

2023 学年第二学期初三数学教学质量调研试卷

(考试时间: 100 分钟 满分: 150 分)

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题, 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本调研卷上答题一律无效.
2. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分) 【每小题只有一个正确选项, 在答题纸相应题号的选项上用 2B 铅笔正确填涂】

1. 下列二次根式中, 最简二次根式的是 ()

A. $\sqrt{\frac{1}{5}}$ B. $\sqrt{0.5}$ C. $\sqrt{5}$ D. $\sqrt{50}$

2. 关于一元二次方程 $x^2 + x - 3 = 0$ 根的情况, 正确的是 ()

A. 有两个相等的实数根 B. 有两个不相等的实数根
C. 有且只有一个实数根 D. 没有实数根

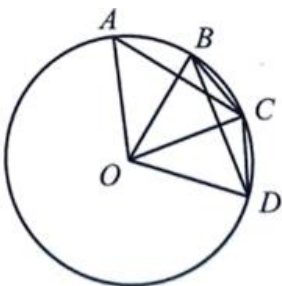
3. 下列函数中, 函数值 y 随自变量 x 的值增大而增大的是 ()

A. $y = 2x^2$ B. $y = -\frac{2}{x}$ C. $y = -2x$ D. $y = 2x + 1$

4. 为了解某公司的收入水平, 随机挑选五人的月工资进行抽样调查, 月工资 (单位: 元) 分别是 3000, 4000, 5000, 6000, 50000, 那么能够较好的反映他们收入平均水平的是 ()

A. 中位数 B. 标准差 C. 平均数 D. 众数

5. 如图, 已知点 A 、 B 、 C 、 D 都在 $\odot O$ 上, $OB \perp AC$, $BC = CD$, 下列说法错误的是 ()



A. $\widehat{AB} = \widehat{BC}$ B. $\angle AOD = 3\angle BOC$
C. $AC = 2CD$ D. $OC \perp BD$

6. 下列命题是假命题的是 ()

A. 对边之和相等的平行四边形是菱形
B. 一组邻边上的高相等的平行四边形是菱形

C. 一条对角线平分一组对角，另一条对角线平分一个内角的四边形是菱形

D. 被一条对角线分割成两个等腰三角形的平行四边形是菱形

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. 计算: $2^{-2} =$ _____.

8. 截至 2023 年底, 全国高铁营业里程约为 45000 公里, 这个数 45000 用科学记数法表示为_____.

9. 函数 $f(x) = \frac{2}{x-2}$ 的定义域为_____.

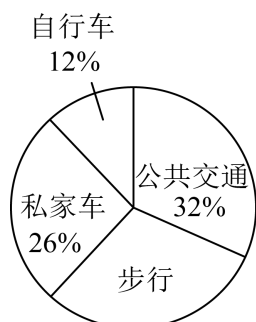
10. 方程 $\sqrt{x-1} = 3$ 的解是_____.

11. 已知方程 $\frac{x}{x^2-1} + \frac{1-x^2}{3x} = 2$, 如果设 $y = \frac{x}{x^2-1}$, 那么原方程转化为关于 y 的整式方程为_____.

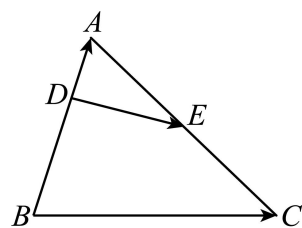
12. 如果二次函数 $y = x^2 + m$ 的图象向右平移 3 个单位后经过原点, 那么 m 的值为_____.

13. 在 1, 2, 3 中任取两个不重复的数字组成一个两位数, 那么这个两位数是素数的概率是_____.

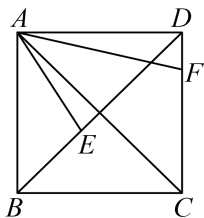
14. 为了解某校六年级 300 名学生来校的方式, 随机调查了该校六年级 50 名学生同一天来校的方式, 并绘制了如图所示的饼状图, 那么估计该校六年级 300 名学生中这一天步行来学校的共有_____名.



15. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在边 AB 上, 且 $BD = 2AD$, 点 E 是 AC 的中点, 连接 DE , 设向量 $\overrightarrow{BA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$, 如果用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示 $\overrightarrow{DE}$, 那么 $\overrightarrow{DE} =$ _____.

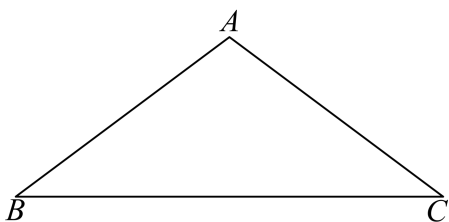


16. 如图, 正方形 $ABCD$ 中, 点 E 在对角线 BD 上, 点 F 在边 CD 上 (点 F 不与点 C 重合), 且 $\angle EAF = 45^\circ$, 那么 $\frac{CF}{BE}$ 的值为_____.



17. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC > BC$, 将 $\triangle ABC$ 绕着点 C 旋转, 点 A 、点 B 的对应点分别是点 D 、点 E , 如果点 A 在 DE 的延长线上, 且 $CE \parallel AB$, 那么 $\angle CAE$ 的余弦值为_____.

18. 我们把以三角形的重心为圆心的圆叫做该三角形的重心圆. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 10$, $BC = 16$, 如果 $\triangle ABC$ 的重心圆与该三角形各边的公共点一共有 4 个, 那么它的半径 r 的取值范围是_____.

