

2023 学年嘉定区第二次质量调研

数学试卷

(满分 150 分, 考试时间 100 分钟)

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题;
2. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效;
3. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

【下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.】

1. 下列实数中, 属于有理数的是 ()
A. $\sqrt{27}$ B. 2π C. $\frac{22}{7}$ D. $\sin 60^\circ$
2. 关于 x 的方程 $x^2 - 6x - k = 0$ (k 为常数) 有两个不相等的实数根, 那么 k 的取值范围是 ()
A. $k > -9$ 且 $k \neq 0$ B. $k > -9$ C. $k \geq -9$ 且 $k \neq 0$ D. $k \geq -9$
3. 如果将抛物线 $y = (x-1)^2$ 向下平移 2 个单位, 那么平移后抛物线与 y 轴的交点坐标是 ()
A. $(-1, 0)$ B. $(0, -1)$ C. $(-2, 0)$ D. $(3, 0)$
4. 已知一组数据 x_1, x_2, x_3, x_4 , 如果这组数据中的每一个数都减去常数 $a(a \neq 0)$, 得到新的一组数据, 那么下列描述这组新数据的信息中正确的是 ()
A. 平均数改变, 方差不变; B. 平均数改变, 方差改变;
C. 平均数不变, 方差不变; D. 平均数不变, 方差改变.
5. 下列命题正确的是 ()
A. 对角线相等的平行四边形是正方形; B. 对角线相等的四边形是矩形;
C. 对角线互相垂直的四边形是菱形; D. 对角线相等的梯形是等腰梯形.
6. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 8$, $\cos \angle B = \frac{1}{4}$, 以点 C 为圆心, 半径为 6 的圆记作圆 C , 那么下列说法正确的是 ()
A. 点 A 在圆 C 外, 点 B 在圆 C 上; B. 点 A 在圆 C 上, 点 B 在圆 C 内;
C. 点 A 在圆 C 外, 点 B 在圆 C 内; D. 点 A, B 都在圆 C 外.

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

【请将结果直接填入答题纸的相应位置】

7. 4 的平方根是_____.

8. 计算: $(a+1)(a-2) =$ _____.

9. 随着某产品制造技术的不断发展, 某地区用于这个技术开发的资金约为 5200000000 元, 这个数字用科学记数法表示为_____.

10. 不等式 $x-3 > 1$ 的最小整数解是_____.

11. 用换元法解方程 $\frac{x}{x-1} + \frac{x-1}{x} = 2$ 时, 如果设 $\frac{x}{x-1} = y$, 那么原方程可化为关于 y 的整式方程是_____.

12. 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图像经过点 $(-2, -3)$, 则 k 的值为_____.

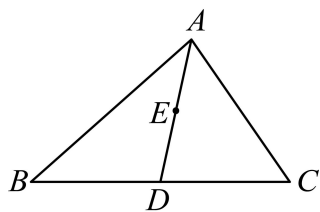
13. 某校田径运动队共有 20 名男运动员, 小杰收集了这些运动员的鞋号信息 (见表),

鞋号	23 号	23.5 号	24 号	24.5 号	25 号	25.5 号
人数	1	2	4	4	6	3

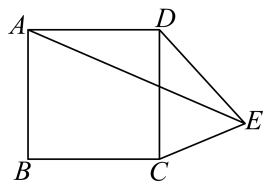
那么这 20 名男运动员鞋号的中位数是_____.

14. 在不透明的盒子中装有六张形状相同的卡片, 这六张卡片分别印有正方形、平行四边形、等边三角形、直角梯形、正六边形、圆等六种图形, 如果从这不透明的盒子里随机抽出一张卡片, 那么所抽到的这张卡片上的图形恰好为中心对称图形的概率是_____.

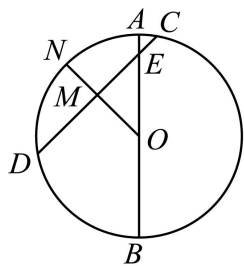
15. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 线段 AD 是边 BC 上的中线, 点 E 是 AD 的中点, 设向量 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$, 那么向量 $\overrightarrow{AE} =$ _____ (结果用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示).



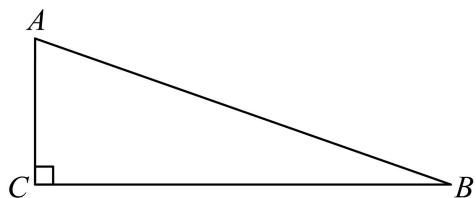
16. 如图在正方形 $ABCD$ 的外侧作一个 $\triangle CDE$, 已知 $DC = DE$, $\angle DCE = 70^\circ$, 那么 $\angle AED$ 等于_____.



17. 如图在圆 O 中, AB 是直径, 弦 CD 与 AB 交于点 E , 如果 $AE = 1$, $EB = 9$, $\angle AEC = 45^\circ$, 点 M 是 CD 的中点, 连接 OM , 并延长 OM 与圆 O 交于点 N , 那么 $MN =$ _____.



18. 定义: 如果三角形有两个内角的差为 90° , 那么这样的三角形叫做准直角三角形. 已知在直角 $\triangle ACB$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 4$, $AB = 12$, 如图 4, 如果点 D 在边 BC 上, 且 $\triangle ADB$ 是准直角三角形, 那么 $CD =$ ____.

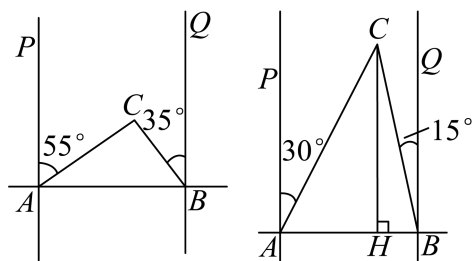


三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. 计算: $\sqrt{12} - \frac{2}{\sqrt{2}-1} + |2-\sqrt{3}| + 8^{\frac{1}{2}}$.

