

# 黄浦区 2024 年九年级学业水平考试模拟考

## 数学试卷

(满分 150 分, 考试时间 100 分钟)

2024 年 4 月

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题;
2. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效;
3. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

【下列各题的四个选项中, 有且只有一个是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

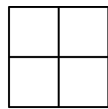
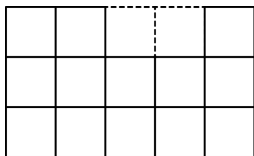
1. 多项式的因式分解与整式乘法是互逆的. 在整式乘法中, “单项式乘以多项式” 所对应的互逆因式分解方法是 ( )

- A. 提取公因式法      B. 公式法      C. 十字相乘法      D. 分组分解法

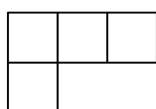
2. 已知第二象限内点  $P$  到  $x$  轴的距离为 2, 到  $y$  轴的距离为 3, 那么点  $P$  的坐标是 ( )

- A.  $(-2, 3)$       B.  $(-3, 2)$       C.  $(2, -3)$       D.  $(3, -2)$

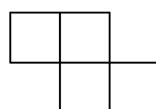
3. 如图, 一个  $3 \times 5$  的网格, 其中的 12 个单位正方形已经被 2 张 “L” 型和 1 张 “田字” 型纸片互不重叠地占据了. 下列有 4 个均由 4 个单位正方形所组成的纸片, 依次记为型号 1、型号 2、型号 3 和型号 4. 将这 4 个型号的纸片做平移、旋转, 恰能将图 1 中 3 个未被占据的单位正方形占据, 并且与已有的 3 张纸片不重叠的是 ( )



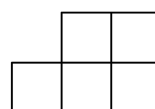
(型号1)



(型号2)



(型号3)



(型号4)

- A. 型号 1      B. 型号 2      C. 型号 3      D. 型号 4

4. 对于数据: 2、2、2、4、5、6、8、8、9、100, 能较好反映这组数据平均水平的是 ( )

- A. 这组数据的平均数      B. 这组数据的中位数  
C. 这组数据的众数      D. 这组数据的标准差

5. 反比例函数  $y = \frac{1}{x}$  的图像有下述特征：图像与  $x$  轴没有公共点且与  $x$  轴无限接近. 下列说明这一特征的理  
由中，正确的是 ( )

- A. 自变量  $x \neq 0$  且  $x$  的值可以无限接近 0                      B. 自变量  $x \neq 0$  且函数值  $y$  可以无限接近 0  
C. 函数值  $y \neq 0$  且  $x$  的值可以无限接近 0                      D. 函数值  $y \neq 0$  且函数值  $y$  可以无限接近 0

6. 小明在研究梯形的相似分割问题，即如何用一条直线将一个梯形分割成两个相似的图形. 他先从等腰梯形开始进行探究，得到下面两个结论. 结论 1：存在与上、下底边相交的直线，能将等腰梯形分割成两个相似的图形；结论 2：不存在与两腰相交的直线，能将等腰梯形分割成两个相似的图形. 对这两个结论，你认为 ( )

- A. 结论 1、结论 2 都正确                                              B. 结论 1 正确、结论 2 不正确；  
C. 结论 1 不正确、结论 2 正确                                        D. 结论 1、结论 2 都不正确.

## 二、填空题：(本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分)

7. 100 的平方根是\_\_\_\_\_；

8. 计算：  $(-a^3)^2 =$  \_\_\_\_\_.

9. 方程  $x = \sqrt{x+2}$  的解是\_\_\_\_\_.

10. 已知关于  $x$  的方程  $x^2 + mx - 1 = 0$ ，判断该方程的根的情况是\_\_\_\_\_.

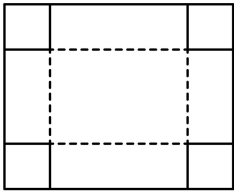
11. 将直线  $y = 2x$  向上平移 2 个单位，所得直线与  $x$  轴、 $y$  轴所围成的三角形面积是\_\_\_\_\_.

12. 一副 52 张的扑克牌（无大、小王）被任意打乱后背面朝上放在桌上，小华先从中抽取 1 张，取得的是黑桃 A. 然后小王从剩下的牌中再任意抽取 1 张，他恰好抽到 A 的概率是\_\_\_\_\_.

