle ACB = x$ ， $\frac{S_{\triangle ABF}}{S_{\triangle OBC}} = y$ ，求 y 关于 x 的函数解析式（不用写自变量的取值范围）；
- (3) 如果点 D 是线段 OE 的黄金分割点，求 $\cos \angle BAC$ 的值。