

2023 学年第二学期徐汇区学习能力诊断卷

初三数学 试卷

(时间 100 分钟 满分 150 分)

考生注意：

1. 本试卷含三个大题，共 25 题；答题时，考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答，在草稿纸、本试卷上答题一律无效；
2. 除第一、二大题外，其余各题如无特别说明，都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的】

1. 下列实数中，有理数是（ ）

A. $\sqrt{3}$ B. $\sqrt{4}$ C. $\sqrt{5}$ D. $\sqrt{6}$

2. 下列单项式中，与单项式 $2a^2b^3$ 是同类项的是（ ）

A. $-ab^4$ B. $2a^3b^2$ C. $3b^3a^2$ D. $-2a^2b^2c$

3. 已知直线 $y=kx+b$ 经过第一、二、四象限，则直线 $y=bx+k$ 经过（ ）

A. 第一、三、四象限 B. 第一、二、四象限
C. 第一、二、三象限 D. 第二、三、四象限

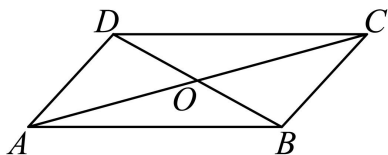
4. 如表记录了甲、乙、丙、丁四名跳高运动员最近几次选拔赛成绩的平均数与方差：

	甲	乙	丙	丁
平均数 (cm)	185	180	185	180
方差	3.6	3.6	7.4	8.1

根据表数据，从中选择一名成绩好且发挥稳定的参加比赛，应该选择（ ）

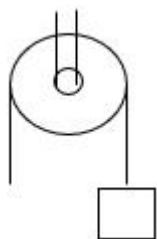
A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁

5. 如图， $\square ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于点 O ，如果添加一个条件使得 $\square ABCD$ 是矩形，那么下列添加的条件中正确的是（ ）



- A. $\angle DAO + \angle ADO = 90^\circ$ B. $\angle DAC = \angle ACD$
C. $\angle DAC = \angle BAC$ D. $\angle DAB = \angle ABC$

6. 如图，一个半径为9cm的定滑轮由绳索带动重物上升，如果该定滑轮逆时针旋转了 120° ，假设绳索（粗细不计）与滑轮之间没有滑动，那么重物上升的高度是（ ）



- A. 5π cm B. 6π cm C. 7π cm D. 8π cm

二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. 方程 $\sqrt{2x-1} = x$ 的解是_____.

8. 不等式组 $\begin{cases} 2x-1 > 3 \\ 3x-2(x-3) > 1 \end{cases}$ 的解集是_____.

9. 方程组 $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ x - 2y = 0 \end{cases}$ 的解是_____.

10. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - mx - 1 = 0$ 根的情况是：原方程_____实数根.

11. 如果二次函数 $y = 2x^2 - 4x + 1$ 的图像的一部分是上升的，那么 x 的取值范围是_____.

12. 如果反比例函数 $y = -\frac{4}{x}$ 的图像经过点 $A(t, -2t)$ ，那么 t 的值是_____.

13. 如果从长度分别为 2、4、6、7 的四条线段中随机抽取三条线段，那么抽取的三条线段能构成三角形的概率是_____.

14. 小杰沿着坡比 $i = 1:2.4$ 的斜坡，从坡底向上步行了 130 米，那么他上升的高度是_____米.

15. 某校为了了解学生家长对孩子用手机的态度问题，随机抽取了 100 名家长进行问卷调查，每位学生家长只有一份问卷，且每份问卷仅表明一种态度（这 100 名家长的问卷真实有效），将这 100 份问卷进行回收整理后，绘制了如图 1、图 2 所示的两幅不完整的统计图. 如果该校共有 2000 名学生，那么可以估计该校对手机持“严格管理”态度的家长_____人.

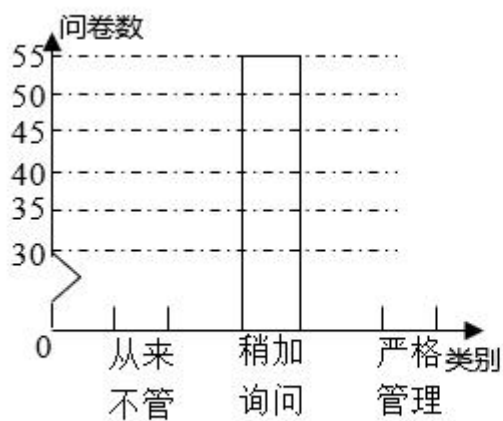


图 1

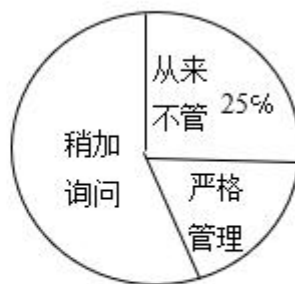
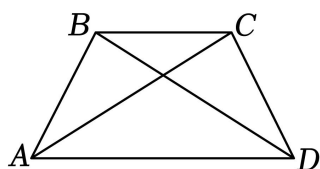
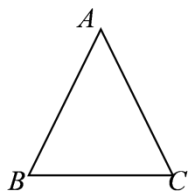


图 2

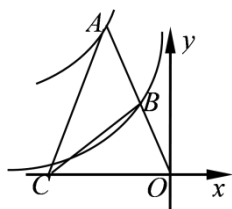
16. 如图, 梯形 $ABCD$ 中, $BC \parallel AD$, $AB = CD$, AC 平分 $\angle BAD$, 如果 $AD = 2AB$, $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{AC}$ 是_____ (用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示).



17. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 6$, $BC = 4$. 已知点 D 是边 AC 的中点, 将 $\triangle ABC$ 沿直线 BD 翻折, 点 C 落在点 E 处, 联结 AE , 那么 AE 的长是_____.



18. 如图, 点 A 是函数 $y = -\frac{8}{x}$ ($x < 0$) 图象上一点, 连接 OA 交函数 $y = -\frac{1}{x}$ ($x < 0$) 图象于点 B , 点 C 是 x 轴负半轴上一点, 且 $AC = AO$, 连接 BC , 那么 $\triangle ABC$ 的面积是_____.

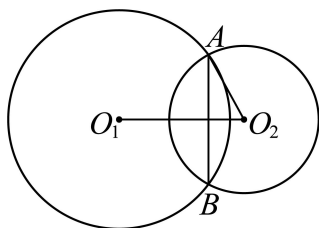


三、(本大题共 7 题, 第 19—22 题每题 10 分; 第 23、24 题每题 12 分; 第 25 题 14 分; 满分 78 分)

19. 计算: $\sqrt{8} - |1 - \sqrt{2}| + \pi^0 - 2^{\frac{1}{2}}$.

20. 解方程: $\frac{x+2}{x-2} - \frac{16}{x^2-4} = \frac{1}{x+2}$

21. 如图, $\odot O_1$ 和 $\odot O_2$ 相交于点 A 、 B , 连接 AB 、 O_1O_2 、 AO_2 , 已知 $AB = 48$, $O_1O_2 = 50$, $AO_2 = 30$.



(1) 求 $\odot O_1$ 的半径长;

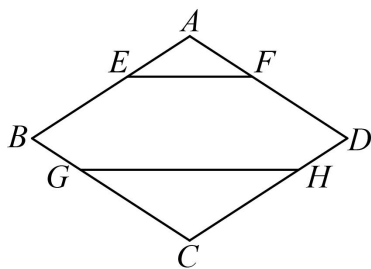
(2) 试判断以 O_1O_2 为直径的 $\odot P$ 是否经过点 B , 并说明理由.

22. A 市“第 $\times\times$ 届中学生运动会”期间, 甲校租用两辆小汽车 (设每辆车的速度相同) 同时出发送 8 名学生到比赛场地参加运动会, 每辆小汽车限坐 4 人 (不包括司机), 其中一辆小汽车在距离比赛场地 15 千米的地方出现故障, 此时离截止进场的时刻还有 42 分钟, 这时唯一可利用的交通工具是另一辆小汽车. 已知这辆车的平均速度是每小时 60 千米, 人步行的平均速度是每小时 5 千米 (上、下车时间忽略不计).

(1) 如果该小汽车先送 4 名学生到达比赛场地, 然后再回到出故障处接其他学生, 请你判断他们能否在截止进场的时刻前到达? 并说明理由;

(2) 试设计一种运送方案, 使所有参赛学生能在截止进场的时刻前到达比赛场地, 并说明方案可行性的理由.

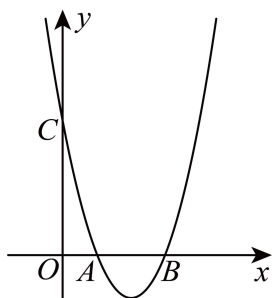
23. 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, 点 E 、 G 、 H 、 F 分别在边 AB 、 BC 、 CD 、 DA 上, $AE = AF$, $CG = CH$, $CG \neq AE$.



(1) 求证: $EF \parallel GH$;

(2) 分别连接 EG 、 FH , 求证: 四边形 $EGHF$ 是等腰梯形.

24. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 - 4ax + 4(a > 0)$ 与 x 轴交于点 $A(1,0)$ 和点 B , 与 y 轴交于点 C .



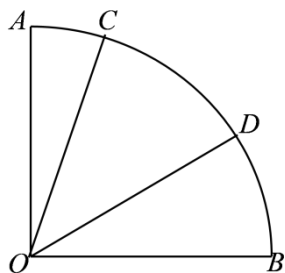
(1) 求该抛物线的表达式及点 B 的坐标;

(2) 已知点 $M(0, m)$, 联结 BC , 过点 M 作 $MG \perp BC$, 垂足为 G , 点 D 是 x 轴上的动点, 分别联结 GD 、 MD , 以 GD 、 MD 为边作平行四边形 $GDMN$.

① 当 $m = \frac{3}{2}$ 时, 且 $\square GDMN$ 的顶点 N 正好落在 y 轴上, 求点 D 的坐标;

② 当 $m \geq 0$ 时, 且点 D 在运动过程中存在唯一的位置, 使得 $\square GDMN$ 是矩形, 求 m 的值.

25. 如图, 在扇形 OAB 中, $OA = OB = 6\sqrt{2}$, $\angle AOB = 90^\circ$, 点 C 、 D 是弧 AB 上的动点 (点 C 在点 D 的上方, 点 C 不与点 A 重合, 点 D 不与点 B 重合), 且 $\angle COD = 45^\circ$.



(1) ①请直接写出弧 AC 、弧 CD 和弧 BD 之间的数量关系;

②分别连接 AC 、 CD 和 BD , 试比较 $AC + BD$ 和 CD 的大小关系, 并证明你的结论;

(2) AB 分别交 OC 、 OD 于点 M 、 N .

①当点 C 在弧 AB 上运动过程中, $AN \cdot BM$ 的值是否变化, 若变化请说明理由; 若不变, 请求 $AN \cdot BM$ 的值;

②当 $MN = 5$ 时, 求圆心角 $\angle DOB$ 的正切值.