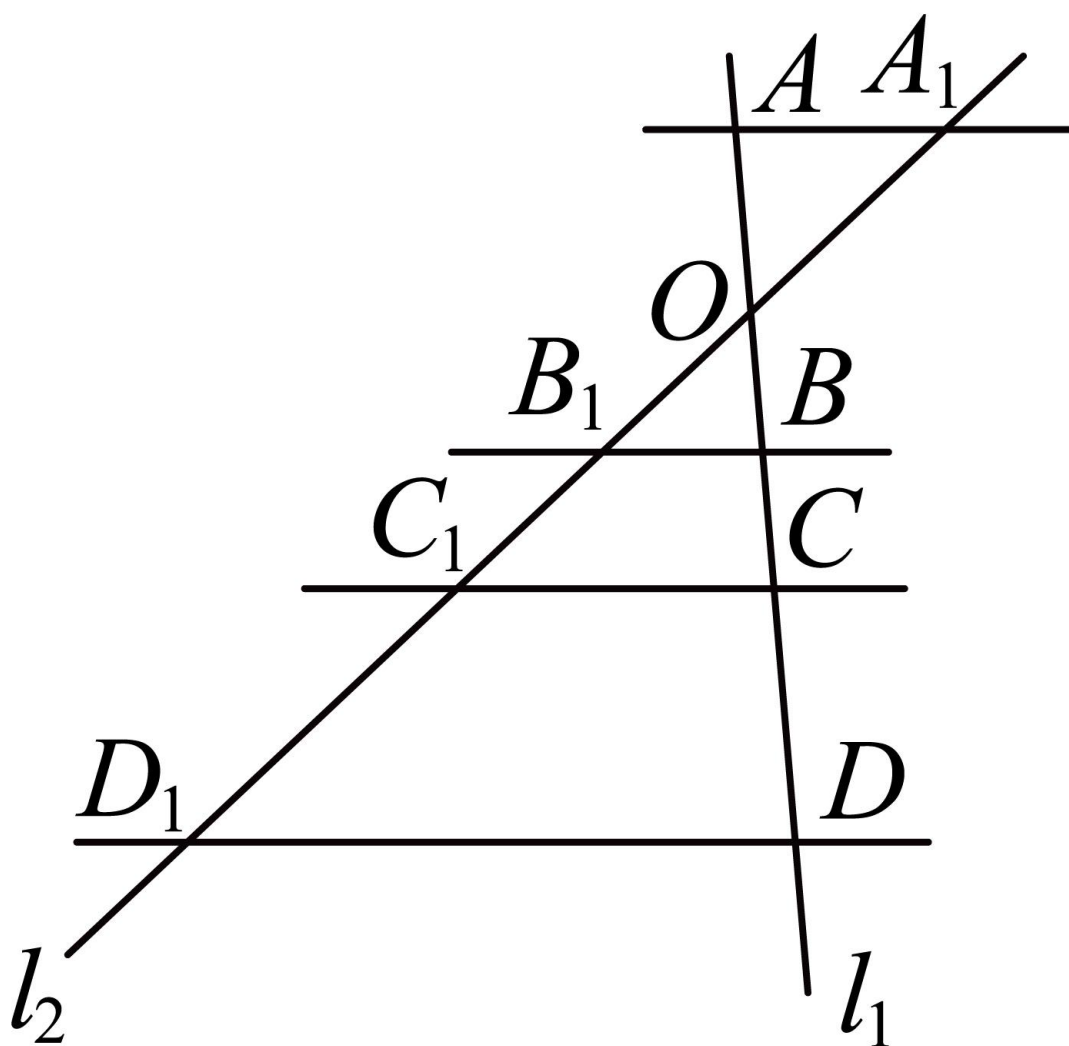


B. 如果  $\vec{a}$  和  $\vec{b}$  都是单位向量, 那么  $\vec{a} = \vec{b}$

C.  $\vec{a} + (-\vec{a}) = 0$

D. 如果  $\vec{a} = k\vec{b}$  ( $k \neq 0$ ), 那么  $\vec{a} \parallel \vec{b}$

6. 如图, 两条不平行的直线  $l_1$  与直线  $l_2$  相交于点  $O$ , 四条平行线分别交直线  $l_1$  于点  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ , 分别交直线  $l_2$  于点  $A_1$ 、 $B_1$ 、 $C_1$ 、 $D_1$ , 则有  $AA_1 \parallel BB_1 \parallel CC_1 \parallel DD_1$ . 如果  $A_1O = 3$ ,  $OB_1 = B_1C_1 = 2$ ,  $C_1D_1 = 4$ , 那么在下列结果中, 线段之差最大的是 ( )



A.  $BD - AB$

B.  $OC - OA$

C.  $OC - CD$

D.  $CD - OB$

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分) 【请将结果直接填入答题纸的相应位置】

7. 已知  $\frac{x}{y} = \frac{3}{4}$ , 那么  $\frac{x-y}{y} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

8. 如果抛物线  $y = (2-a)x^2 + x - 1$  的开口向下, 那么  $a$  的取值范围是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

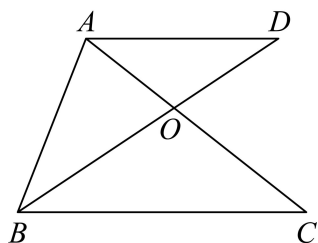
9. 将抛物线  $y = -(x-1)^2$  向右平移 3 个单位，得到新抛物线的顶点坐标是\_\_\_\_\_.

