

2025 年上海市宝山区中考数学一模试卷

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. 在比例尺为 $1:500$ 的图纸上，量得一座塔的高是 2.2 厘米，那么它实际的高度是（ ）

- A. 11 米 B. 110 米 C. 22 米 D. 220 米

2. 在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\sin A = \frac{1}{2}$ ，则 $\cos B$ 等于（ ）

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\sqrt{3}$

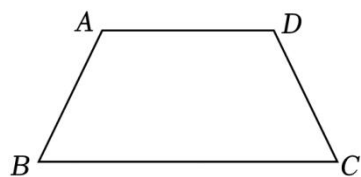
3. 下列图形，相似的一组是（ ）

- A. 两个直角三角形
B. 两个等腰三角形
C. 有一个内角为 80° 的两个菱形
D. 边长分别是 2 厘米和 3 厘米的两个菱形

4. 在平面直角坐标系 xOy 中，如果点 $(\frac{1}{3}, a)$, $(\frac{3}{2}, b)$, $(2, c)$ 都在抛物线 $y = \frac{2}{3}x^2$ 上，那么（ ）

- A. $a < b < c$ B. $c < a < b$ C. $b < c < a$ D. $b < a < c$

5. 如图，在等腰梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $\angle B = 60^\circ$ ， $AB = AD$ ，设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$ ，用向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 表示 $\overrightarrow{DC}$ ，结果正确的是（ ）

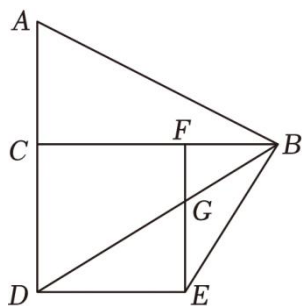


- A. $\overrightarrow{DC} = \vec{a} - \vec{b}$ B. $\overrightarrow{DC} = \vec{a} + \vec{b}$ C. $\overrightarrow{DC} = \vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$ D. $\overrightarrow{DC} = \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$

6. 如图，已知 $\triangle ABC$ ， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $BC = 2AC$ ，延长 AC 至点 D ，使 $AD = AB$ ，连接 BD 、 BE ， BD 交 EF 于点 G 。某同学得到以下两个结论：

① G 是线段 EF 的黄金分割点； ② $\frac{S_{\triangle BGE}}{S_{\triangle BDE}} = \frac{S_{\triangle BGF}}{S_{\triangle DEG}}$ 。

关于结论①和②，下列说法正确的是（ ）



A. ①正确②错误

B. ①错误②正确

C. ①和②都错误

D. ①和②都正确

二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）【请将结果直接填入答题纸的相应位置上】

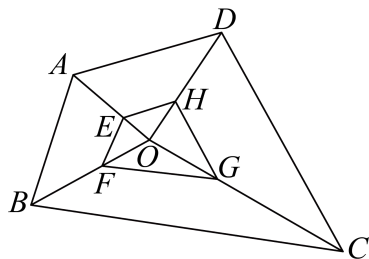
7. 已知 $\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{5}$, 那么 $\frac{2a+b}{c}$ 的值是 _____.

8. 计算: $\vec{a} + \frac{1}{3}(\vec{b} - \vec{a}) =$ _____.

9. 计算: $\sin^2 45^\circ - \frac{2\sin 60^\circ}{\cot 30^\circ} + \sin 30^\circ =$ _____.

10. 如果二次函数 $y = (m-1)x^2 + m$ 的图象开口向下, 那么 m 的取值范围是 _____.

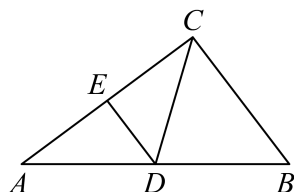
11. 如图, O 是四边形 $ABCD$ 内一点, 点 E 、 F 、 G 、 H 分别在线段 AO 、 BO 、 CO 、 DO 上, $EF \parallel AB$, $FG \parallel BC$, $GH \parallel CD$, $EH \parallel AD$, $EF = 2$, $AB = 5$, $AD = 6$, 那么 EH 的长是 _____.



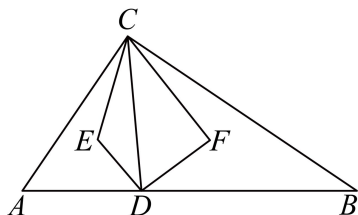
12. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = (x-1)^2 + 2$ 关于 y 轴对称的抛物线的表达式为 _____.

13. 在平面直角坐标系 xOy 中, 将抛物线 $y = a(x-m)^2 + k$ 先向左平移 3 个单位, 再向上平移 4 个单位, 所得到的新抛物线的对称轴方程是 $x = -1$, 那么原抛物线的顶点的横坐标是 _____.

