

2023 学年第二学期模拟检测

初三数学试卷

(满分 150 分, 考试时间 100 分钟)

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效.

2. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 4 分, 共 24 分) 【下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题卡的相应位置上】

1. 单项式 $-2a^2b$ 的系数和次数分别是 ()

- A. -2 和 2 B. -2 和 3 C. 2 和 2 D. 2 和 3

2. 下列多项式分解因式正确的是 ()

- A. $a^2 - b^2 = (a - b)^2$ B. $a^2 + b^2 = (a + b)^2$
C. $a^2 + 2a - 3 = a(a + 2) - 3$ D. $2a - 4 = 2(a - 2)$

3. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x + a = 0$ 有实数根, 则 a 应满足 ()

- A. $a < 1$ B. $a \leq 1$ C. $a > 1$ D. $a \geq 1$

4. 在气象学上, 每天在规定时段采集若干气温的平均数是当天的平均气温, 连续 5 天的平均气温在 10°C 以上, 这 5 天中的第 1 个平均气温大于 10°C 以上的日期即为春天的开始, 那么下列表述正确的是 ()

- A. 这 5 天中每天采集的若干气温中最高气温一定都大于 10°C
B. 这 5 天中每天采集的若干气温中最低气温一定都大于 10°C
C. 这 5 天中每天采集的若干气温的中位数一定都大于 10°C
D. 这 5 天中每天采集的若干气温的众数一定都大于 10°C

5. 在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB = AD$, 对角线 AC 、 BD 相交于点 O . 下列说法能使四边形 $ABCD$ 为菱形的是 ()

- A. $AB = CD$ B. $\angle ACB = \angle ACD$ C. $\angle BAC = \angle DAC$ D. $AC = BD$

6. 下列命题中真命题是 ()

- A. 相等的圆心角所对的弦相等
- B. 正多边形都是中心对称图形
- C. 如果两个图形全等，那么他们一定能通过平移后互相重合
- D. 如果一个四边形绕对角线的交点旋转 90° 后，所得图形与原来的图形重合，那么这个四边形是正方形

二、填空题（本大题共 12 题， 每题 4 分， 满分 48 分）【在答题纸相应题号后的空格内直接填写答案】

7. 计算: $a^2 \cdot a^3 =$ _____.

8. 已知 $f(x) = \frac{1}{x-1}$, $f(\sqrt{2}) =$ _____.

9. 已知关于 x 的方程 $\sqrt{1-x} = 2$, 则 $x =$ _____.

10. 不等式 $\frac{1}{2}x + 1 < 0$ 的解集是_____.

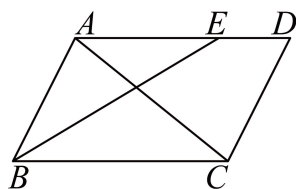
11. 反比例函数的图像经过点 $(1, -2)$, 则这个反比例函数的解析式是_____.

12. 从 1 到 10 这十个自然数中抽取一个数, 这个数是素数的概率是_____.

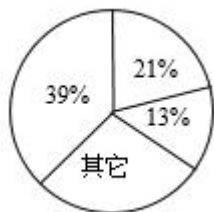
13. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A$ 和 $\angle B$ 互余, 那么 $\angle C =$ _____°.

14. 正 n 边形的内角等于外角的 5 倍, 那么 $n =$ _____.

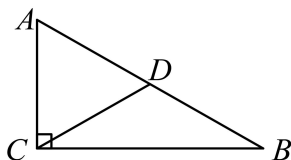
15. 如图, 已知平行四边形 $ABCD$ 中, $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, E 为 AD 上一点, $AE = 2ED$, 那么用 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 表示 $\overrightarrow{AE} =$ _____.



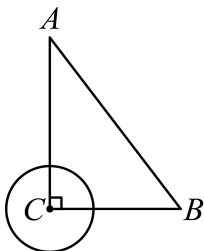
16. 数据显示, 2023 年全球电动汽车销量约 1400 万辆, 其中市场份额前三的品牌和其它品牌的市场份额扇形统计图如图所示, 那么其它品牌的销量约为_____万辆.



17. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 2$, D 是 AB 的中点, 把 $\triangle BCD$ 沿 CD 所在的直线翻折, 点 B 落在点 E 处, 如果 $CE \perp AB$, 那么 $BE =$ _____.



18. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AB = 5$, $BC = 3$, 以点 C 为圆心作半径为 1 的圆 C , P 是 AB 上的一个点, 以 P 为圆心, PB 为半径作圆 P , 如果圆 C 和圆 P 有公共点, 那么 BP 的取值范围是_____.

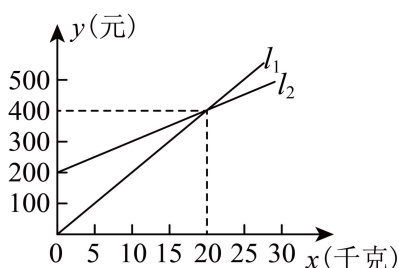


三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分) 【将下列各题的解答过程, 做在答题纸的相应位置上】

19. 计算: $4^{\frac{1}{2}} - 2\sin 60^\circ - \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} - |\sqrt{3} - 2|$.

20. 解方程: $\frac{x+4}{x^2-x} - \frac{x}{x-1} = 1$.

21. 如图, 某农业合作社为农户销售草莓, 经过测算, 草莓销售的销售额 y_1 (元) 和销售量 x (千克) 的关系如射线 l_1 所示, 成本 y_2 (元) 和销售量 x (千克) 的关系如射线 l_2 所示.



