

# 静安区 2024 学年度第一学期期末教学质量调研

## 九年级数学试卷

(满分 150 分, 用卷时间 100 分钟)

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题;
2. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效;
3. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

【下列各题的四个选项中, 有且只有一个是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.】

1. 下列代数式中, 不是单项式的是 ( )

- A.  $3mn$                       B.  $\frac{1}{2\pi}$                       C. 0                      D.  $\frac{a+b}{2}$

2. 下列各组数中, 不相等的一组是 ( )

- A.  $(-2)^3$  和  $-2^3$                       B.  $(-2)^2$  和  $-2^2$   
C.  $|-2|^3$  和  $2^3$                       D. 2 和  $-\sqrt[3]{-2^3}$

3. 泰勒斯是古希腊时期的思想家、科学家、哲学家, 他曾通过测量同一时刻标杆的影长, 标杆的高度, 金字塔的影长, 推算出金字塔的高度, 这种测量原理, 就是我们所学的 ( )

- A. 图形的相似                      B. 图形的平移  
C. 图形的旋转                      D. 图形的翻折

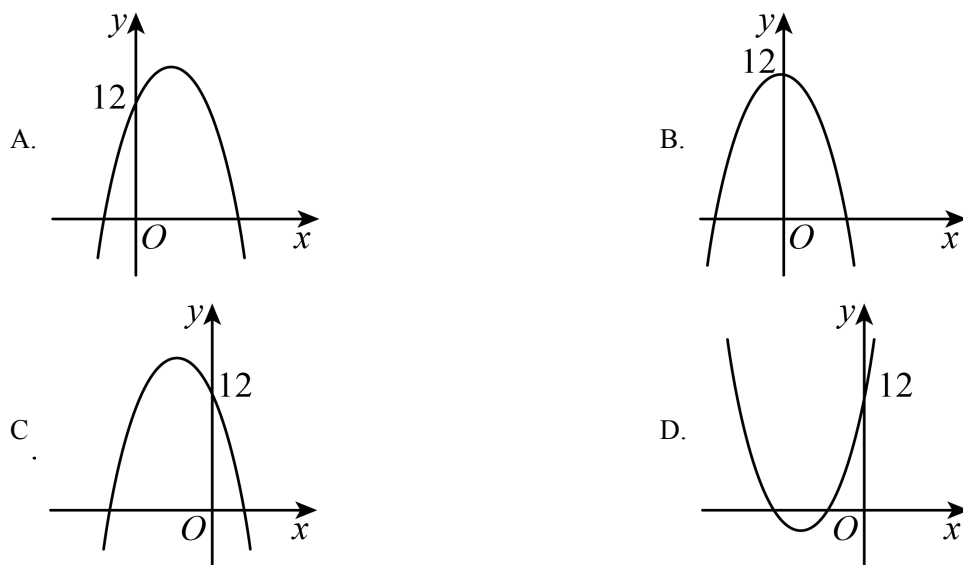
4. 已知  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$  都是非零向量, 下列条件中不能判定  $\vec{b} \parallel \vec{c}$  的是 ( )

- A.  $\vec{a} \parallel \vec{c}$ ,  $\vec{a} \parallel \vec{b}$                       B.  $\vec{c} = 3\vec{b}$   
C.  $|\vec{b}| = |\vec{c}|$                       D.  $\vec{a} = 3\vec{b}$ ,  $\vec{c} = -2\vec{a}$

5. 如果锐角  $A$  的余弦值为  $\frac{2}{3}$ , 下列关于锐角  $A$  的取值范围的说法中, 正确的是 ( )

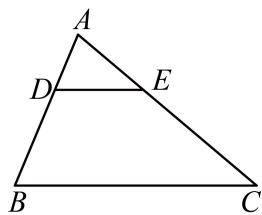
- A.  $0^\circ < \angle A < 30^\circ$                       B.  $30^\circ < \angle A < 45^\circ$   
C.  $45^\circ < \angle A < 60^\circ$                       D.  $60^\circ < \angle A < 90^\circ$

6. 如果一次函数  $y_1 = mx - 6 (m \neq 0)$ 、 $y_2 = nx - 2 (n \neq 0)$  的图象都经过  $C(1, -3)$ ，那么函数  $y = y_1 \cdot y_2$  的大致图像是 ( )



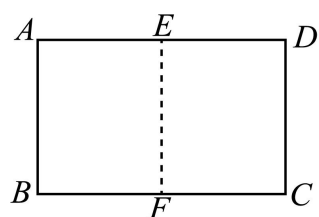
## 二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. 函数  $y = \frac{1}{x-1}$  的定义域为\_\_\_\_\_.
8. 计算:  $(-a^2)^3 \div a^2 =$ \_\_\_\_\_.
9. 如果  $2x = 3y$ , 那么  $x:y =$ \_\_\_\_\_.
10. 把一个三角形放大为与它相似的三角形, 如果它的面积扩大为原来的 9 倍, 那么它的周长扩大为原来的\_\_\_\_\_倍.
11. 抛物线  $y = (a+1)x^2 - x$  在对称轴左侧的部分是上升的, 那么  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.
12. 已知一坡面的坡度  $i = 1:\sqrt{3}$ , 那么这个坡角等于\_\_\_\_\_°.
13. 如图, 点  $D$ 、 $E$  分别在边  $AB$ 、 $AC$  上, 且  $\frac{AD}{BD} = \frac{1}{2}$ ,  $DE \parallel BC$ . 设  $\overrightarrow{AD} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{EC} = \vec{b}$ , 那么用向量  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  表示向量  $\overrightarrow{BC}$  为\_\_\_\_\_.

