

2024 年度杨浦区第二学期第三次模拟考试数学学科

(测试时间: 100 分钟, 满分: 150 分)

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分) 【下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. 下列分数中, 能化为有限小数的是 ()

- A. $\frac{1}{12}$ B. $\frac{3}{12}$ C. $\frac{1}{15}$ D. $\frac{5}{15}$

2. 下列关于 x 的方程, 有实数根的是 ()

- A. $x^4 + 1 = 0$ B. $x^2 + mx - 2 = 0$ C. $\frac{x}{x^2 - 4} = \frac{2}{x^2 - 4}$ D. $\sqrt{x+1} + 2 = 0$

3. 体育课上, 甲、乙两名同学分别进行了 6 次立定跳远测试, 经计算他们的平均成绩相同. 若要比 较这两名同学的成绩哪一个更为稳定, 通常需要比较他们成绩的 ()

- A. 平均数 B. 众数 C. 中位数 D. 方差

4. 关于抛物线 $y = ax^2 - 2ax + a - 4$ ($a < 0$), 下列说法错误的是 ()

- A. 该抛物线的对称轴是直线 $x = 1$
B. 该抛物线的顶点坐标是 $(1, -4)$
C. 该抛物线与 x 轴有两个交点
D. 该抛物线在对称轴的左侧部分, y 随 x 的增大而增大

5. 已知点 A 在半径为 3 的圆 O 上, 如果点 A 到直线 a 的距离是 6, 那么圆 O 与直线 a 的位置关系是 ()

- A. 相交 B. 相离 C. 相切 D. 以上答案都不对

6. 在四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $AB = BC$, 添加下列条件后仍然不能推得四边形 $ABCD$ 为菱形的是 ()

- A. $AB = CD$ B. $AD \parallel BC$ C. $AB = AD$ D. $AD = CD$

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分) 【请将结果直接填入答题纸的相应位置上】

7. 单项式 $-2x^3y$ 的次数是_____.

8. 今年春节黄金周上海共接待游客约 16750000 人, 16750000 这个数用科学记数法表示为_____.

9. 已知 $f(x) = \sqrt{x+12}$, 那么 $f(4) =$ _____.

10. 已知方程 $\frac{x}{x^2 - 4} - \frac{x^2 - 4}{x} = 2$, 如果设 $y = \frac{x}{x^2 - 4}$, 那么原方程转化为关于 y 的整式方程为_____.

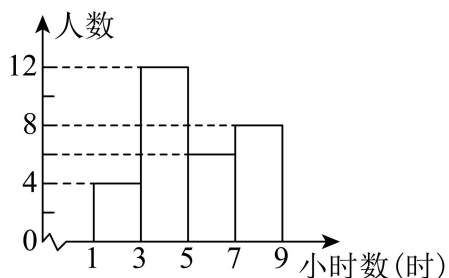
11. 在四张完全相同的卡片上分别印有等边三角形、圆、平行四边形、等腰梯形的图案，现将印有图案的一面朝下，混合后随机抽取一张，则抽到的卡片上印有的图案是中心对称图形的概率是_____.

12. 一个正多边形的中心角是 40° ，则这个正多边形的边数为_____.

13. 已知在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ，点 E 、 F 分别是边 AB 、 CD 的中点， $BC = 2AD$ ，设 $\overrightarrow{AD} = \vec{a}$ ，那么 $\overrightarrow{EF} =$ _____ . (用含 $\vec{a}$ 的式子表示)

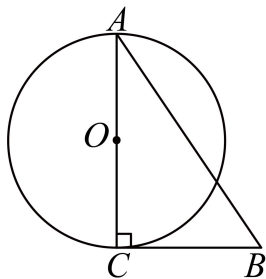
14. 如果函数 $y = (x-1)^2 + m$ 的图像向左平移 2 个单位后经过原点，那么 $m =$ _____.

15. 4月23日是世界读书日，某校为了解该校 210 名六年级学生每周阅读课外书籍的时间，随机抽取了该校 30 名六年级学生，调查了他们每周阅读课外书籍的时间，并制作成如图所示的频数分布直方图，那么估计该校六年级学生每周阅读课外书籍的时间不少于 5 小时的学生约有_____名.

