

九年级期终考试数学试卷

(满分：150 分，考试时间：100 分钟)

考生注意：

1. 本试卷含三个大题，共 25 题.
2. 答题时，考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答，在草稿纸、本试卷上答题一律无效.
3. 除第一、二大题外，其余各题如无特别说明，都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分) 下列各题的四个选项中，有且只有一个是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.

1. 已知线段 $a = 2\text{cm}$ ， $b = 3\text{cm}$ ，如果线段 c 是线段 a 和 b 的比例中项，那么线段 c 的长为 ()

- A. 6cm B. $\sqrt{6}\text{cm}$ C. $-\sqrt{6}\text{cm}$ D. $\pm\sqrt{6}\text{cm}$

2. 已知 $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$ ，那么下列等式中成立的是 ()

- A. $2a = 3b$ B. $\frac{a+1}{b+1} = \frac{3}{4}$ C. $\frac{a+b}{b} = \frac{5}{3}$ D. $\frac{a-b}{b} = \frac{1}{3}$

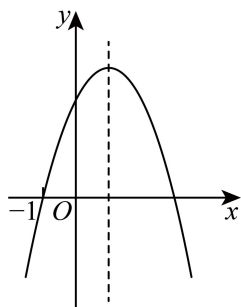
3. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，已知 $\angle C = 90^\circ$ ， $\cos A = \frac{3}{4}$ ，那么 $\sin B$ 的值为 ()

- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

4. 在 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上，如果 $AD = 1$ ， $BD = 3$ ，那么下列条件中能够推得 $DE \parallel BC$ 的是 ()

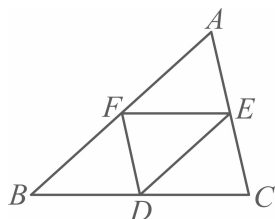
- A. $\frac{DE}{BC} = \frac{1}{3}$ B. $\frac{DE}{BC} = \frac{1}{4}$ C. $\frac{EC}{AC} = \frac{2}{3}$ D. $\frac{AE}{AC} = \frac{1}{4}$

5. 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图像如图所示，那么下列各式中，不成立的是 ()



- A. $a < 0$ B. $b < 0$ C. $c > 0$ D. $a - b + c = 0$

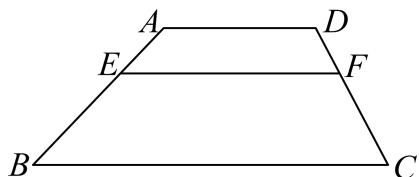
6. 某学习小组研究问题“如图，已知 D 、 E 、 F 分别是 $\triangle ABC$ 的边 BC 、 CA 、 AB 的中点，求证： $\triangle DEF \sim \triangle ABC$ 。”经过小组讨论得到以下方法，其中存在错误的是（ ）



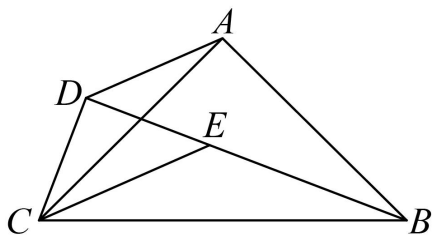
- A. 可证 $\frac{DE}{AB} = \frac{EF}{BC} = \frac{FD}{AC}$ ，进而证得 $\triangle DEF \sim \triangle ABC$
 B. 可证 $\angle B = \angle FED$ ， $\angle C = \angle EFD$ ，进而证得 $\triangle DEF \sim \triangle ABC$
 C. 可证 $\angle B = \angle FED$ ， $\frac{AB}{EF} = \frac{BC}{ED}$ ，进而证得 $\triangle DEF \sim \triangle ABC$
 D. 可证 $FBD \sim DEF$ ， $\triangle FBD \sim \triangle ABC$ ，进而证得 $\triangle DEF \sim \triangle ABC$

二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

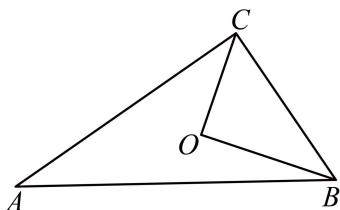
7. $(\vec{a} + \vec{b}) + 3\left(\frac{1}{3}\vec{a} - 2\vec{b}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$.
8. 如果两个三角形是相似三角形，其中一个三角形的两个内角分别为 65° 和 80° ，那么另一个三角形中最小内角的度数为 $\underline{\hspace{2cm}}$ °.
9. 如果一个等腰三角形的三边长均扩大为原来的 10 倍，那么这个等腰三角形底边上的高扩大为原来的 $\underline{\hspace{2cm}}$ 倍.
10. 在直角坐标平面内有一点 $P(3,1)$ ，那么 OP 与 x 轴正半轴夹角的余弦值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
11. 已知传送带与水平面所成斜坡的坡度 $i=1:2.4$ ，如果它把物体送到离地面 10 米高的地方，那么物体所经过的路程为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 米.
12. 某抛物线的最高点在 y 轴上，且与 x 轴有两个交点，这个抛物线的表达式可以是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
13. 如图，已知梯形 $ABCD$ 中， E 、 F 分别是腰 AB 、 CD 上的点， $AD \parallel EF$ ，如果 $AD:EF:BC = 2:3:5$ ，那么 $AE:AB = \underline{\hspace{2cm}}$.



