

虹口区 2024-2025 学年度初三年级第一次学生学习能力诊断练习

数学练习卷

(满分 150 分, 时间 100 分钟) 2025.1

注意:

1. 本练习含三个大题, 共 25 题:
2. 答题时, 务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、练习卷上答题一律无效;
3. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分) 【下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.】

1. 下列各组图形中, 一定相似的是 ()

- A. 两个菱形 B. 两个正方形 C. 两个三角形 D. 两个等腰三角形

2. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 已知 $\angle C = 90^\circ$, $AB = 5$, $BC = 3$, 那么 $\angle B$ 的正切值为 ()

- A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{4}{5}$ D. $\frac{4}{3}$

3. 已知非零向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 和 $\vec{c}$, 下列条件中, 不能判定 $\vec{a} \parallel \vec{b}$ 的是 ()

- A. $\vec{a} = 2\vec{b}$ B. $\vec{a} = 2\vec{c}$, $2\vec{b} = \vec{c}$

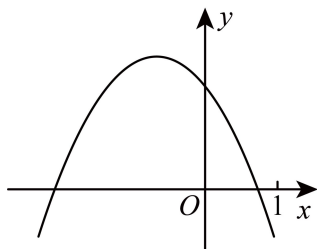
- C. $|3\vec{a}| = |2\vec{b}|$ D. $\vec{a} \parallel \vec{c}$, $\vec{b} \parallel \vec{c}$

4. 已知 $(-3, y_1)$ 、 $(0, y_2)$ 和 $(1, y_3)$ 都在抛物线 $y = (x+2)^2$ 上, 那么 y_1 、 y_2 和 y_3 的大小关系为 ()

- A. $y_1 < y_2 < y_3$ B. $y_1 < y_3 < y_2$

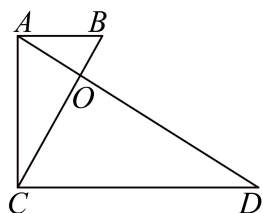
- C. $y_1 > y_2 > y_3$ D. $y_1 > y_3 > y_2$

5. 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 如图所示, 下列结论中, 正确的是 ()



- A. $a > 0$ B. $b < 0$ C. $c < 0$ D. $a + b + c > 0$

6. 如图, 已知 $AB \parallel CD$, 联结 AD , BC 交于点 O , 联结 AC , $\angle ACB = \angle BAD$, 如果 $AB = 2$, $CD = 6$, 那么 CO 长为 ()



- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. 已知线段 a 是线段 b 、 c 的比例中项, $b = 2 \text{ cm}$, $c = 8 \text{ cm}$, 那么 $a = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}$.

8. 计算: $2\vec{a} + 3(\vec{b} - \vec{a}) = \underline{\hspace{2cm}}$.

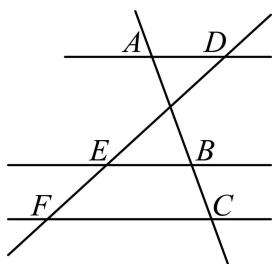
9. 已知 $y = 2x^{m^2+2}$ 是二次函数, 那么 m 的值是 .

10. 抛物线 $y = (x-1)^2 + 3$ 与 y 轴的交点是 .

11. 如果抛物线 $y = (m-2)x^2 - 2$ 有最高点, 那么 m 的取值范围是 .

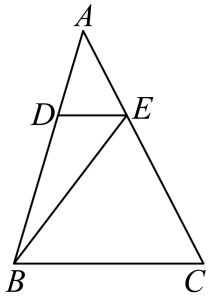
12. 已知抛物线在 y 轴右侧的部分是下降的, 且经过 $(0, 1)$, 请写出一个符合上述条件的抛物线表达式是 .

13. 如图, 直线 $AD \parallel EB \parallel FC$, 如果 $DE = 2EF$, $AC = 9$, 那么 AB 长 .