10. 已知点  $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$  在函数  $y = -x^2 + 2x + 1$  的图像上，如果  $x_1 > x_2 > 1$ ，那么  $y_1$  \_\_\_\_\_  $y_2$ . (填“>”、“=”、“<”)

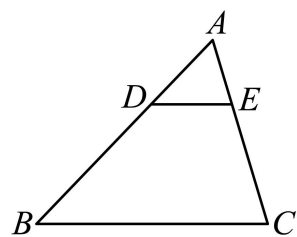
11. 已知某二次函数一部分自变量  $x$  和函数值  $y$  的对应情况如表所示，根据表中信息可知这个函数图像的对称轴是直线\_\_\_\_\_.

|     |     |    |    |   |    |    |     |
|-----|-----|----|----|---|----|----|-----|
| $x$ | ... | -4 | -2 | 1 | 2  | 4  | ... |
| $y$ | ... | 11 | -5 | 1 | 11 | 43 | ... |

12. 如图， $AD \parallel BC$ ， $AC$ 、 $BD$  相交于点  $O$ ，如果  $S_{\triangle AOD} : S_{\triangle AOB} = 2 : 3$ ，那么  $S_{\triangle AOD} : S_{\triangle BOC}$  的值是\_\_\_\_\_.

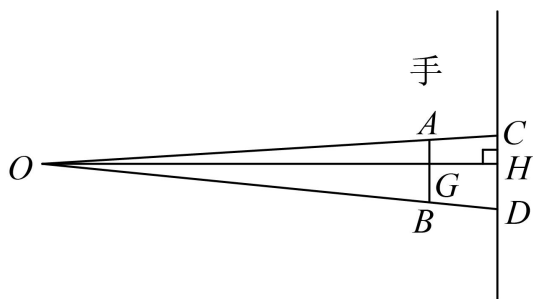


13. 如图，在  $\triangle ABC$  中，点  $D$ 、 $E$  分别在边  $AB$ 、 $AC$  上，且  $BD = 2AD$ ， $EC = 2AE$ ，连接  $DE$ ，如果  $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$ ，那么  $\overrightarrow{DE} =$ \_\_\_\_\_。(用含向量  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  的式子表示)

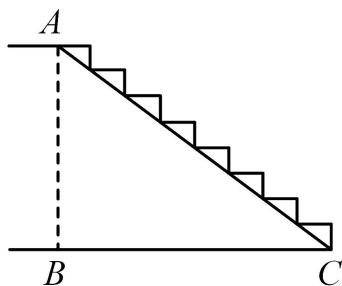


14. 在等腰  $\triangle ABC$  中， $AB = AC$ ，如果  $AB : BC = 3 : 2$ ，那么  $\sin \angle BAC$  的值是\_\_\_\_\_.

