

浦东新区 2023 学年度第二学期初三年级模拟考试

数学试卷

考生注意：

1. 本试卷共 25 题，试卷满分 150 分，考试时间 100 分钟.
2. 答题时，考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答，在草稿纸、本试卷上答题一律无效.
3. 除第一、二大题外，其余各题如无特别说明，都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. 下列实数中，无理数是（ ）

- A. 0 B. $\sqrt{16}$ C. π D. $\frac{23}{7}$

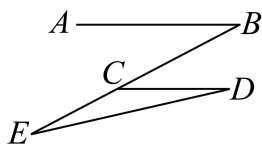
2. 下列计算中，结果等于 a^{2m} 的是（ ）

- A. $a^m + a^m$ B. $a^m \cdot a^2$ C. $(a^m)^m$ D. $(a^m)^2$

3. 直线 $y = -x + 1$ 经过的象限是（ ）

- A. 第一、二、三象限 B. 第一、二、四象限
C. 第二、三、四象限 D. 第一、三、四象限

4. 如图， $AB \parallel CD$ ， $\angle D = 13^\circ$ ， $\angle B = 28^\circ$ ，那么 $\angle E$ 等于（ ）



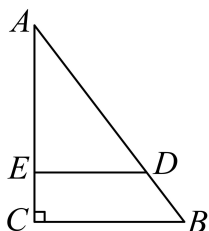
- A. 13° B. 14° C. 15° D. 16°

5. 下列命题中，真命题是（ ）

- A. 对角线相等的四边形是平行四边形
B. 对角线相等的平行四边形是矩形
C. 对角线互相垂直的四边形是菱形
D. 对角线互相垂直且相等的四边形是正方形

6. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 4$ ， $BC = 3$. 点 D 在边 AB 上，且 $\frac{BD}{AD} = \frac{1}{3}$ ， $DE \parallel BC$

交边 AC 于点 E ，那么以 E 为圆心， EC 为半径的 $\odot E$ 和以 D 为圆心， BD 为半径的 $\odot D$ 的位置关系是（ ）



- A. 外离 B. 外切 C. 相交 D. 内含

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. 分解因式: $a^2 - 1 = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. 化简 $\frac{x}{x-1} + \frac{1}{1-x}$ 的结果是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

9. 方程 $\sqrt{x+2} = x$ 的根是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

10. 如果方程 $x^2 - 6x + m = 0$ 没有实数根, 那么 m 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

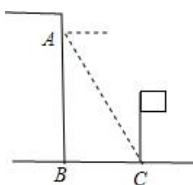
11. 从一副 52 张没有大小王的扑克牌中任意抽取一张牌, 抽到梅花的概率是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

12. 沿着 x 轴的正方向看, 如果抛物线 $y = (k-1)x^2 + 1$ 在 y 轴左侧的部分是上升的, 那么 k 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

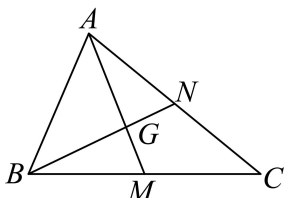
13. 正五边形的中心角的度数是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

14. 如果梯形的下底长为 7, 中位线长为 5, 那么其上底长为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

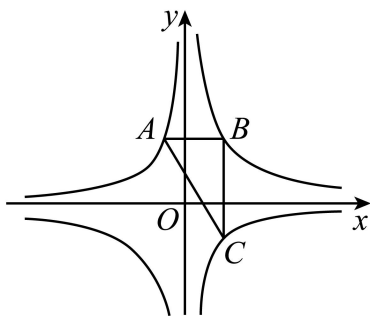
15. 小丽在大楼窗口 A 测得校园内旗杆底部 C 的俯角为 α 度, 窗口离地面高度 $A = h$ (米), 那么旗杆底部与大楼的距离 $BC = \underline{\hspace{2cm}}$ 米 (用 α 的三角比和 h 的式子表示)



16. 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, 中线 AM 、 BN 相交于点 G , 设 $\overrightarrow{AG} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BG} = \vec{b}$, 那么向量 $\overrightarrow{BC}$ 用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

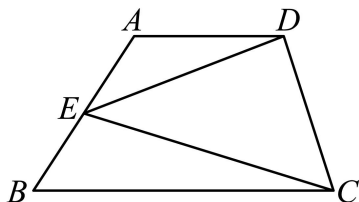


17. 如图, 点 A、C 在反比例函数 $y = -\frac{1}{x}$ 的图象上, 点 B 在反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 的图象上, 且 $AB \parallel x$ 轴, $BC \parallel y$ 轴, 那么 $\triangle ABC$ 的面积等于 $\underline{\hspace{2cm}}$.