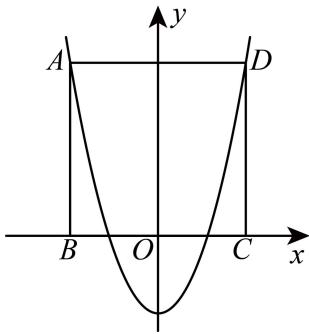


14. 已知 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$, 且 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 的最长边分别是 5 和 10, 如果 $\triangle ABC$ 的面积是 6, 那么 $\triangle A'B'C'$ 的面积是 .

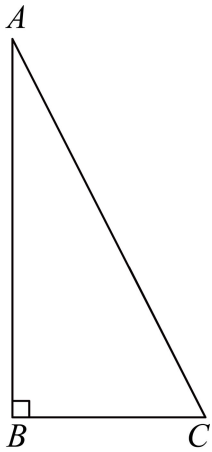
15. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上, 连接 BE 、 DE , 如果 $BD = 2AD$, $DE \parallel BC$, $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, 用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示 $\overrightarrow{BE} = \underline{\hspace{2cm}}$.



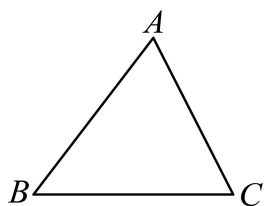
16. 如图, 正方形 $ABCD$ 的顶点 B 、 C 在 x 轴上, 点 A 、 D 恰好在抛物线 $y = x^2 - 3$ 上, 那么正方形 $ABCD$ 的面积是_____.



17. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $AC = 5$, $\tan C = 2$, D 是 AC 上的动点, 将 $\triangle BCD$ 沿 BD 翻折, 如果点 C 落到 $\triangle ABD$ 内 (不包括边), 那么 CD 的取值范围是_____.



18. 过三角形的重心作一条直线与这个三角形两边相交, 如果截得的三角形与原三角形相似, 那么我们把这条直线叫做这个三角形的“重似线”, 这条直线与两边交点之间的线段叫做这个三角形的“重似线段”. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 10$, $\tan B = \frac{4}{3}$, $\tan C = 2$, 点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上, 如果线段 DE 是 $\triangle ABC$ 的“重似线段”, 那么 $DE =$ _____.



三、解答题（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. 计算: $\frac{\tan 45^\circ}{\tan 60^\circ - 2\sin 30^\circ} - \cos 60^\circ$.

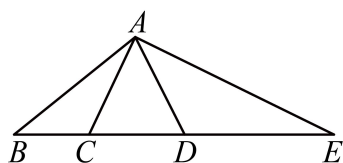
20. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = x^2 + 2mx + m + 1$ 经过点 $B(-1, 0)$.

(1) 求 m 的值以及抛物线的对称轴;

(2) 将该抛物线向右平移 n 个单位后得到新抛物线，如果新抛物线经过原点，求 n 的值.

21. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = 10$ ， $BC = 5$ ， $\sin B = \frac{3}{5}$ ，点 D 、 E 在 BC 的延长线上，连接 AD 、 AE ，

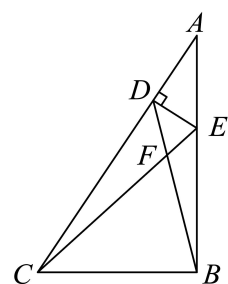
且 $AD = AC$.



(1) 求 $\tan \angle ADC$ 的值;

(2) 如果 $\angle E = \angle BAC$ ，求 DE 的长.

22. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ，点 D 在边 AC 上，过点 D 作 DE 垂直 AC 交 AB 于点 E ，连接 EC 、 BD 交于点 F .

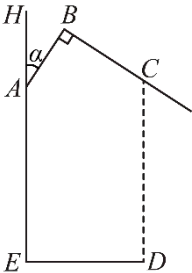
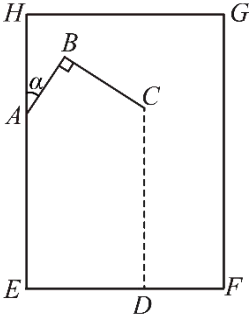


(1) 求证: $\triangle ABD \sim \triangle ACE$;

(2) 如果 $BC = BE$ ，求证: $\frac{1}{2}CE^2 = BF \cdot BD$.