- (1) 当销售量为_____千克时, 销售额和成本相等;
 - (2) 每千克草莓的销售价格是_____元;
 - (3) 如果销售利润为 2000 元, 那么销售量为多少?
22. 上海中心大厦位于中国上海浦东陆家嘴金融贸易区核心区, 是一幢集商务、办公、酒店、商业、娱乐、观光等功能的超高层建筑. 它的附近有一所学校的数学兴趣小组在讨论建筑物的高度测量问题, 讨论发现要测量学校教学楼的高度可以用“立杆测影”的方法, 他们在平地上立一根 2 米长并且与地面垂直的测量杆, 量得影子长为 1.6 米, 同时量得教学楼的影子长为 24 米, 这样就可以计算出教学楼的高度. 进而在讨论测量上海中心大厦高度时, 由于距离远和周围建筑密集等因素, 发现用“立杆测影”的方法不可行, 要采用其他方法, 经讨论提出两个方案 (测角仪高度忽略不计):

方案 1: 如图 1 所示, 利用计算所得的教学楼 (AB) 高度, 分别在教学楼的楼顶 (点 A) 和楼底地面 (点 B), 分别测得上海中心大厦 (SH) 的楼顶 (点 S) 的仰角 $\angle\alpha$ 和 $\angle\beta$, 通过计算就可以得到大厦的高度;

方案 2: 如图 2 所示, 在学校操场上相对于上海中心大厦的同一方向上选取两点 C 、 D , 先量得 CD 的长度, 再分别在点 C 、 D 测得上海中心大厦 (SH) 的楼顶 (点 S) 的仰角 $\angle\gamma$ 和 $\angle\theta$, 通过计算就可以得到大厦的高度. 测量并通过计算得: $CD = 60$ 米, $\cot\alpha = 10.667, \cot\beta = 10.161, \cot\gamma = 10.159, \cot\theta = 10.254$.

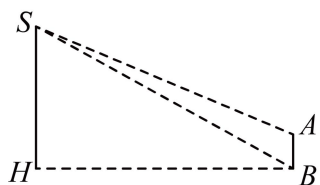


图1

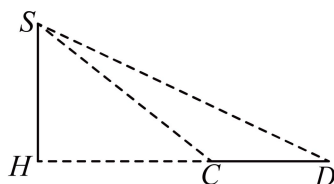
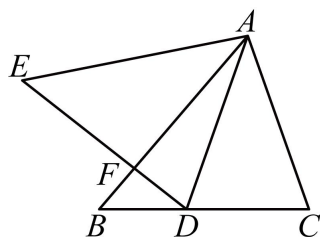


图2

(1) 教学楼 (AB) 的高度为 _____ 米;

(2) 请你在两种方案中选取一种方案, 计算出上海中心大厦 (SH) 的高度 (精确到 1 米).

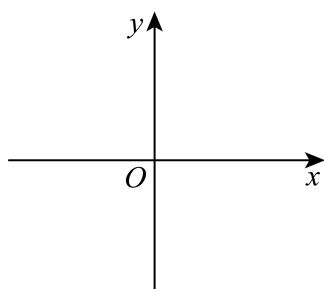
23. 如图, 已知: D 是 $\triangle ABC$ 的边 BC 上一点, 点 E 在 $\triangle ABC$ 外部, 且 $\angle BAE = \angle CAD$, $\angle ACD = \angle ADC = \angle ADE$, DE 交 AB 于点 F .



(1) 求证: $AB = AE$;

(2) 如果 $AD = AF$, 求证: $EF^2 = BF \cdot AB$.

24. 已知: 抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 经过点 $A(3, 0)$ 、 $B(0, -3)$, 顶点为 P .



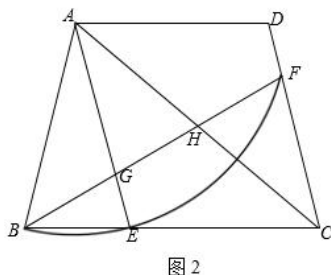
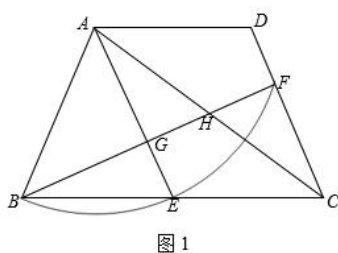
(1) 求抛物线的解析式及顶点 P 的坐标;

(2) 平移抛物线, 使得平移后的抛物线顶点 Q 在直线 AB 上, 且点 Q 在 y 轴右侧.

① 若点 B 平移后得到的点 C 在 x 轴上, 求此时抛物线的解析式;

② 若平移后的抛物线与 y 轴相交于点 D , 且 $\triangle BDQ$ 是直角三角形, 求此时抛物线的解析式.

25. 如图, 已知: 等腰梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB = DC$, 以 A 为圆心, AB 为半径的圆与 BC 相交于点 E , 与 CD 相交于点 F , 联结 AE 、 AC 、 BF , 设 AE 、 AC 分别与 BF 相交于点 G 、 H , 其中 H 是 AC 的中点.



(1) 求证: 四边形 $AECD$ 为平行四边形;

(2) 如图 1, 如果 $AE \perp BF$, 求 $\frac{AB}{BC}$ 的值;

(3) 如图 2, 如果 $BG = GH$, 求 $\angle ABC$ 的余弦值.