

崇明区 2023 学年第二学期学业质量调研

九年级数学

(满分 150 分, 完成时间 100 分钟)

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效.
2. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分) 【每小题只有一个正确选项, 在答题纸相应题号的选项上用 2B 铅笔正确填涂】

1. 在下列二次根式中, 最简二次根式的是 ()

A. $\sqrt{26}$ B. $\sqrt{0.5}$ C. $\sqrt{18}$ D. $\sqrt{\frac{1}{10}}$

2. 下列运算中, 计算结果正确的是 ()

A. $2(a+2) = 2a+2$ B. $(2a^2)^3 = 8a^6$
C. $a^{10} \div a^2 = a^5$ D. $(a-b)^2 = a^2 - b^2$

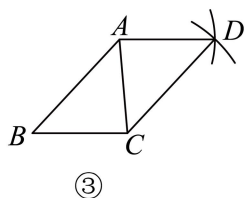
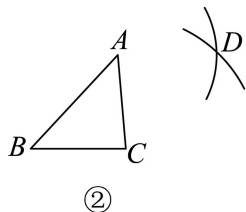
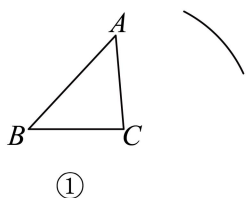
3. 下列函数中, 如果 $x > 0$, y 的值随 x 的值增大而减小, 那么这个函数是 ()

A. $y = 3x$ B. $y = -\frac{3}{x}$
C. $y = -2x - 3$ D. $y = 2x^2 - 1$

4. 某校准备组织八年级 500 名学生进行研学旅行活动, 小慧同学随机抽取了部分同学进行研学目的地意向调查, 调查结果发现选择航海博物馆的占 25%, 辰山植物园的占 20%, 世博文化园的占 50%, 其他目的地的占 5%, 要反映上述信息, 宜采用的统计图是 ()

A. 条形统计图 B. 折线统计图 C. 扇形统计图 D. 频数分布直方图

5. 探究课上, 小明画出 $\triangle ABC$, 利用尺规作图找一点 D , 使得四边形 $ABCD$ 为平行四边形. ①~③是其作图过程: ①以点 C 为圆心, AB 长为半径画弧; ②以点 A 为圆心, BC 长为半径画弧, 两弧交于点 D ; ③连接 CD 、 AD , 则四边形 $ABCD$ 即为所求作的图形. 在小明的作法中, 可直接判定四边形 $ABCD$ 为平行四边形的条件是 ()



A. 两组对边分别平行

B. 两组对边分别相等

C. 对角线互相平分

D. 一组对边平行且相等

6. 已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 12$, $BC = 5$, 若以 C 为圆心, r 长为半径的圆 C 与边 AB 有交点, 那么 r 的取值范围是 ()

A. $5 \leq r \leq 12$ 或 $r = \frac{60}{13}$

B. $5 < r < 12$

C. $\frac{60}{13} < r < 12$

D. $\frac{60}{13} \leq r \leq 12$

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分) 【在答题纸相应题号后的空格内直接填写答案】

7. $\sqrt{2}$ 的相反数是 _____.

8. 分解因式: $x^2 - 8x =$ _____.

9. 已知 $f(x) = 2x + 3$, 那么 $f(-2) =$ _____.

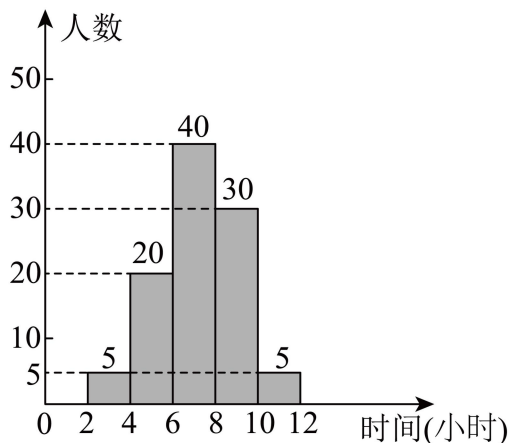
10. 方程 $\sqrt{2x-1} - 1 = 0$ 的根是 _____.

11. 已知关于 x 的方程 $x^2 - 4x + 3k = 0$ 没有实数根, 则实数 k 的取值范围为 _____.

12. 一个不透明的箱子里放着分别标有数字 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 的七个球, 它们除了数字不同外其余都相同, 从这个箱子里随机摸出一个球, 摸出的球上所标数字为偶数的概率为 _____.