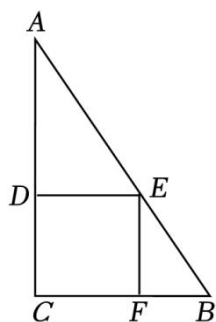
14. 如图, 在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, 如果 D 、 E 分别是边 AB , AC 的中点, $BC = 4$, $\triangle ADE$ 的面积是 5, 那么 $\angle ACD$ 的正切值是 _____.



15. 如图, 在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 6$, $BC = 8$, D 是斜边 AB 上任意一点, 点 E 、 F 分别是 $\triangle ACD$ 、 $\triangle BCD$ 的重心, 那么四边形 $CEDF$ 的面积是 _____.

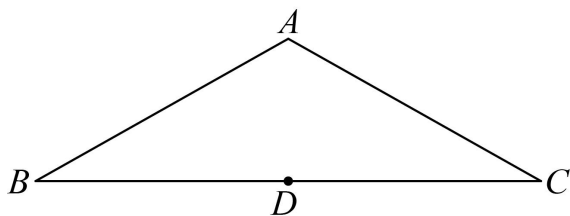


16. 在数学活动课上, 需要用三角形纸片裁剪出一张正方形纸片. 如图, 现有三角形纸片 ($\triangle ABC$), $AC = 40\text{cm}$, $BC = 30\text{cm}$. 裁剪出的正方形 $CDEF$ 的一个顶点是直角顶点 C , 那么正方形的边长是 _____ cm .



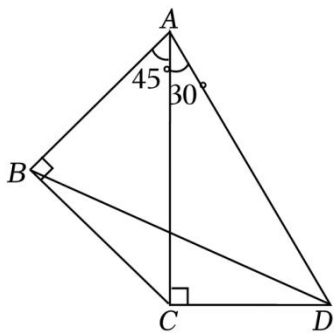
17. 一个二次函数的图象经过点 $(t, 0)$, 则称 t 的值是这个函数的“零点”. 例如: 二次函数 $y = a(x - 3)(x + 2)$ ($a \neq 0$), 无论 a 取何值 ($3, 0$) 和点 $(-2, 0)$, 所以 3 和 -2 是这个函数的“零点”. 如果一个二次函数有且只有一个“零点” -1 , 那么这个二次函数的解析式可以是 _____. (写出一个符合要求的函数解析式即可)

18. 如图, 已知 $\triangle ABC$, $AB = AC = 4$, $\angle B = 30^\circ$, D 是边 BC 的中点, 线段 AB 绕点 D 顺时针旋转得到对应线段 $A'B'$, 线段 $A'B'$ 与 AC 、 BC 分别交于点 E 、 F , 如果 $\triangle EFC$ 是直角三角形, 那么 AE 的长是 _____.



三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. 一副三角尺由两块直角三角尺组成, 其中一块是含 30° 角的直角三角形, 另一块是含 45° 角的直角三角形. 用这两块三角尺可以拼成一个四边形 $ABCD$ (如图), 设 $AB = a$.



(1) 用含 a 的代数式直接表示: $AD =$ _____.

(2) 求 $\angle BDC$ 的正切值.

20. 为了方便居民出入小区, 小区业委会决定对大门口的一段斜坡进行改造. 原坡面是矩形 $ABCD$ (如图1), $AB = 4$ 米, $AD = 2$ 米, 斜坡 AB 的坡角为 30° . 计划将斜坡 AB 改造成坡比为 $1: 2.5$ 的斜坡 AE (如图2所示), 坡面的宽度 AD 不变.

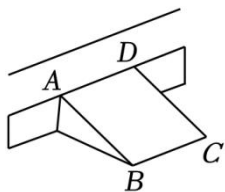


图1

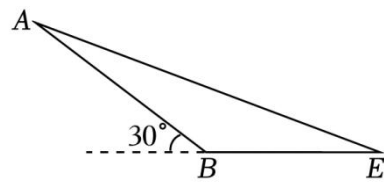


图2

(1) 求改造后斜面底部延伸出来的部分 (BE) 的长度;

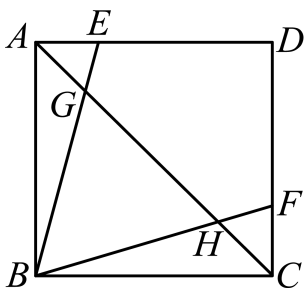
(2) 改建这条斜坡需要多少立方米的混凝土材料?

21. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知 $A(-1, n)$, $B(5, n)$ 是抛物线 $y = a(x - m)^2 + k$ ($a > 0$) 上的两点.

(1) $m =$ _____;

(2) 如果该抛物线与 x 轴交于点 C 、 D (点 C 在点 D 的右侧), 且 $CD = 4$, 四边形 $ABCD$ 的面积是25, 求这个抛物线的表达式

22. 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长是3, 点 E 、 F 分别在边 AD 、 CD 上, $\angle EBF = 45^\circ$, BE 、 BF 分别与对角线 AC 交于点 G 、 H .