18. 定义：四边形 $ABCD$ 中，点 E 在边 AB 上，连接 DE 、 EC ，如果 $\triangle DEC$ 的面积是四边形 $ABCD$ 面积的一半，且 $\triangle BEC$ 的面积是 $\triangle ADE$ 及 $\triangle DCE$ 面积的比例中项，我们称点 E 是四边形 $ABCD$ 的边 AB 上的一个面积黄金分割点.

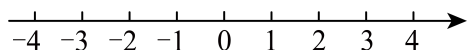
已知：如图，四边形 $ABCD$ 是梯形，且 $AD \parallel BC$ ， $BC > AD$ ，如果点 E 是它的边 AB 上的一个面积黄金分割点，那么 $\frac{BC}{AD}$ 的值是_____.



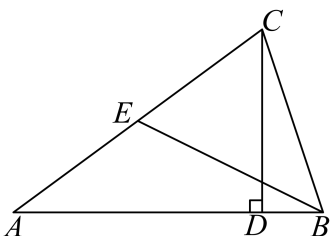
三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. 计算： $\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + |2-\sqrt{3}| + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + 27^{\frac{1}{3}}$.

20. 解不等式组： $\begin{cases} 4x-2(x-1) < 4 \\ \frac{x-1}{2} \leq \frac{2x}{3} \end{cases}$ ，并把解集在数轴上表示出来.



21. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， CD 是边 AB 上的高. 已知 $AB = AC$ ， $BC = \sqrt{10}$ ， $\tan \angle BAC = \frac{3}{4}$.



(1) 求 AD 的长；

(2) 如果点 E 是边 AC 的中点，连接 BE ，求 $\cot \angle ABE$ 的值.

22. 某校六年级 200 名学生参加了环保知识竞赛，已知竞赛得分都是整数，满分 100 分. 随机抽取了部分学生的竞赛成绩作为一个样本，数据整理后分成 6 个小组，画出竞赛成绩的频数分布直方图，如图 1 所示（每个小组可包括最小值，不包括最大值），同时画出竞赛成绩等第的扇形统计图，如图 2 所示（设竞赛成绩为

a 分, $0 \leq a < 60$ 为不合格、 $60 \leq a < 80$ 为合格, $80 \leq a < 90$ 为良好, $90 \leq a \leq 110$ 为优秀). 根据图中的信息回答下列问题:

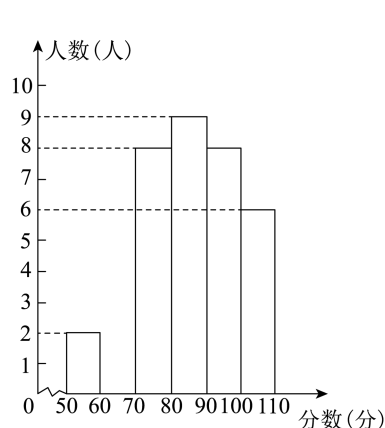


图1

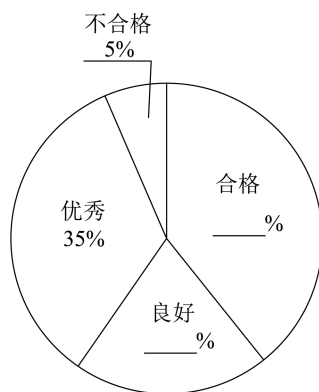


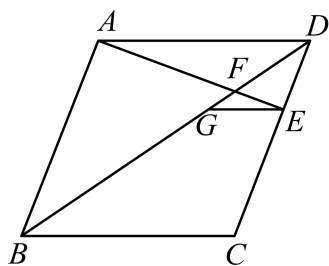
图2

- (1) 估计六年级参赛学生中成绩为良好的学生有_____人; 请把图 1 补画完整、补齐图 2 中缺失的数据;
- (2) 小明对统计图进行了研究, 得出了如下结论:
- ①中位数一定落在 80 分—90 分这一组内;
 - ②众数一定落在 80 分—90 分这一组内;
 - ③仍有不合格的学生, 该校环保知识宣传需进一步加强;
 - ④从这两个统计图中能准确求出样本的平均数.