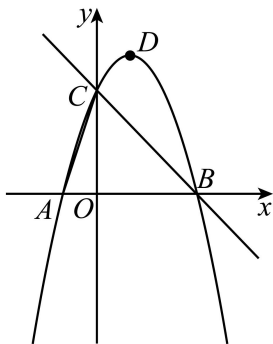
23. 根据以下素材，完成任务.

探究淋浴喷头的位置

素材1	图1是一种淋浴喷头,淋浴喷头固定器装在升降杆上的某处,手柄与固定器的连接处记为点A (点A与墙之间的距离忽略不计). 图2视作淋浴喷头喷水后的截面示意图,线段AB为手柄,射线BC为水流, BC与AB的夹角$\angle ABC$为90°,手柄AB与墙EH的夹角$\angle HAB$为淋浴喷头的“调整角”,记为α. 已知AB长为20 cm.	  图1 图2
素材2	图3中的矩形$EFGH$是淋浴房的截面图, $EF = 90\text{ cm}$, $EH = 195\text{ cm}$. 为了方便在淋浴房里淋浴,规定淋浴时,人一直站在D处, $DE = 52\text{ cm}$.	
素材3	我们把人竖直站立时,头顶以下30 cm处记为这个人的“舒适喷淋点”,即“舒适喷淋点”到地面的距离等于人的身高减30 cm. 已知小明的身高是130 cm,他爸爸和妈妈的身高分别是176 cm和160 cm. 某次爸爸洗澡时,将淋浴喷头固定器调整至如图12的点A处,“调整角”α为37°,此时水流正好喷在爸爸的“舒适喷淋点”C处 (即$CD = \text{爸爸身高}-30$).	 图3
素材	参考数据: $\sin 37^\circ \approx 0.60$, $\cos 37^\circ \approx 0.80$, $\tan 37^\circ \approx 0.75$, $\sqrt{3} \approx 1.73$.	

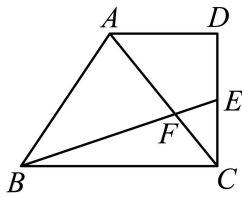
4		
问题 解决	任务一	(1) 求图 3 中, 淋浴喷头手柄与固定器的连接处点 A 到地面的距离 AE .
	任务二	(2) 爸爸洗完澡后, 不改变固定器的位置 (即 AE 不变), 把淋浴喷头的“调整角” α 调整至 60° , 然后小明进淋浴房洗澡. ①小明发现水流无法喷在他的“舒适喷淋点”处, 请通过计算说明理由; ②下降固定器 (将固定器下降后的位置记为点 A') 后, 小明发现水流可以喷在他的“舒适喷淋点”处, 求此时固定器下降的距离 AA' (精确到 cm).

24. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知抛物线 $y = -x^2 + bx + 3$ 与 x 轴交于点 A、B (点 A 在点 B 的左侧), 与 y 轴交于点 C, 联结 AC , $\tan \angle CAO = 3$, 抛物线的顶点为点 D.



- (1) 求 b 的值和点 D 的坐标;
- (2) 点 P 是抛物线上一点 (不与点 B 重合), 点 P 关于 x 轴的对称点恰好在直线 BC 上.
 - ①求点 P 的坐标;
 - ②点 M 是抛物线上一点且在对称轴左侧, 连接 BM , 如果 $\angle MBP = \angle ABD$, 求点 M 的坐标.

25. 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle BCD = 90^\circ$, $CD = 2$, E 是 CD 的中点, AC 、 BE 交于点 F , 且 $\angle ACD = 2\angle EBC$.



- (1) 求证: $CE = CF$;
- (2) 如果 $BC = 2AD$, 求 $\tan \angle ABC$ 的值;
- (3) 如果 $\angle ABE = \angle ACB$, 求 $\frac{AD}{BC}$ 的值.