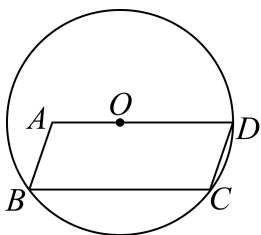


三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分) 【将下列各题的解答过程, 做在答题纸的相应位置上】

19. 计算: $8^{\frac{1}{3}} + |\sqrt{3} - 3| - \frac{1}{2 + \sqrt{3}} + (\pi - \sqrt{2})^0$

20. 解方程组:
$$\begin{cases} x - y = 3 \text{ ①} \\ x^2 - 5xy + 6y^2 = 0 \text{ ②} \end{cases}$$

21. 如图, $\odot O$ 经过平行四边形 $ABCD$ 的顶点 B, C, D , 点 O 在边 AD 上, $AO = 3$, $OD = 5$.



(1) 求平行四边形 $ABCD$ 的面积;

(2) 求 $\angle D$ 的正弦值.

22. 春节期间甲乙两家商店各自推出优惠活动

商店	优惠方式
甲	所购商品按原价打八折
乙	所购商品按原价每满 300 元减 80 元

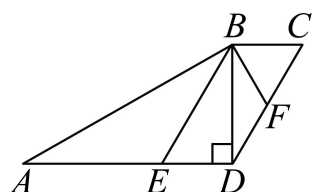
设顾客在甲乙两家商店购买商品的原价都为 x 元, 请根据条件回答下列问题:

(1) 如果顾客在甲商店购买商品选择优惠活动后实际付款 y 元, 求 y 关于 x 的函数解析式 (不必写出函数定义域);

(2) 购买原价在 500 元以下的商品时, 如果分别选择甲商店的优惠活动和乙商店的优惠活动中, 实际付款金额相等, 求 x 的值;

(3) 顾客购买原价在 900 元以下的商品时, 如果选择乙商店的优惠活动比选择甲商店的优惠活动更合算, 求 x 的取值范围.

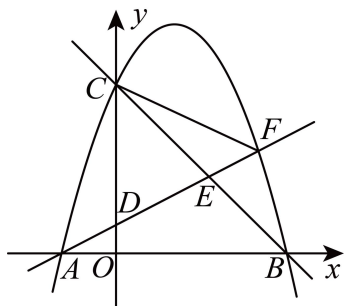
23. 已知: 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $BD \perp AD$, 点 E 在边 AD 上 (点 E 不与点 A 、 D 重合), 点 F 在边 CD 上, 且 $\angle ABD = \angle EBF = \angle C$.



(1) 求证: $\frac{AB}{BD} = \frac{BE}{BF}$;

(2) 连接 EF , 与 BD 交于点 G , 如果 $BG = EG$, 求证: 四边形 $BEDF$ 为等腰梯形.

24. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知抛物线 $y = ax^2 + 2x + c$ 与 x 轴分别交于点 A 、 B (点 A 在点 B 左侧), 与 y 轴交于点 $C(0, 6)$, 其对称轴为直线 $x = 2$.



(1) 求该抛物线的表达式;

(2) 点 F 是上述抛物线上位于第一象限的一个动点, 直线 AF 分别与 y 轴、线段 BC 交于点 D 、 E .

①当 $CF = DF$ 时, 求 CD 的长;

②联结 AC , 如果 $\triangle ACF$ 的面积是 $\triangle CDE$ 面积的 3 倍, 求点 F 的坐标.

25. 已知在 $\triangle ABC$ 中, $CA = CB$, $AB = 6$, $\cos \angle CAB = \frac{3}{5}$, 点 O 为边 AB 上一点, 以点 O 为圆心, OA 为半径作 $\odot O$, 交边 AC 于点 D (点 D 不与点 A 、 C 重合).

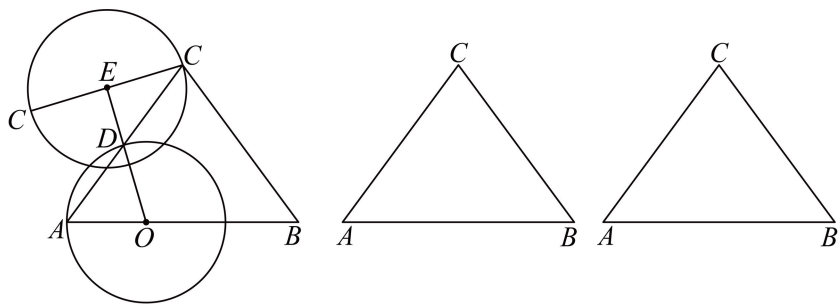


图1

备用图

备用图

- (1) 当 $AD = 4$ 时, 判断点 B 与 $\odot O$ 的位置关系, 并说明理由;
- (2) 过点 C 作 $CE \perp OD$, 交 OD 延长线于点 E . 以点 E 为圆心, EC 为半径作 $\odot E$, 延长 CE , 交 $\odot E$ 于点 C' .
 - ①如图 1, 如果 $\odot O$ 与 $\odot E$ 的公共弦恰好经过线段 EO 的中点, 求 CD 的长;
 - ②连接 AC' 、 OC , 如果 AC' 与 $\triangle BOC$ 的一条边平行, 求 $\odot E$ 的半径长.