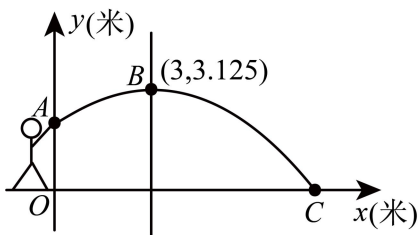
14. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， E 是 BD 上的点， $\angle CDE = \angle CAB = 90^\circ$ ， $DC = DE$ ， $AB = AC$ ，那么 $AD:BE = \underline{\hspace{2cm}}$.



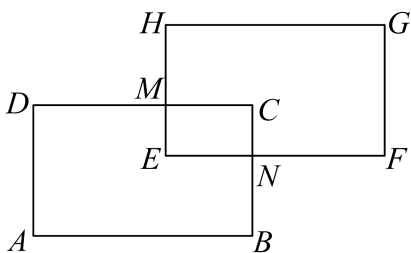
15. 如图, 已知点 O 是 $\triangle ABC$ 的重心, $BO \perp CO$, $\tan \angle CBO = \frac{3}{4}$, 如果 $BO = 8$, 那么点 A 、 O 的距离为 _____.



16. 体育课上投掷实心球活动, 如图, 小明某次投掷实心球, 实心球出手后的运动过程中距离地面的高度 y (米) 关于水平距离 x (米) 的函数解析式为 $y = -\frac{1}{8}x^2 + bx + c$, 当实心球运动到点 B 时达到最高点, 那么实心球的落地点 C 与出手点 A 的水平距离 OC 为 _____ 米.

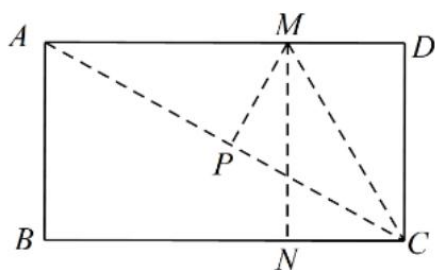


17. 如图, 将矩形 $ABCD$ 平移到矩形 $EFGH$ 的位置 (点 A 对应点 E , 点 B 对应点 F , 点 C 对应点 G), 边 EH 与 CD 交于点 M , 边 EF 与 BC 交于点 N , 其中 $DM:MC = 3:2$, $BN:CN = 3:2$, 如果 M 、 N 两点的距离为 a , 那么 A 、 E 两点的距离为 _____ (用含 a 的代数式表示)



18. 将一张矩形纸片进行如图所示的操作: ①沿对角线 AC 折叠, 得到折痕 AC ; ②折叠纸片使边 CD 落在折痕 AC 上, 点 D 落在点 P 处, 得到折痕 CM ; ③过点 M 折叠纸片, 使点 D 、 C 分别落在边 AD 、 BC 上, 展开得到折痕 MN . 如果矩形 $MDCN$ 是一个黄金矩形, 其中 $\frac{MD}{CD} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$, 那么这张矩形纸片的两

条邻边 $AB:BC = \underline{\hspace{2cm}}$.



三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

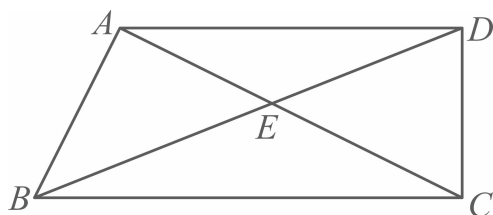
19. 计算: $\sin^2 45^\circ - \frac{\cot 60^\circ}{2 \cos 30^\circ + \tan 60^\circ} + \sin 30^\circ$.

20. 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 经过点 $A(-1, 6)$ 、 $B(1, -2)$ 、 $C(0, 1)$.

(1) 求该抛物线的表达式及其对称轴 l ;

(2) 如果点 A 与点 D 关于对称轴 l 对称, 联结 AB 、 BD , 求 $\triangle ABD$ 的面积.

21. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AD = 4$, $BC = 5$, 对角线 AC 、 BD 交于点 E .



(1) 设 $\overrightarrow{BC} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BD} = \vec{b}$, 试用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的线性组合表示向量 $\overrightarrow{AE}$.

(2) 已知 $AD \perp CD$, $\tan \angle DAC = \frac{1}{2}$, 求 $\sin \angle ABC$ 的值.

22. 某校初三学生开展主题为“测量校园内树木高度的方案设计”的数学综合与实践活动.

甲、乙、丙三位同学制作出一个简易测高仪. 取两根小木条钉在一起, 使它们互相垂直, 其中木条 AB 长 40cm, 木条 CD 长 60cm, DB 长 20cm (接头处忽略不计). 为了便于校正竖直位置, 在点 B 处悬挂一个铅垂, 如图 1 所示, 这样就制作出一个简易测高仪.