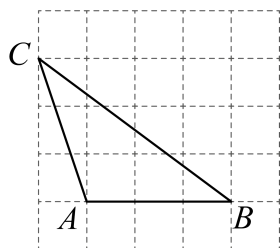


14. 我们把常用的 A4 纸的短边与长边的比叫作“白银比”, 把这样的矩形称为“白银矩形”. 如图, 一张规格为 A4 的矩形纸片  $ABCD$ , 将其长边对折 ( $EF$  为折痕), 得到两个全等的 A5 矩形纸片, 且 A4、A5 这

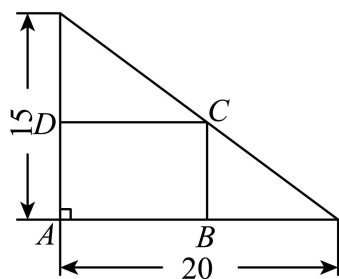
两种规格的矩形纸片相似，那么这个“白银比”为\_\_\_\_\_.



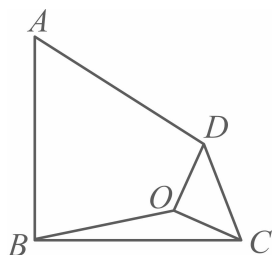
15. 如图，已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点均在小正方形的方格顶点上，那么 $\sin C$ 的值是\_\_\_\_\_.



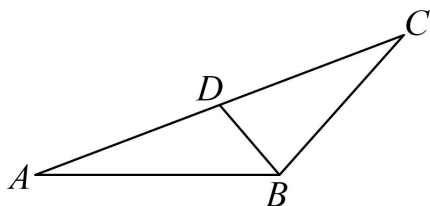
16. 在两条直角边长分别是20和15的直角三角形的内部作矩形 $ABCD$ ，如果 $AB$ 、 $AD$ 分别在两条直角边上（如图所示）， $AD:AB=1:2$ ，那么矩形 $ABCD$ 的面积是\_\_\_\_\_.



17. 如图，点 $O$ 在四边形 $ABCD$ 的内部， $\angle COD = \angle ABC = 90^\circ$ ， $AB = BC$ ， $OD = OC$ ，如果 $BO = a$ ，那么 $AD$ 的长为\_\_\_\_\_。（用含字母 $a$ 的式子表示）



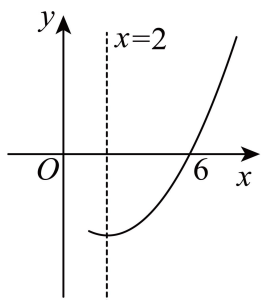
18. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $BD$ 是 $\triangle ABC$ 的中线， $BC = 2BD$ ， $AC = 6\sqrt{5}$ ， $\tan A = \frac{1}{2}$ ，那么 $AB$ 的长为\_\_\_\_\_.



三、解答题：（本大题共7题，满分78分）

19. 计算:  $\sin^2 30^\circ - \frac{1}{2 - \tan 60^\circ} - \left( \frac{\cot 45^\circ}{\cot 30^\circ} \right)^{-1}$ .

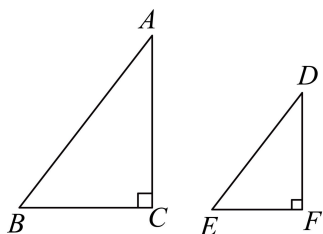
20. 二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  的部分图像如图所示, 已知它与  $x$  轴的一个交点坐标是  $(6, 0)$ , 且对称轴是直线  $x = 2$ .



(1) 填空: ①  $a$  与  $b$  的数量关系为:  $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ; ② 图像与  $x$  轴的另一个交点坐标为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

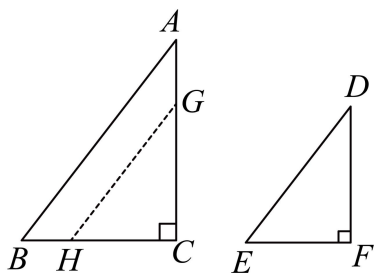
(2) 如果该函数图像经过点  $(0, -3)$ , 求它的顶点坐标.

21. 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  与  $\text{Rt}\triangle DEF$  中,  $\angle C = \angle F = 90^\circ$ ,  $\frac{DE}{AB} = \frac{DF}{AC}$ . 求证:  $\triangle DEF \sim \triangle ABC$ .



以下是小明同学证明本题的过程:

证明: 如图, 在  $AC$ 、 $BC$  上分别截取  $CG = FD$ ,  $CH = FE$ , 连接  $GH$ .



