

2023 学年度第二学期九年级自适应练习 (2024.4)

数学试卷

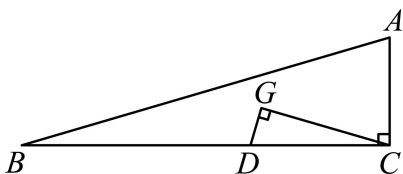
考生注意:

1. 本试卷共 25 题.
2. 试卷满分 150 分. 考试时间 100 分钟.
3. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效.
4. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

【下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. 下列二次根式中, 与 $\sqrt{3a}$ 是同类二次根式的是 ()
A. $\sqrt{\frac{a}{9}}$ B. $\sqrt{9a}$ C. $\sqrt{3a}$ D. $\sqrt{12a}$
2. 下列运算正确的是 ()
A. $3a + a = 4a^2$ B. $3a - a = 2$ C. $3a \cdot a = 3a^2$ D. $3a \div a = 2a$
3. 下列方程中, 有两个不相等的实数根的是 ()
A. $x^2 = 0$ B. $x^2 - 1 = 0$ C. $x^2 - 2x + 2 = 0$ D. $x^2 - 2x + 1 = 0$
4. 已知正比例函数 $y = kx$ (k 是常数, $k \neq 0$) 的图象经过点 $A(2, 6)$, 那么下列坐标所表示的点在这个正比例函数图象上的是 ()
A. $(-1, -3)$ B. $(1, -3)$ C. $(6, 2)$ D. $(6, -2)$
5. 已知 $\triangle ABC$ 中, AH 为边 BC 上的高, 在添加下列条件中的一个后, 仍不能判断 $\triangle ABC$ 是等腰三角形的是 ()
A. $BH = HC$ B. $\angle BAH = \angle CAH$ C. $\angle B = \angle HAC$ D. $S_{\triangle ABH} = S_{\triangle AHC}$
6. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, G 是 $\triangle ABC$ 的重心, 点 D 在边 BC 上, $DG \perp GC$, 如果 $BD = 5$, $CD = 3$, 那么 $\frac{CG}{BC}$ 的值是 ()



A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$

C. $\frac{\sqrt{2}}{5}$

D. $\frac{\sqrt{2}}{4}$

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分)

7. 计算： $(3a^3)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. 方程 $\sqrt{2x+3} = x$ 的解为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

9. 不等式组 $\begin{cases} 3x+6 > 0 \\ 1-2x > 0 \end{cases}$ 的解集是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

10. 已知反比例函数 $y = \frac{k-1}{x}$ 的图象在第二、四象限内，那么 k 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

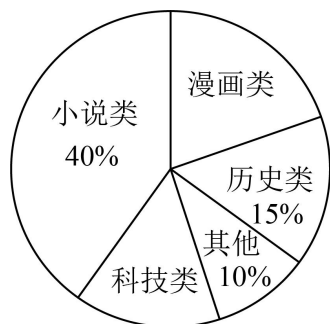
11. 已知一个角的余角是这个角的两倍，那么这个角的补角是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 度.

12. 现有四张分别是等边三角形、菱形、直角梯形、等腰梯形的纸片，从这四张纸片中任意抽取一张恰好是轴对称图形的概率是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

13. 已知直线 $y = 2x + 4$ 与直线 $y = 1$ 相交于点 A ，那么点 A 的横坐标是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

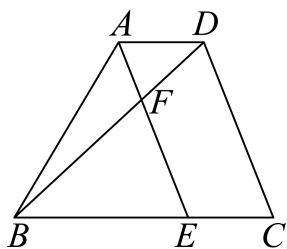
14. 在直角坐标平面内，将点 A 先向右平移 4 个单位，再向上平移 6 个单位得到点 B ，如果点 A 和点 B 恰好关于原点对称，那么点 B 的坐标是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. 学校为了解本校九年级学生阅读课外书籍的情况，对九年级全体学生进行“最喜欢阅读的课外书籍类型”的问卷调查（每人只选一个类型），如图是收集数据后绘制的扇形图. 如果喜欢阅读漫画类书籍所在扇形的圆心角是 72° ，喜欢阅读小说类书籍的学生有 72 人，那么该校九年级喜欢阅读科技类书籍的学生有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 人.



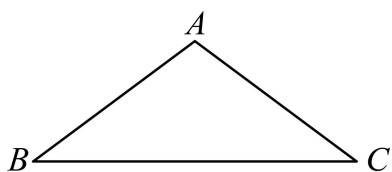
16. 如图，梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ，过点 A 作 $AE \parallel DC$ 分别交 BD 、 BC 于点 F 、 E ， $\frac{BE}{BC} = \frac{2}{3}$ ，

设 $\overrightarrow{AD} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$ ，那么向量 $\overrightarrow{FE}$ 用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



17. 已知正方形 $ABCD$ 的边长为 4，点 E 、 F 在直线 BC 上（点 E 在点 F 的左侧）， $\angle EAF = 45^\circ$ ，如果 $BE = 1$ ，那么 CF 的长是_____.

18. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 5$ ， $\cos B = \frac{4}{5}$ ，分别以点 B 、 C 为圆心，1 为半径长作 $\odot B$ 、 $\odot C$ ， D 为边 BC 上一点，将 $\triangle ABD$ 和 $\odot B$ 沿着 AD 翻折得到 $\triangle AB'D$ 和 $\odot B'$ ，点 B 的对应点为点 B' ， AB' 与边 BC 相交，如果 $\odot B'$ 与 $\odot C$ 外切，那么 $BD =$ _____.