(1) 当 $\angle ABE =$ _____ $^\circ$ 时, $AG = CH$, 先补全条件;

(2) 如果 $CH = \sqrt{2}$, 求 BG 的长.

23. 学完“相似三角形”之后，小明和同学尝试探索相似四边形的判定与性质，以下是他们的思考

【定义】如果两个四边形的四个角对应相等，四条边对应成比例，那么这两个四边形相似. 两个相似四边形的对应边的比等于相似比.

【思考】类比相似三角形，对相似四边形的判定与性质提出了许多猜测，如：

- ①四条边对应成比例，且有一组角对应相等的两个四边形相似；
- ②四个角对应相等，且有两组相邻的边对应成比例的两个四边形相似；
- ③相似四边形的面积的比等于相似比的平方.

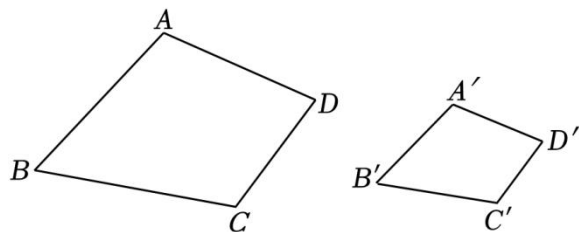
.....

【探究】请完成上述猜测中第③个结论的证明.

已知：如图，四边形 $ABCD$ 与四边形 $A'B'C'D'$ 相似，点 A 、 B 、 C 、 D 分别与点

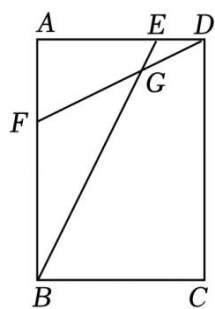
A' 、 B' 、 C' 、 D' 对应

求证： $\frac{S_{\text{四边形}ABCD}}{S_{\text{四边形}A'B'C'D'}} = k^2$.

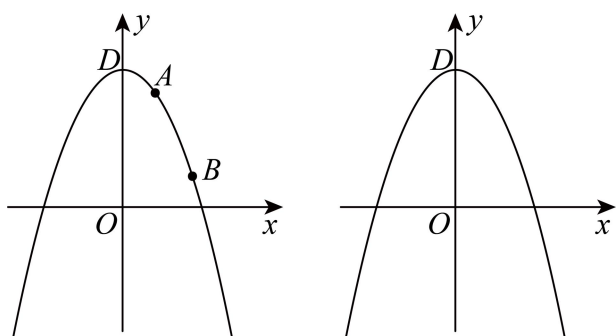


证明：

【运用】同学们通过讨论，证明了上述猜测都是正确的. 试运用这些结论，解决问题：如图， E 、 F 分别是边 AD 、 AB 上的点， $AE = \frac{1}{2}AB$ ， $AF = \frac{1}{2}AD$ ，试求 $\frac{S_{\text{四边形}AEGF}}{S_{\text{四边形}CDGB}}$ 的值.



24. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，已知抛物线 $y = ax^2 + 4$ 的顶点为 D ，点 A 、 B 在抛物线上，且都在 y 轴右侧，横坐标分别是 m ， $m + 1$.



备用图

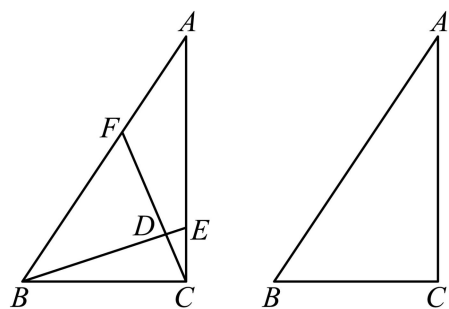
(1) 连接 AD 、 BD ，求 $\cot \angle ODA - \cot \angle ODB$ 的值 (结果用含 a 的代数式表示)；

(2) 如果 y 轴上存在点 C ，使得 $AC \perp BC$ ，且 $AC = BC$ ，

①求抛物线的表达式；

②若 $AB = \sqrt{70}$ ，点 E 在 y 轴上，且 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 相似，求点 E 的坐标

25. 如图，已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 3$ ， $BC = 2$ ，点 E 、 F 分别在边 AC 、 AB 上 (不与端点重合)， $BE \perp CF$ ，垂足为点 D 。



备用图

(1) 当 $CE = 1$ 时，求 AF 的长；

(2) 当 $BE = CF$ 时，求 $\tan \angle CBE$ 值；

(3) 连接 EF ，如果 $\triangle AEF$ 是直角三角形，求这时四边形 $BCFE$ 的面积。