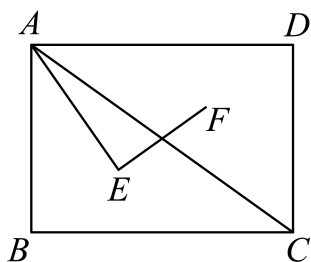


(每组包括最小值，不包括最大值)

16. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 6$ ， $\tan B = \frac{3}{2}$ ，如果以 AC 为直径的圆 O 与以 B 为圆心、 r 为半径的圆 B 相交，那么 r 的取值范围是_____.

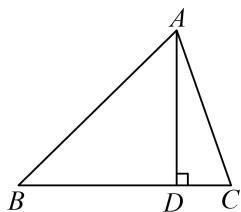


17. 如图，已知矩形 $ABCD$ ， AC 为对角线，点 E 、 F 分别是 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ADC$ 的重心，连接 AE 、 EF ，如果 $AE \perp EF$ ，那么 $\sin \angle EAB =$ _____.



18. 如图，已知在 $\triangle ABC$ 中， $AD \perp BC$ ，垂足为点 D ， $BD = AD$ ， $\tan C = 3$ ，点 E 、 F 分别在边 AB 和

AC 上, DE 将 $\text{Rt}\triangle ABD$ 分割成两个小三角形, DF 将 $\text{Rt}\triangle ACD$ 分割成两个小三角形, 如果 $\text{Rt}\triangle ACD$ 分割成的两个小三角形与 $\text{Rt}\triangle ABD$ 分割成的两个小三角形分别相似, 那么 $\frac{AE}{AB}$ 的值是_____.

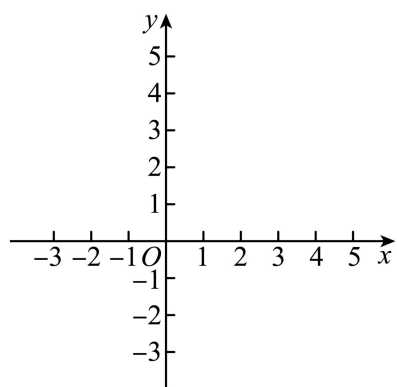


三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. 先化简, 再求值: $\left(1 - \frac{1}{x-1}\right) \div \frac{x^2 - 4x + 4}{x-1}$, 其中 $x = \sqrt{3}$.

20. 解不等式组: $\begin{cases} 12 - 2x > 3(x-1) \\ \frac{x}{3} - \frac{2x-1}{2} \leq 2 \end{cases}$, 并写出它的整数解.

21. 已知一次函数 $y = kx + b$ 的图像与反比例函数 $y = -\frac{4}{x}$ 的图像相交于 $A(-1, m)$, $B(n, -1)$ 两点, 与 y 轴交于点 C .



(1) 求一次函数解析式;

(2) 设点 C 关于 x 轴的对称点为点 D , 求 $\triangle ADB$ 的面积.

22. 如图 1 是光的反射规律示意图, MO 是入射光线, ON 是反射光线, 法线 $XO \perp$ 平面镜 L , 入射角 $\angle MOX$ 等于反射角 $\angle XON$.

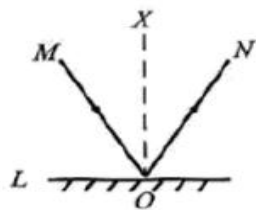


图 1

如图 2, 水平桌面上从左至右分别竖直放置了挡板 EF 、挡板 AB 、平面镜 I , 在挡板 AB 的正上方有一可

上下移动的挡板 CD (挡板的厚度都忽略不计), 已知 $AB = AE = 60$ 厘米, 当从点 A 发出的光线经平面镜 I 反射后恰好经过点 B 时, 测得入射角为 37° . (参考数据: $\sin 37^\circ \approx 0.6$, $\cos 37^\circ \approx 0.8$, $\tan 37^\circ \approx 0.75$)