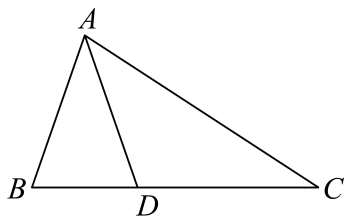


三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. 计算： $-2^2 + 8^{\frac{1}{2}} + \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} - \frac{2}{2-\sqrt{2}}$.

20. 解方程： $\frac{6x}{x^2-9} + \frac{x}{x+3} = 2$.

21. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 2\angle C$ ，点 D 在边 BC 上， $AB = AD = 13$ ， $BC = 23$.



(1) 求 BD 的长；

(2) 求 $\tan C$ 的值.

22. 甲外卖平台的外卖员小张看到乙外卖平台外卖员小王的月工资收入比自己高，于是想跳槽去乙外卖平台工作，如果不考虑其他因素，仅根据以下信息，请你帮助小张来决策是否需要跳槽到乙外卖平台，并说明理由.

信息一：甲、乙两个外卖平台的税前月工资收入计算方式相同，如下：

税前月工资收入 = (每日底薪 + 每单提成 $\times$ 日均送单数) $\times$ 月送单天数 - 当月违规扣款

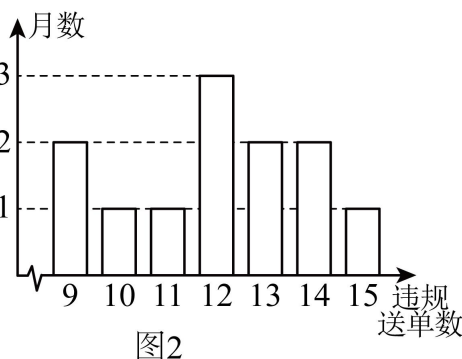
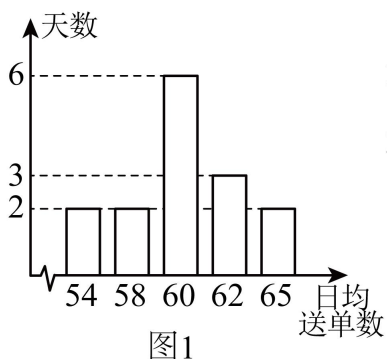
(其中这两个外卖平台每个月的月送单天数均相同)

信息二：乙外卖平台外卖员小王的月工资单如下表：

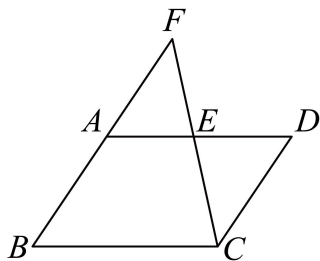
每日底薪 (元)	每单提成 (元)	日均送 单数	当月违规扣款		税前月工资收入 (元)
			每单扣款 (元)	违规送 单数	
50	6	61	32	10	8832

信息三：甲外卖平台外卖员每日底薪 70 元，每单提成 5.5 元，违规每单扣款 10 元；

信息四：如图 1，随机抽取了小张在甲外卖平台若干天的日均送单数绘制成条形图；如图 2，根据小张在一年中每月的违规送单数绘制成条形图.



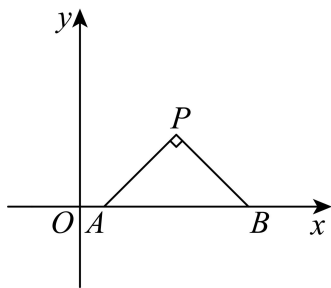
23. 已知：如图，四边形 $ABCD$ 中， $AB \parallel CD$ ，点 E 在边 AD 上， CE 与 BA 的延长线交于点 F ， $\frac{FA}{AB} = \frac{AE}{ED}$ 。



(1) 求证：四边形 $ABCD$ 为平行四边形；

(2) 联结 FD ，分别延长 FD 、 BC 交于点 G ，如果 $FC^2 = FD \cdot FG$ ，求证： $AD \cdot CG = BF \cdot CD$ 。

24. 在平面直角坐标系 xOy 中（如图），已知抛物线 $y = a(x-m)^2 + n$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于点 A 、 B ，抛物线的顶点 P 在第一象限，且 $\angle APB = 90^\circ$ 。

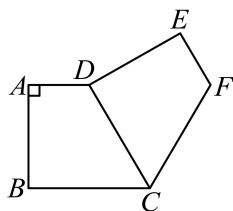


(1) 当点 P 的坐标为 $(4,3)$ 时, 求这个抛物线的表达式;

(2) 抛物线 $y = a(x-m)^2 + n (a \neq 0)$ 表达式中有三个待定系数, 求待定系数 a 与 n 之间的数量关系;

(3) 以点 P 为圆心, PA 为半径作 $\odot P$, $\odot P$ 与直线 $y = x + \frac{n}{2}$ 相交于点 M 、 N . 当点 P 在直线 $y = \frac{1}{2}x$ 上时, 用含 a 的代数式表示 MN 的长.

25. 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$ ($AD < BC$), $\angle A = 90^\circ$, $BC = CD = 6$. 将梯形 $ABCD$ 绕点 C 按顺时针方向旋转, 使点 B 与点 D 重合, 此时点 A 、 D 的对应点分别是点 E 、 F .



(1) 当点 F 正好落在 AD 的延长线上时, 求 $\angle BCD$ 的度数;

(2) 联结 AE , 设 $AD = x$, $AE = y$.

①求 y 关于 x 的函数解析式;

②定义: 同中心同边数的两个正多边形称为双同正多边形. 设 $\angle BCF$ 是一个正多边形的中心角, 联结 BD , 请说明以线段 BD 、 AE 为边的正多边形是双同正多边形的理由. 当这两个正多边形的面积比是 $4:5$ 时, 求双同正多边形的边数.