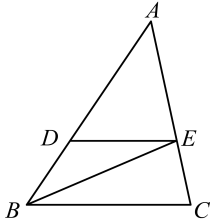
13. 小黄对学校提供午餐中的主食、荤菜、蔬菜和汤，开展了一次满意度调查. 他利用中午休息时间，随机对学校中 50 名学生做了问卷调查，汇总数据如下表. 如果学校共有 1400 名学生，那么全校对午餐中主食满意的学生约有\_\_\_\_\_名.

| 类别   | 主食 | 荤菜 | 蔬菜 | 汤 |
|------|----|----|----|---|
| 满意人数 | 16 | 5  | 20 | 8 |

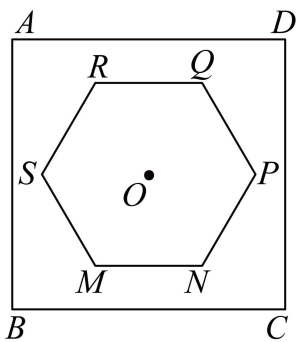
14. 现有一张矩形纸片，其周长为 36 厘米，将纸片的四个角各剪下一个边长为 2 厘米的正方形，然后沿虚线（如图所示）将纸片折成一个无盖的长方体. 如果所得的长方体的体积是 48 立方厘米，设原矩形纸片的长是  $x$  厘米，那么可列出方程为\_\_\_\_\_.



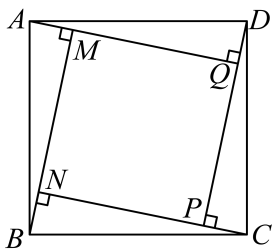
15. 如图,  $D$ 、 $E$  分别是  $\triangle ABC$  边  $AB$ 、 $AC$  上点, 满足  $AD = 2BD$ ,  $\angle ADE = \angle ABC$ . 记  $\overrightarrow{BA} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$ , 那么向量  $\overrightarrow{BE} =$  \_\_\_\_\_ (用向量  $a$ 、 $b$  表示).



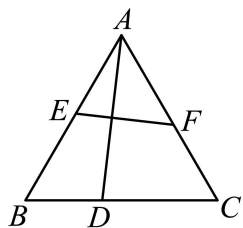
16. 如图, 正六边形  $MNPQRS$  位于正方形  $ABCD$  内, 它们的中心重合于点  $O$ , 且  $MN \parallel BC$  已知正方形  $ABCD$  的边长为  $a$ , 正六边形  $MNPQRS$  的边长为  $b$ , 那么点  $P$  到边  $CD$  的距离为 \_\_\_\_\_. (用  $a$ 、 $b$  的代数式表示)



17. 如图, 由 4 个全等的直角三角形拼成一个大正方形  $ABCD$ , 内部形成一个小正方形  $MNPQ$ . 如果正方形  $MNPQ$  的面积是正方形  $ABCD$  面积的一半, 那么,  $\angle ABM$  的正切值是 \_\_\_\_\_.



18. 如图,  $D$  是等边  $\triangle ABC$  边  $BC$  上点,  $BD : CD = 2 : 3$ , 作  $AD$  的垂线交  $AB$ 、 $AC$  分别于点  $E$ 、 $F$ , 那么  $AE : AF =$  \_\_\_\_\_.

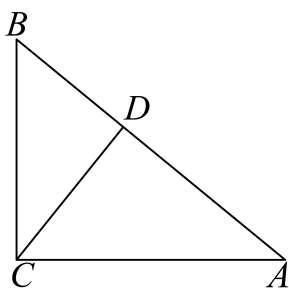


### 三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. 计算：  $|1 - \tan 60^\circ| - \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} + (2024 - \sqrt{2024})^0$ .

20. 解不等式组： 
$$\begin{cases} 2x - 5 \leq 0, \\ \frac{x-4}{2} + \frac{1-2x}{3} < 0 \end{cases}$$

21. 如图， $D$  是  $\triangle ABC$  边  $AB$  上点，已知  $\angle BCD = \angle A$ ， $AD = 5$ ， $BD = 4$ .



(1) 求边  $BC$  的长；

(2) 如果  $\triangle ACD \sim \triangle CBD$ （点  $A$ 、 $C$ 、 $D$  对应点  $C$ 、 $B$ 、 $D$ ），求  $\angle ACB$  的度数.