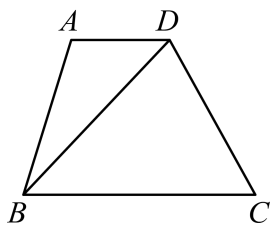
13. 已知正六边形的半径为 2cm, 那么这个正六边形的边心距为 _____ cm

14. 为了解某区初中学生每月参加社团活动时间的情况, 随机抽查了 100 名学生的社团活动时间进行统计, 并绘制成如图所示的频数分布直方图 (每组数据含最小值, 不含最大值), 已知该区初中生共有 8000 名, 依此估计, 该区每月参加社团活动的时间不少于 8 小时的学生数大约是 _____ 名.



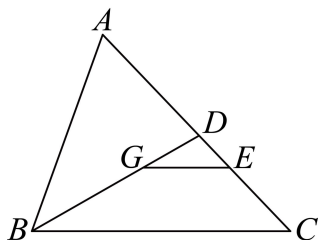
15. 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $2BC = 5AD$, 若 $\overrightarrow{DA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{DC} = \vec{b}$, 用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示

$\overrightarrow{DB} =$ _____.



16. 如图, 点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心, BG 的延长线交 AC 于点 D , 过点 G 作 $GE \parallel BC$, 交 AC 于点 E , 则

$\frac{S_{\triangle DGE}}{S_{\triangle ABD}} =$ _____.



17. 已知在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 6$, $BC = 4$, 将矩形 $ABCD$ 绕点 B 旋转, AB 的对应边 $A'B$ 与边 CD 相交于点 E , 连接 $A'C$, 当点 E 是 CD 中点时, $\tan \angle A'CD =$ _____.

18. 新定义: 我们把抛物线 $y = ax^2 + bx + c$, (其中 $ab \neq 0$) 与抛物线 $y = bx^2 + ax + c$ 称为“关联抛物线”. 例如: 抛物线 $y = x^2 + 2x + 3$ 的“关联抛物线”为 $y = 2x^2 + x + 3$. 已知抛物线

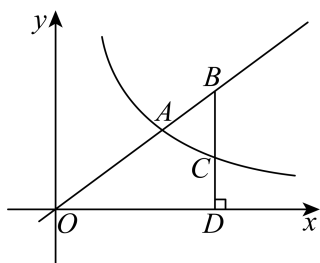
$C_1: y = 6ax^2 + ax + 9a - 4$ ($a > 0$) 的“关联抛物线”为 C_2 , 抛物线 C_2 的顶点为 P , 且抛物线 C_2 与 x 轴相交于 M 、 N 两点, 点 P 关于 x 轴的对称点为 Q , 若四边形 $PMQN$ 是正方形, 那么抛物线 C_1 的表达式为 _____.

三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. 计算: $\sqrt{18} - \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} + \frac{1}{2-\sqrt{3}} + |\sqrt{3} - 2|$

20. 解方程组:
$$\begin{cases} x - 2y = 4 \text{ ①} \\ x^2 - xy - 6y^2 = 0 \text{ ②} \end{cases}$$

21. 如图, 正比例函数 $y = \frac{3}{4}x$ 的图像与反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0, x > 0)$ 的图像相交于点 $A(a, 3)$, 点 B 为直线 OA 上位于点 A 右侧的一点, 且 $OA = 2AB$, 过点 B 作 $BD \perp x$ 轴, 垂足为 D , 交反比例函数的图像于点 C .



(1) 求反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的解析式;

(2) 试判断 $\triangle ABC$ 的形状.

22. 某工程队购进几台新型挖掘机 (如图 1), 该挖掘机是由基座、主臂和伸展臂构成, 图 2 是其侧面结构示意图: PQ 是基座 (基座高度忽略不计), AB 是主臂, BC 是伸展臂, 若主臂 AB 长为 4.8 米, 主臂伸展角 $\angle QAB$ 的范围是: $25^\circ \leq \angle QAB \leq 60^\circ$, 伸展臂伸展角 $\angle ABC$ 的范围是: $45^\circ \leq \angle ABC \leq 110^\circ$, 当主臂伸展角 $\angle QAB$ 最小, 伸展臂伸展角 $\angle ABC$ 最大时, 伸展臂 BC 恰好能接触水平地面 (点 C 、 Q 、 A 、 P 在一直线上). (参考数据: $\sin 25^\circ \approx 0.4, \cos 25^\circ \approx 0.9$)