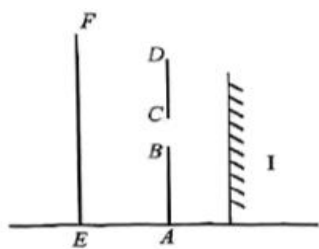
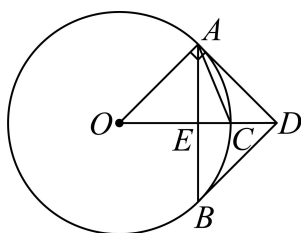


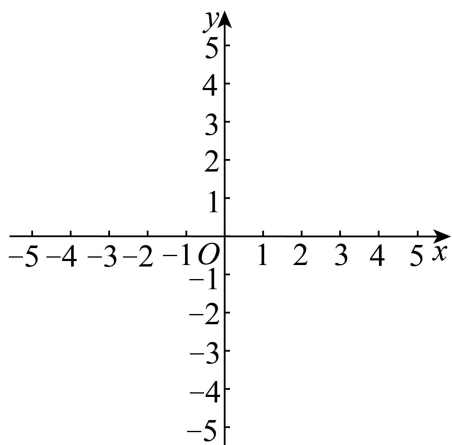
图 2

- (1) 点 A 到平面镜 I 的距离是_____厘米.
- (2) 移动挡板 CD , 使空隙 BC 的长度是 20 厘米, 当从点 A 发出的光线经平面镜 I 反射后恰好经过点 C 时, 求入射角的度数.
- (3) 在 (2) 的条件下, 如果从点 A 发出的光线经平面镜 I 反射后通过空隙 BC 落到挡板 EF 上的最高点为 P , 最低点为 Q , 那么 PQ 的长度是_____厘米.

23. 已知: 如图, 在 $\odot O$ 中, OC 平分劣弧 AB , OC 与 AB 交于点 E , 点 D 在 OC 延长线上, $OA \perp AD$, 连接 AC .

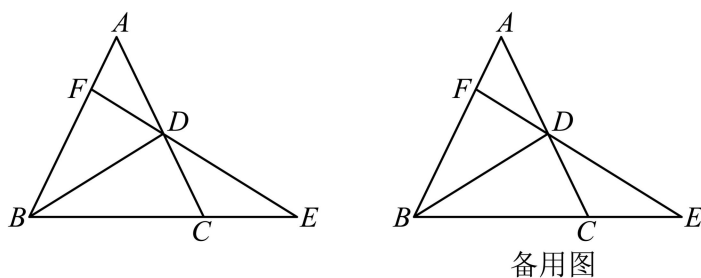


- (1) 求证: AC 平分 $\angle EAD$;
 - (2) OB 、 BD , 延长 BC 交 AD 于点 F , 如果 $AC^2 = AF \cdot AD$, 求证: 四边形 $OADB$ 是正方形.
24. 已知平面直角坐标系 xOy , 抛物线 $M_1: y = ax^2 + x + c$ 与 x 轴交于点 $A(-2, 0)$ 和点 B , 与 y 轴交于点 $C(0, 4)$, 把抛物线 M_1 向下平移得到抛物线 M_2 , 设抛物线 M_2 的顶点为 D , 与 y 轴交于点 E , 直线 DE 与 x 轴交于点 P .



- (1) 求抛物线 M_1 的表达式;
- (2) 当点 P 与点 A 重合时, 求平移的距离;
- (3) 连接 AD , 如果 $\angle ADP$ 与 $\angle ACB$ 互补, 求点 D 的坐标.

25. 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, D 是边 AC 上的一点 (不与点 A 、 C 重合), E 是边 BC 延长线上一点, $BD = DE$, 延长 ED 交边 AB 于点 F .



- (1) 求证: $\angle ADF = \angle ABD$;
- (2) 如果 $EF \perp BF$, 且 $\frac{CD}{AC} = \frac{1}{3}$, 求 $\angle E$ 的余切值;
- (3) 连接 CF , 当 BD 平分 CF 时, 求 $\frac{CD}{BF}$ 的值.