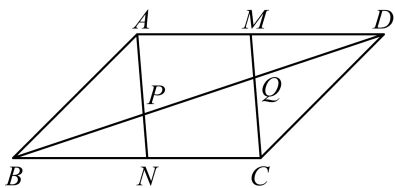
22. 网络平台上有一款代金券，主打的广告语是“满 80 团 1 张”. 规则如下：在平台可以花 75 元团购一张 80 元代金券，一张代金券在平台商城内可以抵 80 元消费额，每笔消费可用于抵扣的代金券数量不限，但不找零.

(1) 在平台商城一笔 375 元的消费，如果使用 4 张代金券，实际共支付了多少元？

(2) 在充分使用代金券的情况下，在平台商城一笔  $x$  元的消费与实际总支付  $y$  元间存在着依赖关系，当  $320 < x < 375$  时，写出  $y$  关于  $x$  的函数关系式；

(3) 广告语是“满 80 团 1 张”. 如果在平台商城一笔消费未满 80 元，那么是不是就一定没必要“团”哪？说说你的理由.

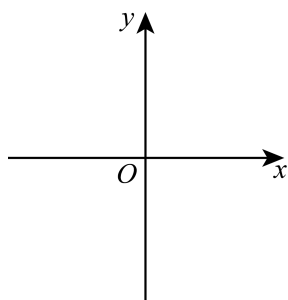
23. 如图， $M$ 、 $N$  分别是平行四边形  $ABCD$  边  $AD$ 、 $BC$  的中点，对角线  $BD$  交  $AN$ 、 $CM$  分别于点  $P$ 、 $Q$ .



(1) 求证:  $PQ = \frac{1}{3}BD$ ;

(2) 当四边形  $ANCM$  是正方形时, 试从内角大小和邻边的数量关系的角度探究平行四边形  $ABCD$  的形状特征.

24. 问题: 已知抛物线  $L: y = x^2 - 2x$ , 抛物线  $W$  的顶点在抛物线  $L$  上 (非抛物线  $L$  的顶点) 且经过抛物线  $L$  的顶点. 请求出一个满足条件的抛物线  $W$  的表达式.

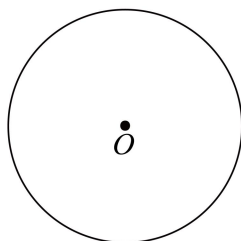
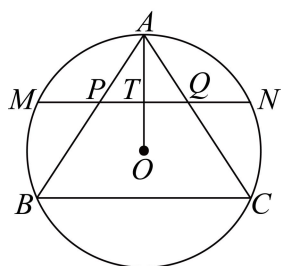


(1) 解这个问题的思路如下: 先在抛物线  $L$  上任取一点 (非顶点), 你所取的点是\_\_\_\_①\_\_\_\_; 再将该点作为抛物线  $W$  的顶点, 可设抛物线  $W$  的表达式是\_\_\_\_②\_\_\_\_; 然后求出抛物线  $L$  的顶点是\_\_\_\_③\_\_\_\_; 再将抛物线  $L$  的顶点代入所设抛物线  $W$  的表达式, 求得其中待定系数的值为\_\_\_\_④\_\_\_\_; 最后写出抛物线  $W$  的表达式是\_\_\_\_⑤\_\_\_\_.

(2) 用同样的方法, 你还可以获得其他满足条件的抛物线  $W$ , 请再写出一个抛物线  $W$  的表达式.

(3) 如果问题中抛物线  $L$  和  $W$  在  $x$  轴上所截得的线段长相等, 求抛物线  $W$  的表达式.

25. 已知: 如图,  $\triangle ABC$  是圆  $O$  的内接三角形,  $AB = AC$ ,  $\widehat{AB}$ 、 $\widehat{AC}$  的中点分别为  $M$ 、 $N$ ,  $MN$  与  $AB$ 、 $OA$ 、 $AC$  分别交于点  $P$ 、 $T$ 、 $Q$ .



备用图

(1) 求证:  $OA \perp MN$ ;

(2) 当  $\triangle ABC$  是等边三角形时, 求  $\frac{AT}{OT}$  的值;

(3) 如果圆心  $O$  到弦  $BC$ 、 $MN$  的距离分别为 7 和 15, 求线段  $PQ$  的长.