上述结论中错误的是_____ (填序号).

- (3) 估计本次六年级参赛学生中荣获优秀的共有 m 人. 学校“环保社团”决定: 这 m 名学生都光荣的成为学校的小小环保“宣传员”, 从中选派 x 人帮助本年级参赛得分 60 分以下的学生普及环保知识. 经计算, x 与 $(m-x)$ 的积恰好等于样本容量的 15 倍. 你认为 x 的值取多少比较合理, 为什么?

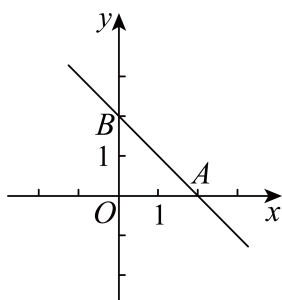
23. 已知: 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, 点 E 是边 DC 上的任意一点 (不与点 D 、 C 重合), AE 交对角线 BD 于 F , 过点 E 作 $EG \parallel BC$ 交 BD 于点 G .



- (1) 求证: $DF^2 = FG \cdot BF$;
- (2) 当 $BD \cdot DF = 2AD \cdot DE$ 时, 求证: $AE \perp DC$.

24. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知直线 $y = -x + 2$ 与 x 轴、 y 轴分别交于点 A 、点 B , 抛物线

$C_1: y = -x^2 + bx + c$ 经过点 A 、 B 两点，顶点为点 C .



- (1) 求 b 、 c 的值;
- (2) 如果点 D 在抛物线 C_1 的对称轴上，射线 AB 平分 $\angle CAD$ ，求点 D 的坐标;
- (3) 将抛物线 C_1 平移，使得新抛物线 C_2 的顶点 E 在射线 BA 上，抛物线 C_2 与 y 轴交于点 F ，如果 $\triangle BEF$ 是等腰三角形，求抛物线 C_2 的表达式.

25. 已知: $\odot O_1$ 和 $\odot O_2$ 相交于 A 、 B 两点，线段 O_1O_2 的延长线交 $\odot O_2$ 于点 C ， CA 、 CB 的延长线分别交 $\odot O_1$ 于点 D 、 E .

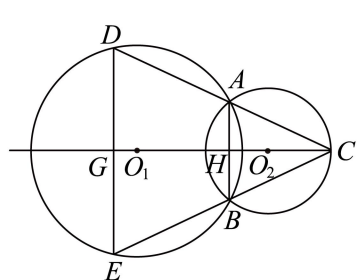


图1

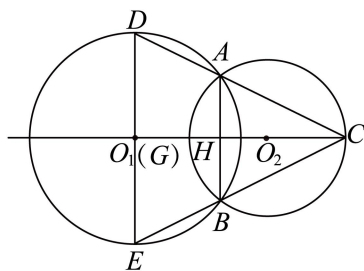


图2

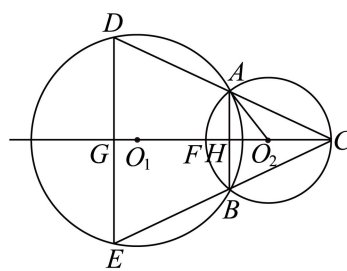


图3

- (1) 连接 AB 、 DE ， AB 、 DE 分别与连心线 O_1O_2 相交于点 H 、点 G ，如图 1，求证: $AB \parallel DE$;
- (2) 如果 $O_1O_2 = 5$.
 - ①如图 2，当点 G 与 O 重合， $\odot O_1$ 的半径为 4 时，求 $\odot O_2$ 的半径;
 - ②连接 AO_2 、 BD ， BD 与连心线 O_1O_2 相交于点 F ，如图 3，当 $BD \parallel AO_2$ ，且 $\odot O_2$ 的半径为 2 时，求 O_1G 的长.