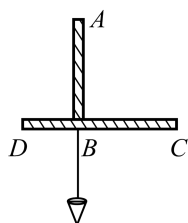


图1



图2

任务: 测量校园内某棵大树 MN 的高度 (树顶端 M 与树根部 N 的距离).

工具: 简易测高仪、卷尺 (如图 2 所示).

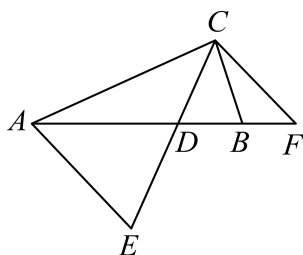
要求: 测量得到的长度用字母 a , b , $c \dots$ 表示.

第一次实践			
实践操作	甲手持测高仪， C 端朝上 D 端朝下，从测高仪的点 A 经过点 C 望向树顶端 M ，调整人到树的距离，使得点 M 恰好与点 C 、 A 在一条直线上，然后标记铅垂线的下端刚好接触地面的点 E 的位置，如图 3 所示.		
示意图 3		获取数据	乙负责测量, 得到点 B 到地面的垂直距离 $BE = a\text{cm}$, 还需要测量得到的相关数据有: ____.
		解决问题	利用得到的数据表示树 MN 的高度: $MN = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}.$

反思：这种方法需要能够一直走到大树的底下，有时因为有障碍物，无法走到大树底下. 于是三位同学讨论如果不走到大树底下也可以测量出大树的高度，经过讨论得到第二种测量方案，具体如下：

第二次实践			
实践操作	甲重复第一次实践操作，然后将测高仪的 D 端朝上 C 端朝下，从测高仪的点 A 经过点 D 望向树顶端 M ，向后走调整人到树的距离，使得点 M 恰好与点 D 、 A 在一条直线上，然后标记铅垂线的下端刚好接触地面的点 F 的位置. 丙提醒甲注意：两次测量时点 B 到地面的垂直距离保持不变；点 E 、 F 和树根部 N 三点要保持在同一直线上，如图 4 所示.		
示意图 4		获取数据	点 B 到地面的垂直距离 $BE = a\text{cm}$ ，乙还需要测量得到的相关数据有: ____.
		解决问题	利用得到的数据表示树 MN 的高度. (写出求解过程)

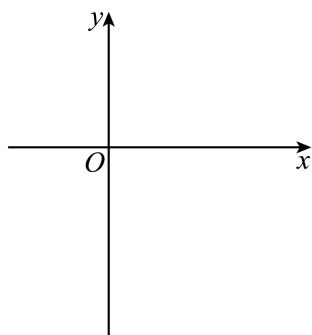
23. 已知在 ABC 中， CD 平分 $\angle ACB$ ， E 是 CD 延长线上一点， $AE = AD$ ， F 是 AB 延长线上的点，连接 CF .



(1) 证明: $\triangle CEA \sim \triangle CDB$;

(2) 如果 $CF \parallel AE$, 求证: $\frac{BD}{AD} = \frac{BF}{CF}$.

24. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知抛物线 $y = -x^2 + 4x + c$ ($c < 0$) 与 x 轴交于 A 、 B 两点 (点 A 在点 B 的右侧), 与 y 轴交于点 C , 顶点为 P , 直线 PC 与 x 轴交于点 D .



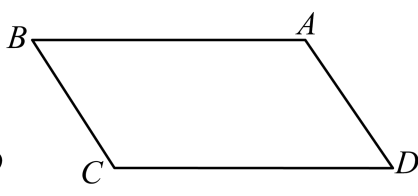
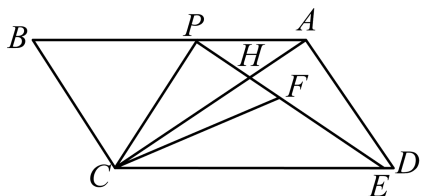
(1) 用含 c 的代数式表示点 P 及点 D 的坐标;

(2) 将该抛物线进行上下、左右两次平移, 所得的新抛物线的顶点 P' 落在线段 PC 的延长线上, 新抛物线与 y 轴交于点 E , 且 $P'E \perp PP'$.

①求该抛物线两次平移的方向和距离;

②点 A 在新抛物线上的对应点 A' , 如果 DA' 被 y 轴平分, 求原抛物线的表达式.

25. 已知平行四边形 $ABCD$ 中, $AB = 9$, $BC = 5$, $\sin B = \frac{4}{5}$, P 是边 AB 上一动点, 过点 P 作 $PE \perp PC$, 交射线 CD 于点 E , 交 AC 于点 H , F 是 PE 上的点, $\frac{FP}{PC} = \frac{2}{3}$, 连接 CF .



备用图

(1) 求证: $\angle BAC = \angle PCF$;

(2) 当 $\triangle APC \sim \triangle EFC$ 时, 求线段 BP 的长;

(3) 当 $\frac{S_{\triangle HFC}}{S_{\triangle PHC}} = \frac{1}{3}$ 时, 求 $\frac{AH}{AC}$ 的值.