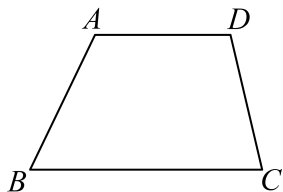
15. 手影戏是一种独特的艺术形式，它通过手势和光影创造出生动的形象。它的原理是利用光的直线传播，将手影投射到幕布上形成各种影像。如图，为了投影出一个动物造型  $CD$ ，手  $AB$  的长度是 15 厘米， $AB \parallel CD$ ，光源  $O$  到手  $AB$  的距离  $OG$  是 100 厘米，手  $AB$  到幕布的距离  $GH$  是 20 厘米。此时  $CD$  的长度是\_\_\_\_\_厘米。



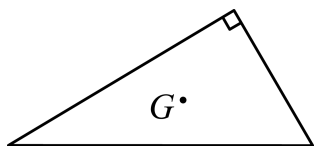
16. 如图, 某商场开业, 要为一段楼梯铺上红地毯, 已知楼梯高  $AB = 6\text{m}$ , 坡面  $AC$  的坡度  $i = 1:\frac{4}{3}$ , 则至少需要红地毯\_\_\_\_\_m.



17. 平行于梯形两底的直线截梯形的两腰, 当两交点分别是两腰的黄金分割点时, 我们称这条线段是梯形的“黄金分割线”. 如图, 在梯形  $ABCD$  中,  $AD \parallel BC$ ,  $AD = 6$ ,  $BC = 10$ , 点  $E$ 、 $F$  分别在边  $AB$ 、 $CD$  上 ( $AE > BE$ ), 如果  $EF$  是梯形  $ABCD$  的“黄金分割线”, 那么  $EF =$ \_\_\_\_\_.



18. 如图, 将一块含  $30^\circ$  角的实心的直角三角板放置在桌面上, 在桌面所在平面内绕着它的重心  $G$  逆时针旋转  $180^\circ$ . 如果这块三角板的斜边长 12 厘米, 那么运动前后两个三角形重叠部分的面积为\_\_\_\_\_平方厘米.



### 三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

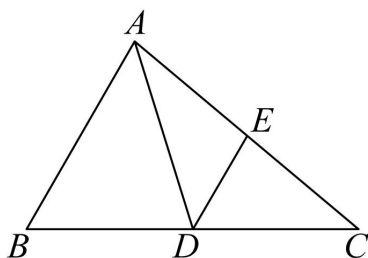
19. 计算:  $\sin^2 45^\circ - \frac{2\cos 60^\circ}{\cot 30^\circ - \tan 45^\circ}$ .

20. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 抛物线  $y = -\frac{1}{3}x^2 + bx + c$  的顶点为  $D$ ,

- (1) 为了确定这条抛物线, 需要再添加一个条件, 请从以下两个条件中选择一个: ①它与  $y$  轴交点的坐标是  $(0, -1)$ ; ②顶点  $D$  的坐标为  $(1, \frac{4}{3})$ . 你选择的条件是\_\_\_\_\_ (填写编号), 并求  $b$ 、 $c$  的值.

(2) 由 (1) 确定的抛物线与  $x$  轴正半轴交于点 A, 求  $\tan \angle DAO$  的值.

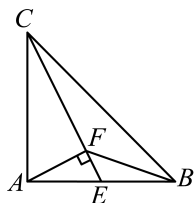
21. 如图, 在  $\triangle ABC$  中, 点  $D$ 、 $E$  分别在边  $BC$ 、 $AC$  上,  $BD = 12$ ,  $CD = 15$ , 且  $\angle BAD = \angle C$ .



(1) 求线段  $AB$  的长;

(2) 当  $\angle ADE = \angle C$ ,  $\angle B = 60^\circ$  时, 求  $\triangle EDC$  的面积.

22. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle BAC = 90^\circ$ ,  $AB = AC$ , 点  $E$  是边  $AB$  的中点, 连接  $CE$ , 作  $AF \perp CE$ , 垂足为点  $F$ , 连接  $BF$ .

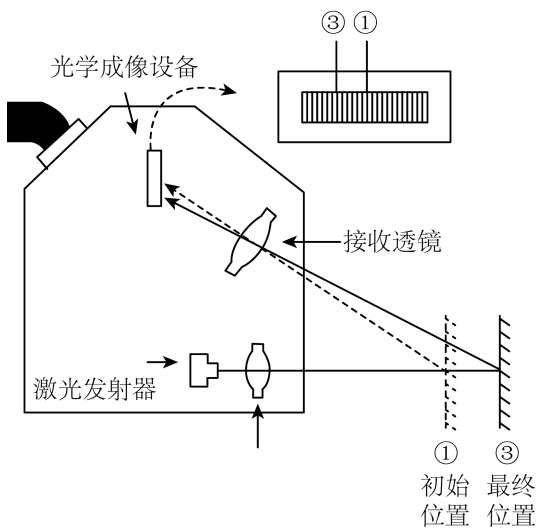
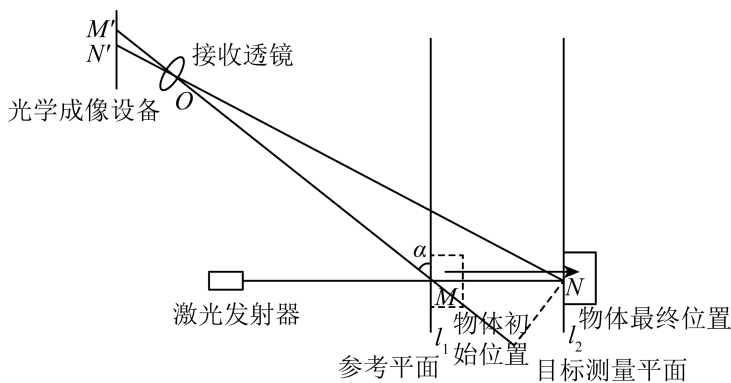
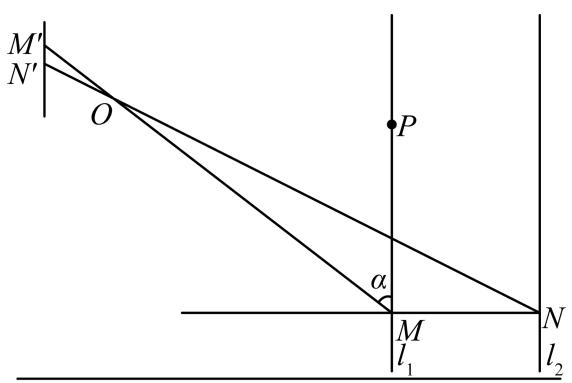


(1) 求证:  $\triangle EFB \sim \triangle ECB$ ;

(2) 取  $BC$  边的中点  $D$ , 连接  $DF$ , 求证:  $\frac{DF}{EF} = \sqrt{2}$ .

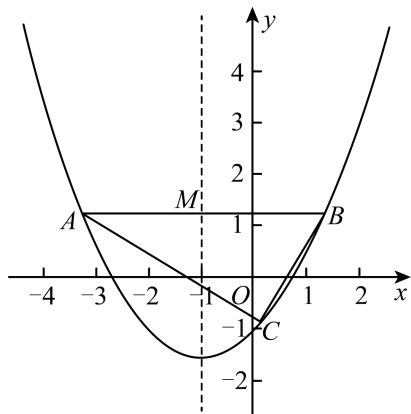
23. 火车作为我国重要的交通运输形式之一, 其轨道的平顺性和稳定性直接影响列车的运行安全. 我国目前轨道检测的主要方法是机械检测, 通过使用机械传感器和无损检测设备 (包括激光三角位移传感器、超声波传感器等) 来测量轨道的各种参数 (几何尺寸、轨距、高差和曲率), 从而判断轨道是否有损伤或缺陷. 某校科创活动小组率先就 “激光三角位移计” 这一设备开展了学习与探究:

|      |                                                                                                                |
|------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 阅读概述 | 激光三角位移计是由半导体激光向目标物照射激光, 聚集目标物反射的光, 并在光接收元件上成像. 一旦离目标物的距离发生改变, 聚集反射光的角度也会改变, 成像的位置也随之改变. 可以通过成像的位移来计算物体实际的移动距离. |
|------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

|        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|--------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| 发现原理   | <p>被测量物体从初始位置移动到最终位置, 需要测量的是参考平面与目标测量平面的距离, 也就是图中点 <math>M</math> 与点 <math>N</math> 之间的距离. 假设激光通过接收透镜后仍按照原直线方向传播, 最后在光学成像设备上成像.</p>                                                                                                                                                              |
| 建立模型   | <p>如图, 直线 <math>M'N' \parallel</math> 直线 <math>l_1 \parallel</math> 直线 <math>l_2</math>, 直线 <math>MN</math> 垂直于 <math>l_1</math> 和 <math>l_2</math>, 垂足分别为 <math>M</math> 和 <math>N</math>, 线段 <math>MM'</math> 与线段 <math>NN'</math> 交于点 <math>O</math>, <math>\angle M'MP = \alpha</math>.</p>  |
| 探究 (1) | 设 $MN = m$ , 请用含 $m$ 和 $\alpha$ 的式子表示点 $N$ 到直线 $MM'$ 的距离.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
| 探究 (2) | 已知 $M'N' = 5$ , $OM' = 23$ , $OM = 132$ , 求 $MN$ 的长度. (结果精确到个                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |

位,  $\sin a \approx 0.8$ ,  $\cos a \approx 0.6$ ,  $\cot a \approx 0.75$ )

24. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 抛物线  $y = ax^2 + bx - 1$  经过点  $(2, 3)$  和点  $(-4, 3)$ .



(1) 求该抛物线的表达式;

(2) 如图, 该抛物线上有三个点  $A$ 、 $B$ 、 $C$ ,  $AB \parallel x$  轴,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $\angle BAC = 30^\circ$ ,  $AB$  与抛物线的对称轴交于点  $M$  (点  $A$  在对称轴的左侧).

①如果点  $C$  到抛物线对称轴的距离为  $t$ , 请用含  $t$  的代数式表示点  $B$  的横坐标;

②求点  $C$  的横坐标.

25. 如图 1, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ , 过点  $C$  作  $CD \perp AB$ , 垂足为点  $D$ , 点  $D$  在  $AB$  边上 (不与点  $A$  重合), 点  $E$  是边  $AC$  上的点, 且满足  $CD = CE$ , 设  $k = \tan B$ .

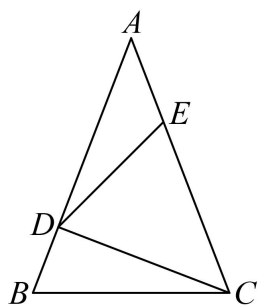


图 1

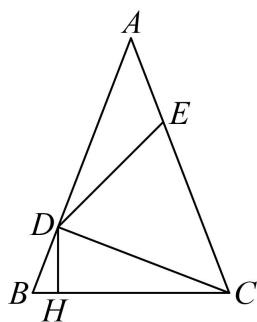
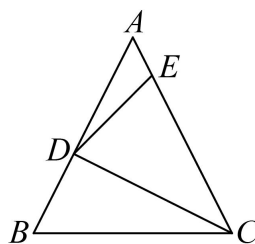


图 2



备用图

(1) 求证:  $\angle CDE = \angle BCD + 45^\circ$ ;

(2) 如图 2, 过点  $D$  作  $DH \perp BC$ , 垂足为点  $H$ , 求证:  $DE = \sqrt{2}(CH - DH)$ ;

(3) 设点  $F$  是  $CD$  的中点, 连接  $EF$  并延长交边  $BC$  于点  $G$ , 当  $\triangle CFG$  与  $\triangle BCD$  相似时, 求  $k$  的值.