20. 解方程组:
$$\begin{cases} x+2y=8 \\ x^2-xy-12y^2=0 \end{cases}$$

21. 某东西方向的海岸线上有 A 、 B 两个码头, 这两个码头相距 60 千米 ($AB = 60$), 有一艘船 C 在这两个码头附近航行.



(1) 当船 C 航行了某一刻时, 由码头 A 测得船 C 在北偏东 55° , 由码头 B 测得船 C 在北偏西 35° , 如图, 求码头 A 与 C 船的距离 (AC 的长), 其结果保留 3 位有效数字;

(参考数据: $\sin 35^\circ \approx 0.5736$, $\cos 35^\circ \approx 0.8192$, $\tan 35^\circ \approx 0.7002$, $\cot 35^\circ \approx 1.428$)

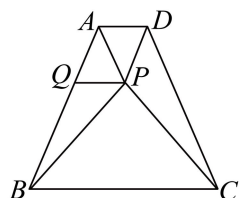
(2) 当船 C 继续航行了一段时间时, 由码头 A 测得船 C 在北偏东 30° , 由码头 B 测得船 C 在北偏西 15° , 船 C 到海岸线 AB 的距离是 CH (即 $CH \perp AB$), 如图, 求 CH 的长, 其结果保留根号.

22. 某企业在 2022 年 1 至 3 月的利润情况见表.

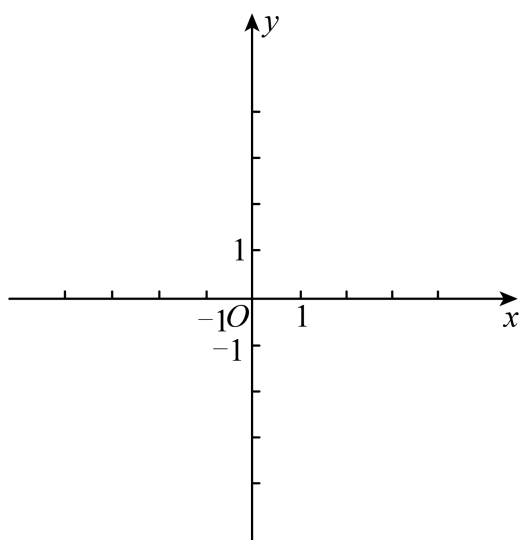
月份数 (x)	1	2	3
利润数 (y) (万元)	96	?	100

- (1) 如果这个企业在 2022 年 1 至 3 月的利润数 y 是月份数 x 的一次函数，求 2 月份的利润；
- (2) 这个企业从 3 月份起，通过技术改革，经过两个月后的 5 月份获得利润为 121 万元，如果这个企业 3 月至 5 月中每月利润数的增长率相等，求这个企业 3 月至 5 月中利润数的月平均增长率.

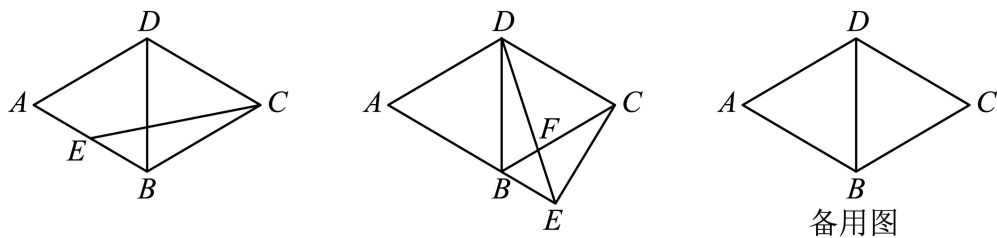
23. 如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AB = DC$ ，点 P 在四边形 $ABCD$ 内部， $PB = PC$ ，连接 PA 、 PD 。



- (1) 求证： $\triangle APD$ 是等腰三角形；
- (2) 已知点 Q 在 AB 上，连接 PQ ，如果 $AP \parallel CD$ ， $AQ = AP$ ，求证：四边形 $AQPD$ 是平行四边形.
24. 在平面直角坐标系 xOy (如图) 中，已知抛物线 $y = ax^2 + bx + 3$ 经过点 $A(1,0)$ 、 $B(-2,3)$ 两点，与 y 轴的交点为 C 点，对称轴为直线 l .



- (1) 求此抛物线的表达式；
- (2) 已知以点 C 为圆心，半径为 CB 的圆记作圆 C ，以点 A 为圆心的圆记作圆 A ，如果圆 A 与圆 C 外切，试判断对称轴直线 l 与圆 A 的位置关系，请说明理由；
- (3) 已知点 D 在 y 轴的正半轴上，且在点 C 的上方，如果 $\angle BDC = \angle BAC$ ，请求出点 D 的坐标.
25. 在菱形 $ABCD$ 中， $\angle DAB = 60^\circ$ ，点 E 在射线 AB 上，连接 CE 、 BD 。



- (1) 如图，当点 E 是边 AB 的中点，求 $\angle ECD$ 的正切值；
- (2) 如图，当点 E 在线段 AB 的延长线上，连接 DE 与边 BC 交于点 F ，如果 $AD = 6$ ， $\triangle EFC$ 的面积等于 $3\sqrt{3}$ ，求 EF 的长；
- (3) 当点 E 在边 AB 上， CE 与 BD 交于点 H ，连接 DE 并延长 DE 与 CB 的延长线交于点 G ，如果 $AD = 6$ ， $\triangle BCH$ 与以点 E 、 G 、 B 所组成的三角形相似，求 AE 的长.