图1

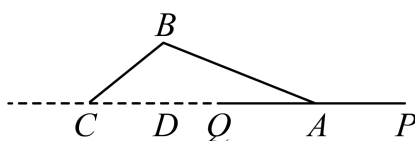
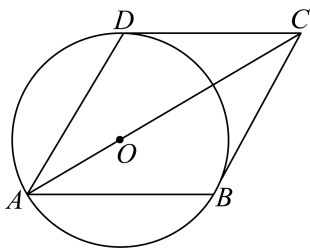


图2

(1) 当挖掘机在 A 处时, 能否挖到距 A 水平正前方 6 米远的土石? (请通过计算说明)

(2) 该工程队承担了新农村景观河的建设任务, 计划用该型号的挖掘机进行施工. 已知景观河全长 1200 米, 实际开工后每天比原计划多挖 20 米, 因此提前 3 天完成任务, 求工程队原计划每天挖多少米?

23. 如图, 已知在四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, 对角线 AC 平分 $\angle DAB$, 点 O 是 AC 上一点, 以 OA 为半径的 $\odot O$ 过 B, D 两点.

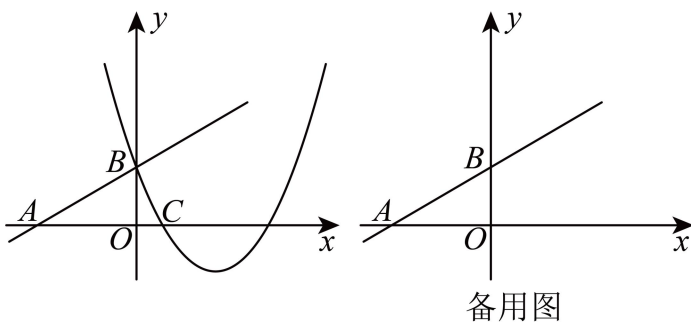


(1) 求证：四边形 $ABCD$ 是菱形；

(2) 设 $\odot O$ 与 AC 交于点 E ，连接 DE 并延长，交 AB 的延长线于点 F ，若 $AB^2 = AC \cdot EC$ ，求证：

$$AE = EF.$$

24. 如图，已知在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 3$ 与 x 轴相交于点 A ，与 y 轴相交于点 B ，抛物线 $C_1: y = \frac{1}{3}x^2 + bx + c$ 经过点 B 和点 $C(1, 0)$ ，顶点为 D 。

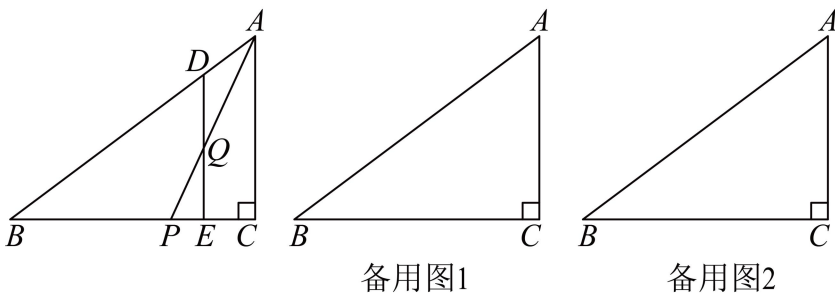


(1) 求抛物线 C_1 的表达式及顶点 D 的坐标；

(2) 设抛物线与 x 轴的另一个交点为 E ，若点 P 在 y 轴上，当 $\angle PED = 90^\circ$ 时，求点 P 的坐标；

(3) 将抛物线 C_1 平移，得到抛物线 C_2 ，平移后抛物线 C_1 的顶点 D 落在 x 轴上的点 M 处，将 $\triangle MAB$ 沿直线 AB 翻折，得到 $\triangle QAB$ ，如果点 Q 恰好落在抛物线 C_2 的图像上，求平移后的抛物线 C_2 的表达式。

25. 如图，已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 6$ ， $\sin B = \frac{3}{5}$ ，点 D 是射线 BA 上一动点（不与 A 、 B 重合），过点 D 作 $DE \parallel AC$ ，交射线 BC 于点 E ，点 Q 为 DE 中点，连接 AQ 并延长，交射线 BC 于点 P 。



(1) 如图，当点 D 在线段 AB 上时，

①若 $AD = 2$ ，求 PC 的长；

②当 $\triangle ADQ$ 与 $\triangle ABP$ 相似时, 求 AD 的长.

(2) 当 $\triangle ADQ$ 是以 AD 为腰的等腰三角形时, 试判断以点 A 为圆心、 AD 为半径的 $\odot A$ 与以 C 为圆心、 CE 为半径的 $\odot C$ 的位置关系, 并说明理由.