在  $\triangle GHC$  与  $\triangle DEF$  中,

$$\begin{cases} CG = FD \\ \angle C = \angle F = 90^\circ \\ CH = FE \end{cases}$$

$$\triangle GHC \cong \triangle DEF$$

①

|                                                                                                  |   |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------|---|
| $\therefore GH = DE.$<br>$\therefore \frac{DE}{AB} = \frac{DF}{AC},$ 又 $CG = FD,$                | ② |
| $\therefore \frac{GH}{AB} = \frac{CG}{AC}.$<br>$\therefore GH \parallel AB.$                     | ③ |
| $\therefore \triangle GHC \sim \triangle ABC,$<br>$\therefore \triangle DEF \sim \triangle ABC.$ | ④ |

(1) 有同学认为小明的证明过程不正确, 那么你认为他是从第\_\_\_\_部分开始出现 问题 (填①或②或③或④). 请简述小明出错的原因;

(2) 小红认为: 本题可以用添加辅助线——平行线, 构造熟悉的基本图形解决. 请你用小红的思路完成本题的证明过程.

22. 舞狮文化源远流长, 其中高桩舞狮是一项集体育与艺术于一体的竞技活动, 也被广泛应用于各种庆典活动, 成为传承中国传统文化的重要载体 (如图①所示). 在舞狮表演中, 梅花桩  $AB$ 、 $CD$ 、 $EF$  垂直于地面, 且  $B$ 、 $D$ 、 $F$  在一直线上 (如图②所示). 如果在桩顶  $C$  处测得桩顶  $A$  和桩顶  $E$  的仰角分别为  $35^\circ$  和  $47^\circ$ , 且  $AB$  桩与  $EF$  桩的高度差为 1 米, 两桩的距离  $BF$  为 2 米.



图-①

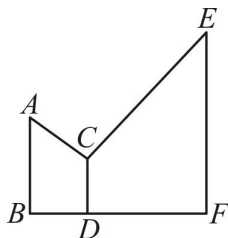
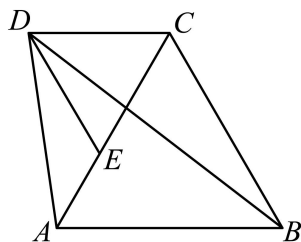


图-②

(1) 舞狮人从  $A$  跳跃到  $C$ , 随后再跳跃至  $E$ , 所成的角  $\angle ACE = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ ;

(2) 求桩  $AB$  与桩  $CD$  的距离  $BD$  的长. (结果精确到 0.01 米)

23. 已知: 如图, 在梯形  $ABCD$  中,  $AB \parallel CD$ , 连接  $AC$ 、 $BD$ ,  $\triangle ABC$  是等边三角形,  $DE \parallel BC$ ,  $DE$  与  $AC$  交于点  $E$ ,  $\angle ADB = 2\angle DBC$ .



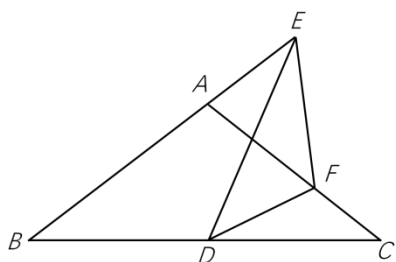
- (1) 求证:  $\triangle ADE \sim \triangle DBC$ ;
- (2) 求证: 点  $E$  是线段  $AC$  的黄金分割点.

24. 已知抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ) 上, 其  $y$  与  $x$  部分对应值如下表:

|     |         |      |      |     |     |     |         |
|-----|---------|------|------|-----|-----|-----|---------|
| $x$ | $\dots$ | $-3$ | $-1$ | $0$ | $3$ | $2$ | $\dots$ |
| $y$ | $\dots$ | $-8$ | $0$  | $2$ | $0$ | $2$ | $\dots$ |

- (1) 求此抛物线的表达式;
- (2) 设此抛物线的顶点为  $P$ , 将此抛物线沿着平行于  $x$  轴的直线  $l$  翻折, 翻折后得新抛物线.
- ① 设此抛物线与  $x$  轴的交点为  $A$ 、 $B$  (点  $A$  在点  $B$  的左侧), 且  $\triangle ABP$  的重心  $G$  恰好落在直线  $l$  上, 求此时新抛物线的表达式;
- ② 如果新抛物线恰好经过原点, 求新抛物线在直线  $l$  上所截得的线段长.

25. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC = 5$ ,  $BC = 8$ ,  $D$  是  $BC$  中点,  $E$  在  $BA$  延长线上,  $F$  在  $AC$  边上 ( $F$  不与点  $A$ 、 $C$  重合),  $\angle EDF = \angle B$ .



- (1) 求证:  $\triangle BDE \sim \triangle CFD$ ;
- (2) 求证:  $ED$  平分  $\angle BEF$ ;
- (3) 设  $CF = x$ ,  $EF = y$ , 求  $y$  关于  $x$  的函数解析式, 并写出定义域;
- (4) 连接  $AD$ 、 $CE$ , 如果四边形  $ADCE$  有两个内角互补, 求  $CF$  的长.